שתי הנחות יסוד:

- מהירות האור קבועה בכל מערכות הייחוס
- חוקי הפיזיקה נשמרים בכל המערכות האינרציאליות

מסקנות חשובות:

- איבוד הסימולטניות (מה שקורה "בו זמנית" במערכת אחת לא בהכרח קורה "בו זמנית" במערכת אחרת).
- התקצרות האורך.
- התארכות הזמן

במערכת המנוחה של החלקיק מקבלים את הזמן העצמי (שהוא הזמן הקצר ביותר) ואת האורך הארוך ביותר.

במעבר לכל מערכת אחרת נקבל: $t = \gamma\tau$, $L = \frac{L_{propper}}{\gamma}$

נסיק שהאינטרוול $ds^2 = c^2t^2 - \vec{x}^2$ הוא גודל אינוואריאנטי ונכתוב את הטרנס' שמשמרת אותו, זוהי טרנס' לורנץ:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\ , \quad -1 < \ \beta = \frac{v}{c}\ < 1$$

$$\tanh(\zeta) = \beta, \quad \cosh(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{1-tanh^2(\zeta)}} = \gamma,$$

מ O' ל O	מ O ל O'
$x = \gamma(x' + \beta ct')$ $y = y'$ $z = z'$ $ct = \gamma(ct' + \beta x')$	$x' = \gamma(x - \beta ct)$ $y = y'$ $z = z'$ $ct' = \gamma(ct - \beta x)$
	$x_0' = x_0 \cosh\zeta - x_1 \sinh\zeta$ $x_1' = -x_0 \sinh\zeta + x_1 \cosh\zeta$

נשים לב שהטרנס' ההופכית נתונה ע"י $-\beta$.

בגבול בו $v \ll c$ $\gamma \to 1, \beta \to 0,$ מקבלים חזרה את טרנס' גליליאו.

הצגה מטריצית: $(x_0 = ct)$

$$\begin{pmatrix} x_0' \\ x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

במקרה בו התנועה בין המערכות אינה רק בציר X נוכל להשתמש בטרנס':

$$x_0' = \gamma(x_0 - \boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{x})$$

$$\boldsymbol{x}' = \boldsymbol{x} + \frac{(\gamma-1)}{\beta^2}(\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{x})\boldsymbol{\beta} - \gamma\boldsymbol{\beta}x_0$$

האינוואריאנטיות של האינטרוול מבטיחה ש**הסיבתיות** נשמרת בכל מערכת ייחוס.

מרחב מינקובסקי והצגה גרפית של הטרנספורמציה

מאורעות מופרדים זמנית

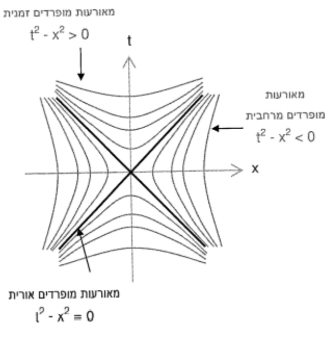
1. האינטרוול חיובי: $(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 > 0$
2. קיימת מערכת בה שני המאורעות הם באותו המיקום בחלל.
3. בכל המערכות שני האירועים יתרחשו בזמנים שונים.
4. מאורע אחד יכול היה להיות הסיבה של המאורע השני.

מאורעות מופרדים מרחבית

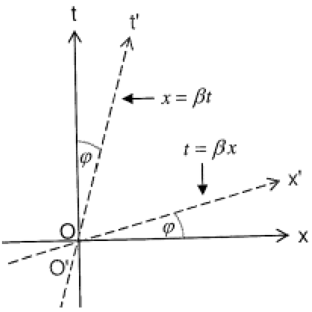
1. האינטרוול שלילי: $(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 < 0$
2. קיימת מערכת בה שני המאורעות נצפו באותו הזמן.
3. בכל המערכות שני האירועים יתרחשו במקומות שונים
4. מאורע אחד לא יכול היה להיות הסיבה של המאורע השני

מאורעות מופרדים אורית

1. האינטרוול מתאפס: $(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = 0$
2. בכל המערכות שני האירועים יתרחשו בזמנים שונים.
3. בכל המערכות שני האירועים יתרחשו במקומות שונים.
4. מאורע אחד יכול לגרום למאורע שני רק ע"י מעבר של אור.



איור ג-17: אופק הטרנספורמציה



הצירים של מערכת **'O** נתונים ע"י:

$x' = 0 = \gamma(x - \beta ct) \to x = \beta ct$

$ct' = 0 = \gamma(ct - \beta x) \to ct' = \beta x$

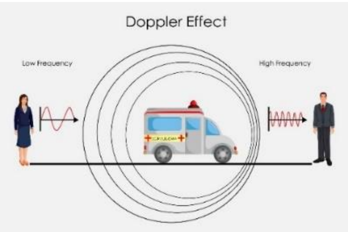
ואת הזווית בין הצירים נקבל ע"י:

$\tan(\phi) = \frac{x}{ct} = \beta$

נשים לב שהצירים לא מכוילים אותו הדבר:

$(x', ct') = (1,0) \to (x, ct) = (\gamma, \gamma\beta)$

אפקט דופלר+אפקט דופלר היחסותי



התרחקות גורמת להסטה לאדום (תדר נמוך יותר).

טיפ מאטמו: השקיעות הן אדומות כי אנחנו רואים רק את הגלים הארוכים ביותר, שהם בעלי התדירות הנמוכה ביותר.

אם מנתחים את התנועה של צופה מתקרב ומשדר מתקרב מקבלים תוצאות שונות:

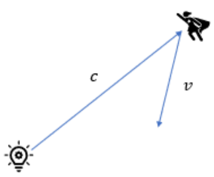
צופה מתקרב: $T' = t_2' - t_1' = T(1-\beta)$

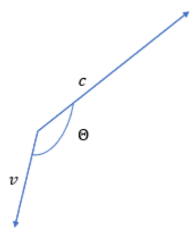
משדר מתקרב: $T' = t_2' - t_1' = \frac{T}{1-\beta}$

אם מתחשבים בהתארכות הזמן מקבלים שההסטה עקב התנועה היא: $\gamma T(1-\beta) = \frac{T}{\gamma(1-\beta)} = T\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$

במקרה הכללי נוכל לכתוב: $f' = \gamma f(1 - \beta cos\theta)$

כש-θ היא הזווית בין וקטור התפשטות הגל לוקטור המהירות:





פרדוקסים ודגשים:

פרדוקס החנייה/סופרמן נכנס לקיר:

	אורך המכונית	אורך מפרץ החנייה
מע' המכונית	4 מ'	?
מע' הרחוב	?	6 מ'

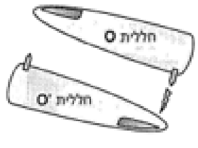
נשים לב **שהאורכים שנתונים לנו הם במערכת המנוחה שלהם**. כדי למצוא את האורך במערכת השנייה נשתמש בהתקצרות לורנץ: $6 = \gamma x' \to x' = 3$

פרדוקס החלליות:

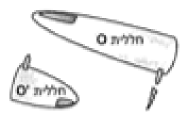
חללית O יורה לעבר חללית O', האם תפגע בה?

המאורעות A: אף חללית O' מול זנב חללית O ו- B

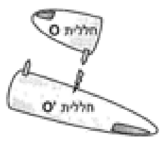
הלייזר יורה הם סימולטניים במערכת של החללית O, אך לא במערכת של חללית ב'.



איור ד-13: טקטיקת הפעולה של מפקד החללית O



איור ד-14: התכווצות האורך שלא נלקחה בחשבון



איור ד-15: המצב כפי שרואה אותו מפקד החללית O'

פרדוקס התאומים:

איך ייתכן שהתאום שנוסע הוא גם צעיר יותר וגם מבוגר יותר מאחיו שנשאר?

המערכת של האח שנוסע היא לא אינרציאלית (הוא מאיץ במהלך הסיבוב) ולכן האח שנוסע חוזר צעיר יותר.

חיבור מהירויות והצגה היפרבולית

נניח חלקיק שנע במהירות u' יחסית למערכת O' שבעצמה נעה במהירות v יחסית למערכת O, מה תהיה המהירות של החלקיק במערכת O? נסמנה ב- u.

תמיד נוכל להניח ששתיים ממערכות הצירים שלנו מקבילות ולפרק את המהירות הנותרת לרכיב מקביל וניצב:

$$u_\parallel = \frac{u'_\parallel + v}{1 + \frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{u}'}{c^2}} \qquad \boldsymbol{u}_\perp = \frac{\boldsymbol{u}'_\perp}{\gamma_v\left(1 + \frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{u}'}{c^2}\right)}$$

במקרה בו כל המהירויות מקבילות נוכל להשתמש פשוט בכלל לפיו: $\beta_1 \oplus \beta_2 = \frac{\beta_1+\beta_2}{\beta_1\beta_2+1}$

נמצא את γ_u:

$$\gamma_u \boldsymbol{u}_\perp = \gamma_{u'} \boldsymbol{u}'_\perp$$
$$\gamma_u u_\parallel = \gamma_{u'}\gamma_v(u'_\parallel + v) = \gamma_v(\gamma_{u'} u'_\parallel + \beta_v \gamma_{u'} c)$$

ארבע וקטורים

נורמה $\left\|\boldsymbol{A}^{(4)\prime}\right\|^2 \triangleq {A'_0}^2 - |\boldsymbol{A}'|^2 = A_0^2 - |\boldsymbol{A}|^2 \triangleq \left\|\boldsymbol{A}^{(4)}\right\|^2$

מכפלה סקלרית $(A_0, \boldsymbol{A}) \cdot (B_0, \boldsymbol{B}) \triangleq A_0 B_0 - \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$

נוכל למצוא את המהירות ע"י גזירת המיקום לפי הזמן העצמי

$$U_0 = \frac{dx_0}{d\tau} = \frac{dx_0}{dt}\frac{dt}{d\tau} = \gamma_u c$$

$$\boldsymbol{U} = \frac{d\boldsymbol{x}}{d\tau} = \frac{d\boldsymbol{x}}{dt}\frac{dt}{d\tau} = \gamma_u \boldsymbol{u}$$

התאוצה:
$$(A_0, \boldsymbol{A}) = \left(\gamma_u^4 \frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{u}}{c}, \gamma_u^2 \boldsymbol{a} + \gamma_u^4 \frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{u}}{c^2}\boldsymbol{u}\right)$$

מסת המנוחה-m_0 המסה במערכת העצמית של החלקיק

המסה במערכת כלשהיא תהיה $m = \gamma_u m_0$

אם נכפול את רכיב האפס של הארבע-תנע ב-C נקבל:

$E = mc^2$

ונוכל לומר שהארבע תנע הוא: $p^{(4)} = \left(\frac{E}{c}, m\boldsymbol{u}\right) = \left(\frac{E}{c}, \boldsymbol{p}\right)$

אנרגיה קינטית: $E_k = mc^2 - m_0c^2 = (\gamma - 1)m_0c^2$

כשm_0c^2 היא אנרגיית המנוחה.

הנורמה של הארבע-תנע היא m_0c ולכן נוכל לומר ש: $m_0 = \frac{\|p^{(4)}\|}{c}$

במערכת מרכז המסה התנע הוא עדיין 0. מעבר למע' מרכז המסה נעשה ע"י: $\vec{\beta} = \frac{c}{E}\vec{P}$

אנרגיית קשר

אנרגיית קשר חיובית: מכיוון שהאנרגיה של המערכת נשמרת, המסה של המערכת עם הקפיץ המכווץ גדולה יותר מאשר מסת שני הגופים.

אנרגיית קשר שלילית: באטום המימן, מכיוון שיש משיכה בין האלקטרון לפרוטון, המסה של האטום קטנה מסכום המסות של האלקטרון והפרוטון.

נשים לב ש $u = \frac{p}{\gamma_u m_0} = \frac{p}{E/c^2}$ עבור $u = c$ נקבל $E = \frac{p}{c}$

ומסת המנוחה תתאפס.

פוטון הנע ימינה במערכת O: $p^{(4)} = \frac{1}{c}(E, E)$

ייראה במערכת O' כ: $E' = \gamma(1-\beta)E = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\,E$

נזהה את הקשר כאפקט דופלר ונשים לב שיש קשר בין האנרגיה לתדר של הפוטון: $E = hf$

לפוטון אחד אמנם אין מסה, אך לשני פוטונים יש מסה.

תהליכים פיזיקליים אפשריים:

- אינהלציה(איון)
- גם התהליך ההפוך אפשרי
- חלקיק בודד יכול להתאיין וליצור **זוג פוטונים**, אבל יש לשים לב לשימור של תכונות נוספות: מטען, תנ"ז
- לא ייתכן איון של חלקיק מסי בודד או מערכת חלקיקים מסיים **לפוטון בודד**

אפקט קומפטון

זרם של פוטונים פוגע בשכבה דקה של חומר ומתפזר באורכי גל שונים עקב התנגשות עם אלקטרונים בחומר.

$$\Delta\lambda \triangleq \tilde{\lambda} - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) \triangleq \lambda_{C,e}(1 - \cos\theta)$$

ו$\lambda_{c,e}$ הוא אורך גל של פוטון עם אנרגיה $E = m_e c^2$

פורמליזם קו/קונטרה וריאנטי

וקטור קו-וריאנטי עובר טרנס': $B'_\alpha = \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\alpha} B_\beta$

וקטור קונטרה וריאנטי עובר כך: $A'^\alpha = \frac{\partial x'^\alpha}{\partial x^\beta} A^\beta$

המטריקה של מרחב מינקובסקי מוגדרת כ:
$$g_{\alpha\beta} g^{\alpha\beta} = \delta_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

לוקטור הקונטרה-וריאנטי (A^0, A^1, A^2, A^3) יש שותף קו-וריאנטי $(A_0, A_1, A_2, A_3) = (A^0, -A^1, -A^2, -A^3)$ שמכפלה סקלרית ביניהם תיתן את הנורמה (ובמקרה של וקטור הקואו'-את האינטרוול): $ds^2 = A_0^2 - \vec{A}^2$

וקטור הנגזרות $\frac{\partial}{\partial x^0}, \frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial x^2}, \frac{\partial}{\partial x^3}$ הוא קו-וריאנטי.

וקטורים קו-וריאנטיים עוברים עם טרנס' לורנץ וקונטרה-וריאנטיים עם לורנץ ההפוכה.