Logistique de la vaccination Covid en Belgique (v1.0)

Description générale

Ce projet a pour but d'étudier la question de la distribution optimale d'un vaccin Covid en Belgique.

Avertissement : de nombreuses hypothèses simplificatrices seront faites dans le cadre de cet énoncé. Bien que les données utilisées visent un certain réalisme, les résultats et les conclusions ne doivent en aucun cas être considérées comme applicable à la situation réelle.

On considère le probléme de l'organisation de la logistique de la distribution d'un vaccin unique. A partir d'un entrepôt central, qui reçoit les livraisons du fabricant à intervalles réguliers (et sur lesquelles on n'a pas de prise), il s'agit de décider de la quantité de vaccin à livrer chaque jour à destination de chaque centre de vaccination.

La qualité des décisions à propos des livraisons sera évaluée sur base de leur impact sur la mortalité covid estimée au sein de la population. A cet effet la formulation du problème reposera sur un modèle très simple pour décrire l'évolution de l'épidémie.

L'aspect coût de la campagne de vaccination sera également pris en compte : le coût total de fonctionnement des opérations décidées devra respecter le budget total maximal disponible.

Dans la première partie de ce projet, on considérera une modélisation relativement simple, dont la caractéristique principale est de répartir la population en différentes classes d'âges. La seconde partie intégrera des caractéristiques supplémentaires au modèle pour le rendre plus réaliste.

Organisation. Ce projet comportera deux parties :

I. Analyse de deux modèles simples, à l'aide de l'optimisation linéaire continue (4 semaines)
Remise du rapport : au plus tard le mercredi 7 avril au soir.
Planning suggéré :

Semaine-1 : lecture de la description générale, prise en main de l'outil de résolution (Python-MIP), implémentation de la première formulation linéaire

Semaine-2 : implémentation du modèle complet, examen des résultats, début de la rédaction du rapport

Semaine-3 : analyse post-optimale, examen des variantes, derniers résultats et fin de la rédaction du rapport

II. Analyse de modèles plus sophistiqués, y compris avec des nombres entiers
Remise du rapport : au plus tard le 14 mai soir.

Evaluation. Chaque partie sera comptabilisée approximativement pour la moitié de la note finale du projet. Pour rappel, le projet entre pour un tiers des points de la note finale du cours, et n'est organisé qu'une seule fois durant l'année académique. La note de projet obtenue lors de ce quadrimestre sera aussi comptabiisée lors d'une éventuelle seconde session.

Partie I. Modèles simples – optimisation linéaire continue

Description de la situation à modéliser

La modèlisation de l'épidémie sur laquelle votre formulation sera basée fait les hypothèses suivantes :

1. La population est supposée constante dans le temps, et est divisée en différentes classes d'âge.
2. Dans chaque classe d'âge on distingue deux catégories de personnes : les personnes susceptibles (c'est-à-dire qui peuvent tomber malades) et les autres.
3. On suppose qu'on ne vaccine que les personnes susceptibles, et qu'une personne vaccinée ne peut pas tomber malade ensuite (efficacité de 100% pour le vaccin). On suppose également qu'une certain fraction de chaque classe d'âge refuse de se faire vacciner.
4. Chaque jour, dans chaque classe d'âge, une certaine proportion de la population susceptibles va tomber malade (cette fraction est connue à l'avance, dépend de la classe d'âge, et évolue en fonction du temps). Parmi les malades, une certaine (petite) proportion va décéder, tant que tous les autres malades vont guérir (et ne pourront plus retomber malade).
5. Les personnes non susceptibles sont donc soit en train d'être malades, soit guéries après une maladie, soit vaccinées, soit décédées après une maladie.

Les doses de vaccin sont livrées par le fabricant dans un entrepôt central (on connaît le planning de ces livraisons, en doses par jour, sur toute la durée prévue de la campagne de vaccination). Chaque dose doit être livrée à un centre de vaccination le jour où elle est reçue, et peut être administrée à partir du lendemain. Ces doses peuvent aussi être stockées un certain nombre de jours dans les centres de vaccination jusqu'à leur utilisation effective.

L'ensemble de l'opération de vaccination doit respecter un certain budget total maximal. Les opérations suivantes ont un coût, ainsi qu'une capacité maximale par jour :

1. Livraison dans un centre de vaccination (coût par dose et nombre de doses maximal transportables par jour)
2. Vaccination proprement dite (coût par dose et nombre de doses maximal administrables par jour)
3. Stockage dans les centres de vaccination (coût par dose et par jour et nombre de doses maximal stockables)

L'objectif de l'optimisation consiste à minimiser le nombre total de décès sur la période considérée, en respectant la contrainte de budget.

Questions à traiter

Question I.1. Dans un premier temps, on considère un unique centre de vaccination, et on ne considère pas le possibilité de stocker des doses.

Formulez le problème décrit ci-dessus sous la forme d'une modèle d'optimisation linéaire (en variables continues). Décrivez les variables introduites, la fonction objectif et les contraintes.

Résolvez ce modèle avec les données fournies, et commentez les résultats obtenus.

Question I.2. On introduit à présent la notion de centre de vaccination, en supposant qu'un centre est installé dans chacune des dix provinces belges. La population de chaque province doit alors obligatoirement se faire vacciner dans le centre correspondant. Chaque centre possède ses propres caractéristiques (coûts et capacités maximales), et on y autorise le stockage de doses.

On considère aussi que les caractéristiques de l'épidémie (taux de contamination et de décès) sont distinctes dans chaque province, de sorte de l'évolution épidémiologique y est différente.

Formulez ce nouveau problème sous la forme d'une modèle d'optimisation linéaire (en variables continues). Estimez la taille du modèle (nombre de variables et de contraintes) en fonction des paramètres principaux du problème.

Résolvez ce modèle avec les données fournies, et commentez les résultats obtenus.

Question I.3. En partant de la solution optimale du modèle précédent, sans effectuer de résolution supplémentaire et en vous basant sur la théorie et les informations renvoyées par le solver :

(a) Estimez l'impact d'une augmentation du budget total.

(b) Estimez l'impact de la disponibilité de doses supplémentaire sur la mortalité. Plus spécifiquement, donnez une estimation, potentiellement différente pour chaque jour, de la quantité de doses supplémentaires qui serait nécessaire pour éviter un décès. Commentez.

(c) Estimez l'impact d'une augmentation des différentes capacités maximales présentes dans le problème. A nouveau vos réponses seront exprimée en termes d'augmentations nécessaires pour éviter un décès. Commentez.

Question I.4. Sans les implémenter, expliquez comment vous pourriez ajouter les aspects suivants à votre modèle (tout en le gardant linéaire) :

(a) Possibilité d'acheter des doses supplémentaires : une certaine quantité de doses supplémentaires Q est disponible chaque jour, dont la moitié à un prix unitaire P_1 et l'autre moitié un prix unitaire P_2 supérieur à P_1.

(b) Après la fin de la campagne de vaccination le modèle proposé continue de prédire des contaminations. Comment intégrer au modèle l'estimation du nombre de décès qui résultera sur cette période (sur un horizon de temps potentiellement infini) ?

Question I.5. Le modèle proposé présente plusieurs hypothèses non réalistes. Identifiez en deux parmi celles qui vous semblent les plus problématiques, expliquez pourquoi et si possible indiquez comment cela pourrait être corrigé.

III. Implémentation et résolution des modèles d'optimisation linéaire

Nous vous conseillons d'utiliser le module python Python-MIP : `https://www.python-mip.com`.

Ce module (relativement récent) permet d'écrire de façon assez simple des modèles d'optimisation linéaire et de les résoudre via un solver open-source performant (CBC) ou un solver commercial.

Il propose un *langage de modélisation* qui permet de décrire le problème (variables, objectif et contraintes) de façon assez naturelle, élément par élément, sans vous contraindre à devoir construire vous même le modèle complet sous forme standard ou géométrique (avec des matrices et des vecteurs). Il s'agit selon nous d'un bon compromis entre performances, flexibilité et facilité d'utilisation. Python-MIP permet également de résoudre des modèles d'optimisation linéaire (mixtes) en nombres entiers.

Lien vers les instructions d'installation (via pip) de ce module : `https://docs.python-mip.com/en/latest/install.html`. Le site du module propose aussi une introduction rapide : `https://docs.python-mip.com/en/latest/quickstart.html` ainsi que de nombreux exemples illustrés de modèles : `https://docs.python-mip.com/en/latest/examples.html` (la plupart toutefois en nombres entiers).

IV. Remarques finales

En plus de répondre aux questions posées (en justifiant) et de calculer ce qui est demandé, votre rapport doit commenter votre démarche et vos résultats. On peut par exemple

- représenter les solutions obtenues à l'aide de tables ou de graphiques, calculer des indicateurs statistiques, en commenter la structure et tenter de l'expliquer intuitivement ;
- comparer la solution d'un modèle plus sophistiqué à celle du modèle de base, tenter d'expliquer les différences ;
- expliquer pourquoi on a procédé d'une façon plutôt qu'une autre (ou pourquoi on a posé certaines hypothèses) ;
- ou inclure toute autre observation (ou commentaire) que vous jugez pertinente.

Consignes

1. Le projet se réalise par groupe de trois étudiants (cf. groupes constitués sur Moodle). En cas de difficulté dans un groupe veuillez contacter le titulaire par email (des adaptations sont possibles, mais à condition de les demander rapidement, c'est-à-dire au cours des deux première semaines de travail sur le projet, et pas à une semaine de la date de remise).
2. L'assistant responsable du projet est Guillaume Van Dessel, qui est contactable via *Teams*. Toutes les questions sur le projet doivent être posées via le *Teams* du cours, dans le canal dédié au "projet", et pas par message/mail individuel.
3. Le rapport décrivant le travail effectué est à fournir sous la forme d'un *notebook Python*. Dans ce notebook vous répondez aux questions posées (il est possible d'utiliser des formules LaTeX, d'insérer des images, etc.), implémentez les modèles demandés (en les commentant), calculez puis présentez les résultats obtenus après résolution (avec des tableaux, graphiques, etc.) avant de les commenter. Il est aussi possible de structure votre code en modules.

4. Réferez-vous si nécessaire aux transparents du cours, plus spécifiquement à ceux à propos d'optimisation linéaire (il est inutile de ré-expliquer la théorie dans le rapport).
5. Les groupes peuvent échanger leurs réflexions, partager leurs idées et comparer leurs résultats. Ils ne peuvent pas copier les solutions obtenues ou les programmes informatiques. L'utilisation de toute information ou aide extérieure doit obligatoirement être mentionnée dans le rapport, en citant la source.
6. Le rapport sur la première partie du projet est à envoyer au plus tard le **mercredi 7 avril 2021 à minuit (soir)**, via Moodle, sous la forme d'une archive compressée contenant le notebook et tous les fichiers nécessaires pour le faire fonctionner (code Python, etc.), à l'exception des fichiers de données fournis. Le notebook doit contenir les cellules sous forme déjà évaluée (résultats, tableaux, graphiques, etc.), mais doit pouvoir également être ré-évalué en entier.
7. Commencez à travailler dès que possible, n'attendez pas la dernière semaine ! Poser et formuler le problème peut prendre du temps, de même que se familiariser avec les outils Python et le langage de modélisation Python-MIP.

Changelog

◇ 12/3/2021 (v1.0) : publication de la version initiale de l'énoncé, contenant la description de la première partie