Отчёт по лабораторной работе №2

дисциплина: Математическое моделирование

Рыбалко Элина Павловна

Содержание

Цель работы

Рассмотреть построение математических моделей для выбора правильной стратегии решения задач поиска на примере задачи о погоне.

Объект исследования

Численные методы решения задачи о погоне.

Предмет исследования

Вычисление траекторий движения и точек перечения.

Теоретическое введение

Математическое моделирование социальных, экономических и производственных процессов и систем является одним из важнейших средств познания природы самых разнообразных систем. Математическое моделирование экономических процессов ориентировано на системное изучение экономики с помощью математических моделей микро- и макроуровней, а также в разрезе важнейших функциональных подсистем экономики. В настоящее время использование математического моделирования в экономике стало особенно актуальным, так как деятельность предприятий осуществляется в условиях конкуренции, в которой успеха добиваются те, кто наиболее эффективно использует ресурсы, а также стала доступной вычислительная техника, которая дает возможность реализовывать алгоритмы вычислений любой сложности. Для внедрения математического моделирования и информационных технологий в практическую деятельность нужны специалисты, которые, с одной стороны, достаточно глубоко разбираются в сущности экономических проблем и способны формализовать возникающие задачи, а с другой – профессионально владеют математическими методами и соответствующим программным обеспечением. Цель издания учебного пособия – помочь обучающимся освоить современные математические модели для анализа и научного прогнозирования поведения экономических объектов в соответствии с учебной программой дисциплины «Математическое моделирование». [1]

Задание

[Вариант 21]

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,7 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

Выполнение лабораторной работы

1. Постановка задачи

1.1. Принимает за $t_0 = 0$, $x_{л0} = 0$ – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{к0} = k = 9{,}4$ – место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

1.2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс – это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0} (\theta = x_{л0} = 0)$, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (см. рис. -@fig:001).

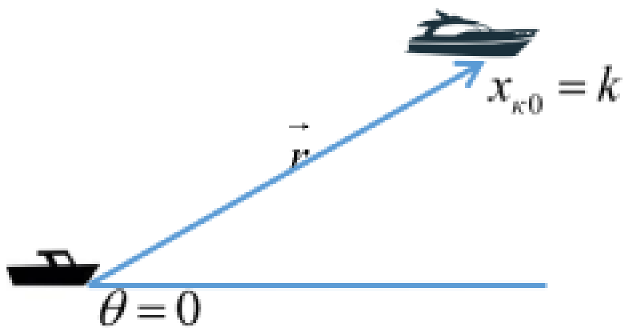

Рисунок 1. Положение катера и лодки в начальный момент времени

1.3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

1.4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/3.7v$ (во втором случае $k + x/3.7v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{k-x}{3.7v}$ в первом случае или $\frac{x}{v} = \frac{k+x}{3.7v}$ во втором случае. Отсюда мы найдём два значения $x_1 = \frac{k-x}{3.7} = \frac{k}{4.7} = \frac{9,4}{4.7} = 2$ и $x_2 = \frac{k+x}{3.7} = \frac{k}{2.7} \approx 3,481$, задачу будем решать для двух случаев.

1.5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt}$ = v. Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r, $v_\tau = r\frac{d\theta}{dt}$.

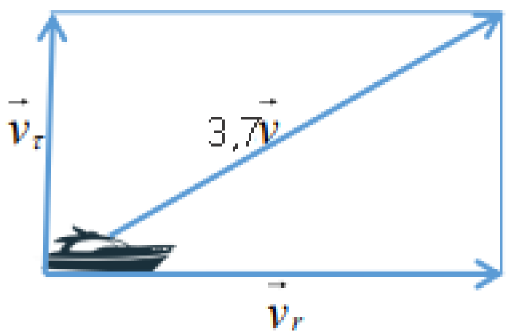

Рисунок 2. Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Из рисунка -@fig:002 видно: $v_\tau = \sqrt{13{,}69v^2 - v^2} = \sqrt{12{,}69}v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем $r\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{12{,}69}v$.

1.6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dr}{dt} = v \\ r\dfrac{d\theta}{dt} = \sqrt{12{,}69}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{12{,}69}}$. Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

2. Построение траекторий движения катера и лодки

2.1. Листинг программы в Scilab

```
s=9.4; //начальное расстояние от лодки до катера
fi=3*%pi/4;

//функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr=f(tetha, r)
  dr=r/sqrt(12.69);
endfunction;
```

```
//начальные условия в случае 1
r0=s/4.7;
tetha0=0;

//начальные условия в случае 2
//r0=s/2.7;
//tetha0=-%pi;
tetha=0:0.01:2*%pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);

//функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
 xt=tan(fi)*t;
endfunction

t=0:1:800;

polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории движения
катера в полярных координатах
plot2d(t,f2(t),style = color('red')); //построение траектории движения лодки
браконьеров
```

2.2. Полученные графики

После запуска кода программы получили чледующие графики для первого и второго случая соответственно (см. рис. -@fig:003 и -@fig:004).

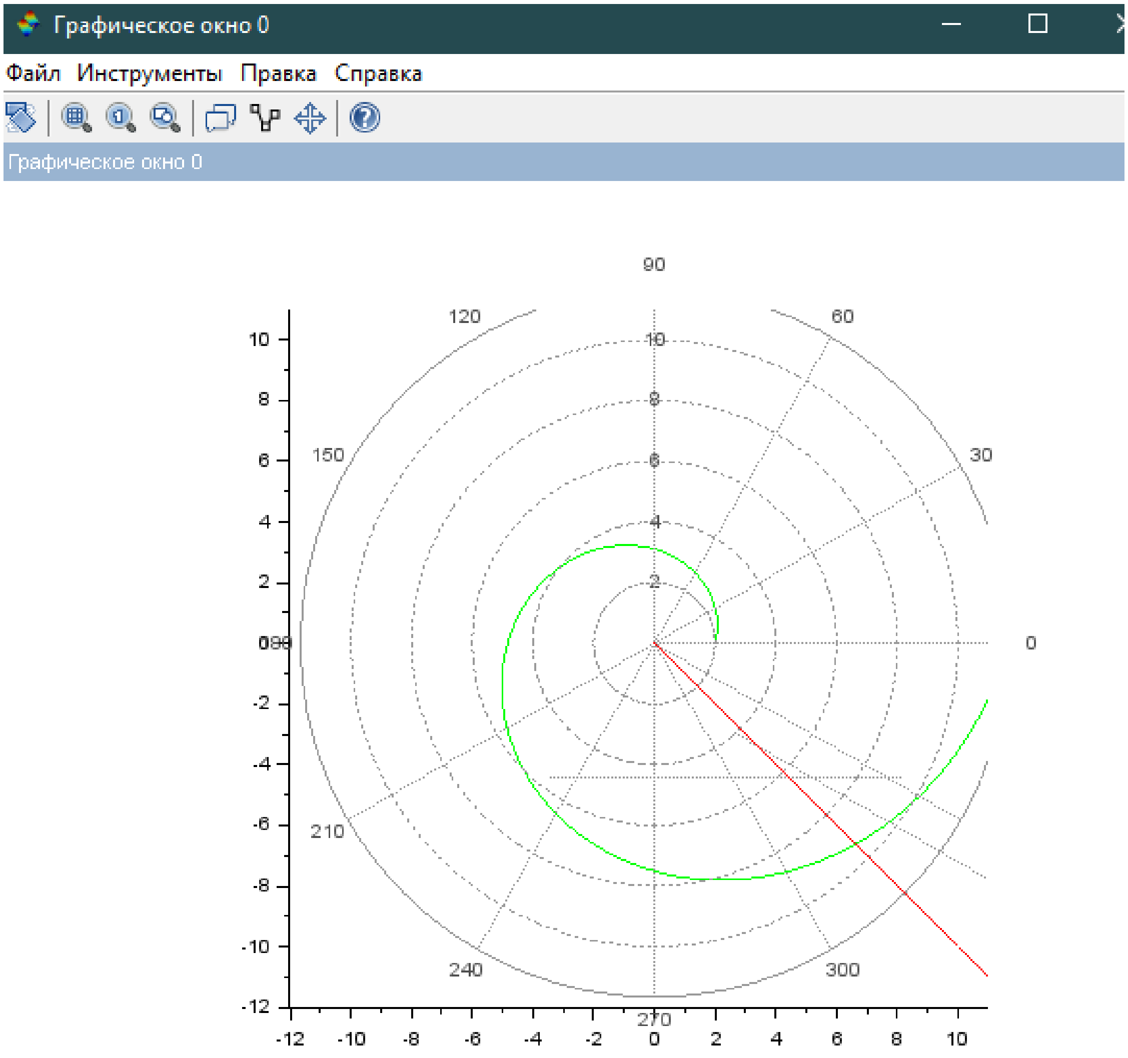

Рисунок 3. Траектории движения катера и лодки для первого случая

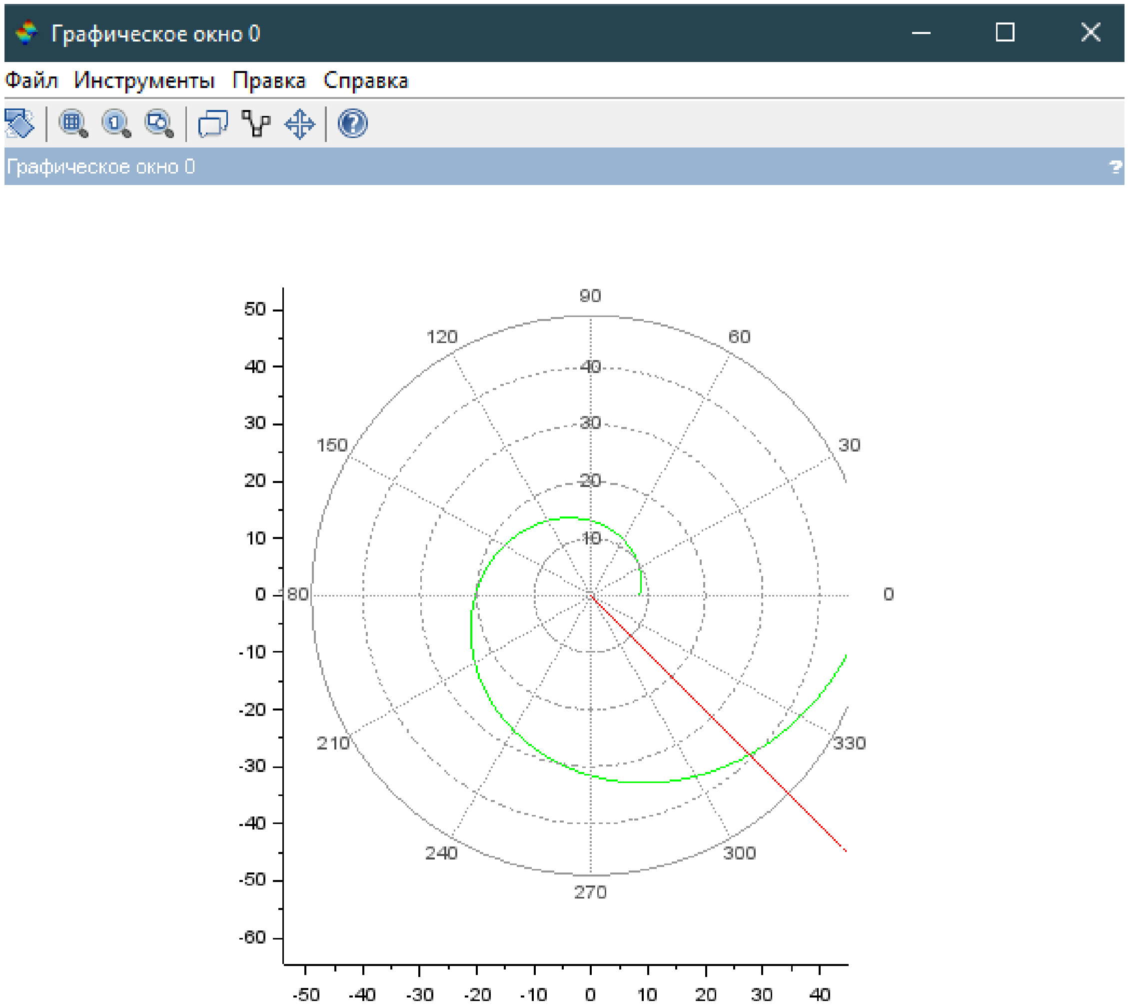

Рисунок 4. Траектории движения катера и лодки для второго случая

3. Нахождение точек пересечения катера и лодки

Найденные точки пересечения катера и лодки для двух случаев:

3.1. Для первого случая точка пересечения имеет примерные координаты (6,65; -6,65) (см. рис. -@fig:005).

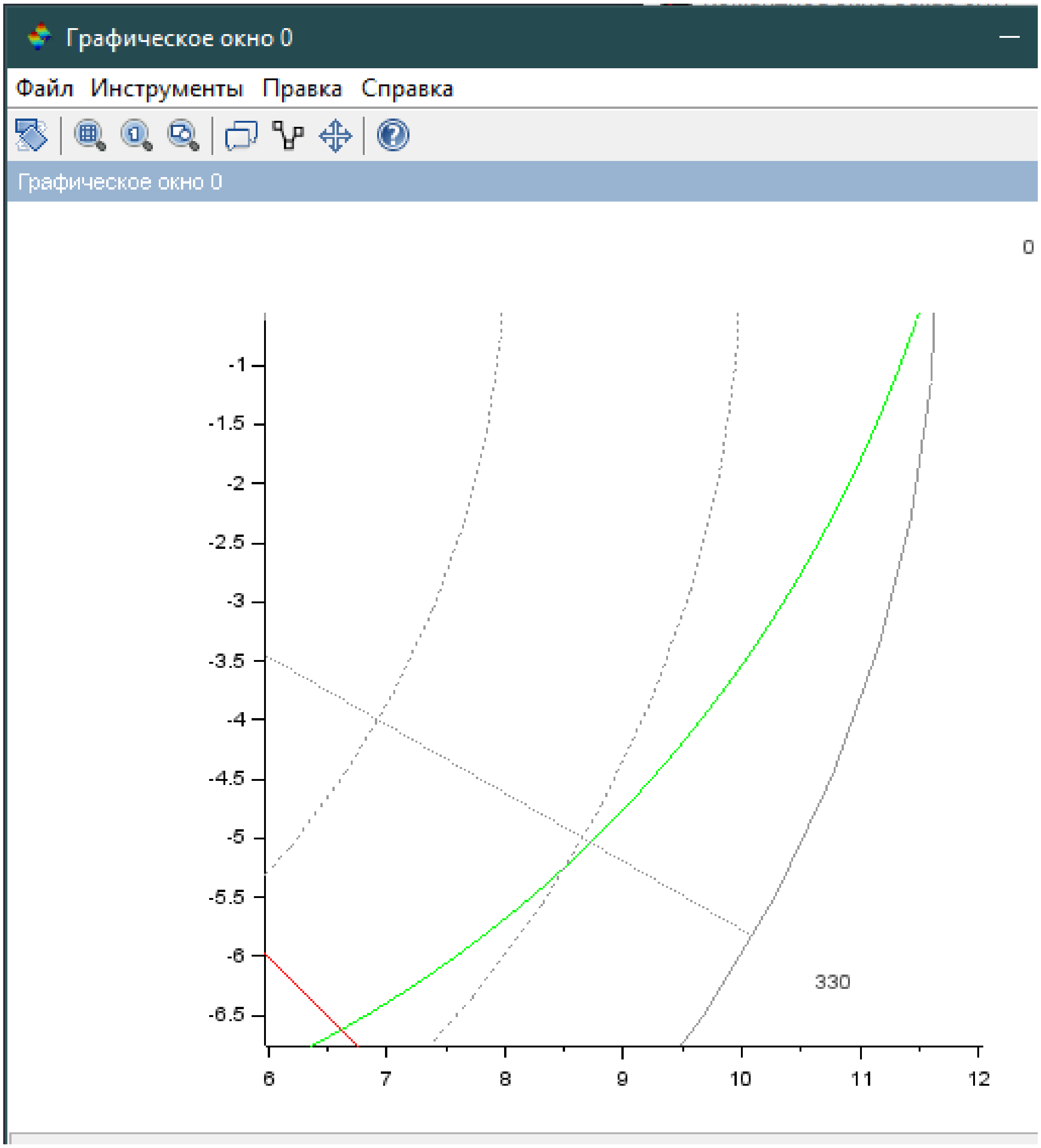

Рисунок 5. Траектории движения катера и лодки для второго случая

3.2. Для второго случая точка пересечения имеет примерные координаты (27,8; -27,8) (см. рис. -@fig:006).

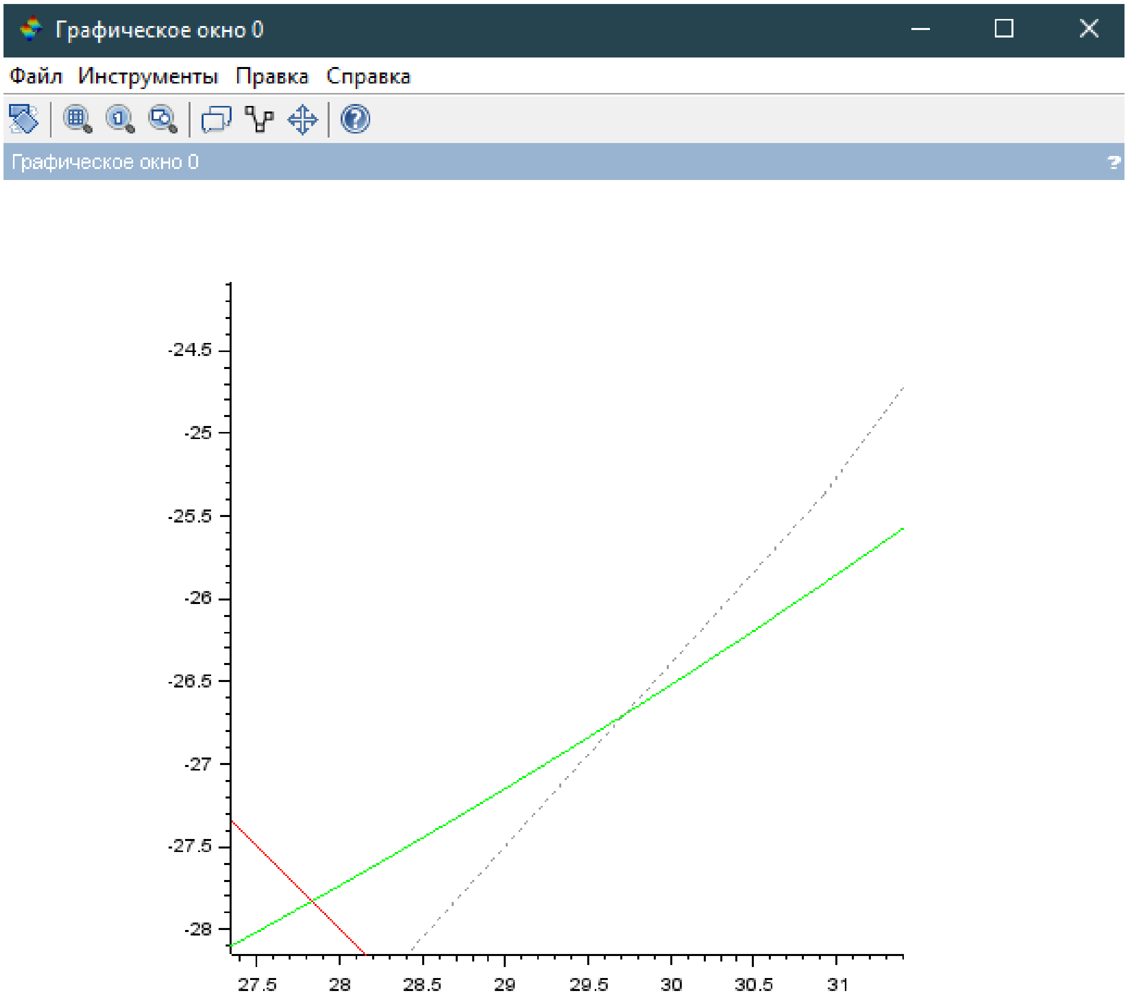

Рисунок 6. Траектории движения катера и лодки для второго случая

Вывод

Рассмотрели построение математических моделей для выбора правильной стратегии решения задач поиска на примере задачи о погоне.

Список литературы

1. Руководство по формуле Cmd Markdown
2. Математическое моделирование при решении задач
3. С.В. Каштаева, Математическое моделирование / Учебное пособие
4. Руководство по оформлению Markdown файлов