שתי הנחות יסוד:

- מהירות האור קבועה בכל מערכות הייחוס
- חוקי הפיזיקה נשמרים בכל המערכות האינרציאליות

מסקנות חשובות:

- איבוד הסימולטניות (מה שקורה "בו זמנית" במערכת אחת לא בהכרח קורה "בו זמנית" במערכת אחרת).
- התקצרות האורך.
- התארכות הזמן

במערכת המנוחה של החלקיק מקבלים את הזמן העצמי (שהוא הזמן הקצר ביותר) ואת האורך הארוך ביותר.

במעבר לכל מערכת אחרת נקבל: $t=\gamma\tau$, $L=\frac{L_{propper}}{\gamma}$

נסיק שהאינטרוול $s^2=c^2t_{12}^2-|\overrightarrow{x_{12}}|^2$ הוא גודל אינוואריאנטי- מבטיח ש**הסיבתיות** נשמרת בכל מערכת ייחוס. נכתוב את הטרנס' שמשמרת אותו, זוהי טרנס' לורנץ:

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\ ,\quad -1<\ \beta=\frac{v}{c}\ <1$$

$$\tanh(\zeta)=\beta,\quad \cosh(\zeta)=\frac{1}{\sqrt{1-tanh^2(\zeta)}}=\gamma,$$

מ O ל O'	מ O' ל O (טרנס' הפוכה)
$x'=\gamma(x-\beta ct)$ $y=y'$ $z=z'$ $ct'=\gamma(ct-\beta x)$	$x=\gamma(x'+\beta ct')$ $y=y'$ $z=z'$ $ct=\gamma(ct'+\beta x')$
$x_0'=x_0\cosh\zeta-x_1\sinh\zeta$ $x_1'=-x_0\sinh\zeta+x_1\cosh\zeta$	

נשים לב שהטרנס' ההופכית נתונה ע"י $-\beta$.

בגבול בו $\gamma\to 1,\beta\to 0,\ v\ll c$ מקבלים חזרה את טרנס' גלילאו. הצגה מטריצית: $(x_0=ct)$

$$\begin{pmatrix}x_0'\\x_1'\\x_2'\\x_3'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\gamma&-\gamma\beta&0&0\\-\gamma\beta&\gamma&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_0\\x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$$

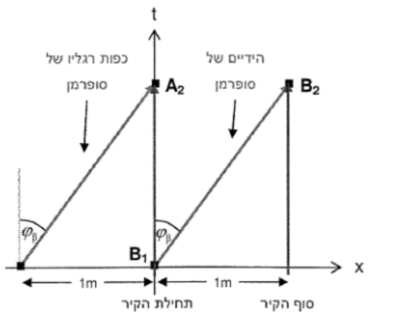
במקרה בו התנועה בין המערכות אינה רק בציר X נוכל להשתמש בטרנס':

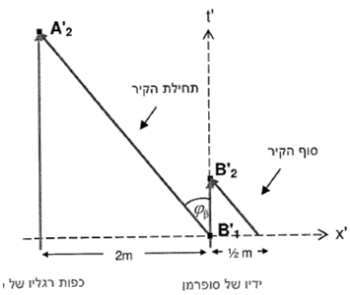
$$x_0'=\gamma(x_0-\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{x})$$

$$\boldsymbol{x}'=\boldsymbol{x}+\frac{(\gamma-1)}{\beta^2}(\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{x})\boldsymbol{\beta}-\gamma\boldsymbol{\beta}x_0$$

זה וקטור, מכיל בתוכו רכיב מקביל וניצב. אם רוצים כל אחד בנפרד עדיף לורנץ רגיל

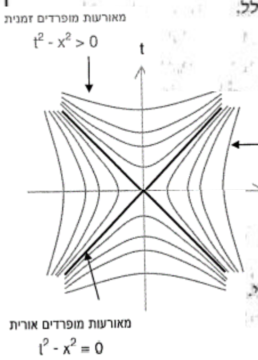
גרף שמתאר את קווי החיים של שני גופים במע' שונות. נזכור שגוף אחד תמיד במנוחה (קווים ישרים) ושלמיקום נקודות החיתוך יש חשיבות (רואים אם אין\יש סימולטניות)





מאורעות מופרדים זמנית

1. האינטרוול חיובי: $(\Delta t)^2-(\Delta x)^2>0$
2. קיימת מערכת בה שני המאורעות הם באותו המיקום בחלל.
3. בכל המערכות שני האירועים יתרחשו בזמנים שונים.
4. מאורע אחד יכול היה להיות הסיבה של המאורע השני.



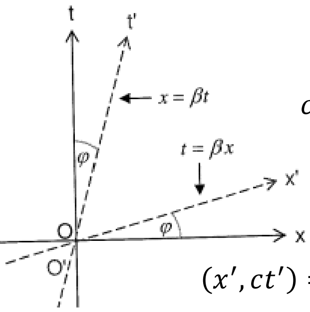
מאורעות מופרדים מרחבית

1. האינטרוול שלילי: $(\Delta t)^2-(\Delta x)^2<0$
2. קיימת מערכת בה שני המאורעות נצפו באותו הזמן.
3. בכל המערכות שני האירועים יתרחשו במקומות שונים.
4. מאורע אחד לא יכול היה להיות הסיבה של המאורע השני.

מאורעות מופרדים אורית

1. האינטרוול מתאפס: $(\Delta t)^2-(\Delta x)^2=0$
2. בכל המערכות שני האירועים יתרחשו בזמנים שונים.
3. בכל המערכות שני האירועים יתרחשו במקומות שונים.
4. מאורע אחד יכול לגרום למאורע שני רק ע"י מעבר של אור.

מרחב מינקובסקי והצגה גרפית של הטרנספורמציה



הצירים של מערכת O' נתונים ע"י:

$$x'=0=\gamma(x-\beta ct)\to x=\beta ct$$

$$ct'=0=\gamma(ct-\beta x)\to ct=\beta x$$

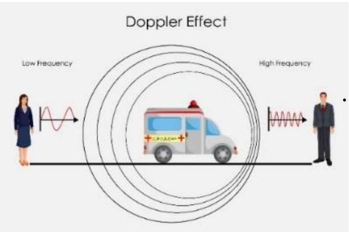
ואת הזווית בין הצירים נקבל ע"י:

$$\tan(\phi)=\frac{x}{ct}=\beta$$

נשים לב שהצירים לא מכוילים אותו דבר

$$(x',ct')=(1,0)\to(x,ct)=(\gamma,\gamma\beta)$$

אפקט דופלר קלאסי+יחסותי



התרחקות =הסטה לאדום=תדר נמוך.

התקרבות= הסטה לכחול=תדר גבוהה.

עבור תנועה של צופה מתקרב ומשדר מתקרב מקבלים תוצאות שונות

בצורה **הקלאסית:**

צופה מתקרב: $T'=t_2'-t_1'=\frac{T}{1+\beta}$

מקור מתקרב: $T'=t_2'-t_1'=T(1-\beta)$

צופה מתרחק: $\frac{T}{1-\beta}$ מקור מתרחק: $T(1+\beta)$

אם מתחשבים בהתארכות הזמן, עבור התרחקות מקבלים שהסטת דופלר היא: $T'=\gamma T(1+\beta)=\frac{T}{\gamma(1-\beta)}=T\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$

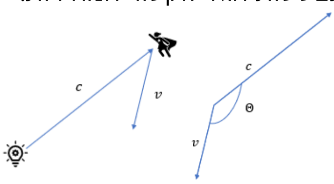
*הכפל בגמא-נזכור שנרצה להשוות **שני זמנים עצמיים**, ונבין אם זמן עצמי נמדד עבור מקור או צופה בכל אחד מהמקרים.

במקרה הכללי נוכל לכתוב: $f'=\gamma f(1-\beta cos\theta)$

כש-θ היא הזווית בין וקטור התפשטות הגל לוקטור המהירות:

$\theta=0$ התרחקות "טהורה"

$\theta=180$ התקרבות "טהורה"



פרדוקס התאומים:

איך ייתכן שהתאום שנוסע הוא גם צעיר יותר וגם מבוגר יותר מאחיו שנשאר?

המערכת של האח שנוסע היא לא אינרציאלית (הוא מאיץ במהלך הסיבוב) ולכן האח שנוסע חוזר צעיר יותר.

פרדוקסים ודגשים:

פרדוקס החנייה/סופרמן נכנס לקיר:

	אורך המכונית	אורך מפרץ החנייה
מע' המכונית	4 מ'	?
מע' הרחוב	?	6 מ'

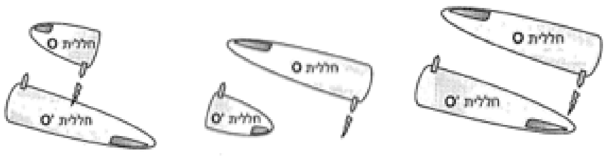
נשים לב **שהאורכים שנתונים לנו הם במערכת המנוחה שלהם**. כדי למצוא את האורך במערכת השנייה נשתמש בהתקצרות לורנץ: $6 = \gamma x' \to x' = 3$

במדידות ארוך תמיד נדרוש שזמני המדידה שווים.

פרדוקס החלליות:

חללית O יורה לעבר חללית O', האם תפגע בה?

המאורעות A: אף חללית O' מול זנב חללית O ו- B הלייזר יורה הם סימולטניים במערכת של החללית O, אך לא במערכת של חללית ב'.



איור ד-13: טקטיקת הפעולה של מפקד החללית O

איור ד-14: התכווצות האורך שלא נלקחה בחשבון

איור ד-15: המצב כפי שרואה אותו מפקד החללית O'

חיבור מהירויות והצגה היפרבולית

ניח טיל שנע במהירות u' יחסית לחללית (O') שבעצמה נעה במהירות v יחסית לכדה"א (O), מה תהיה המהירות של הטיל במערכת כדה"א(O)? נסמנה ב- u .

תמיד נוכל להניח ששתיים ממערכות הצירים שלנו מקבילות ולפרק את המהירות הנותרת לרכיב מקביל וניצב:

$$u_\perp = \frac{u'_\perp}{\gamma_v\left(1+\frac{v\cdot u'}{c^2}\right)} \qquad u_\parallel = \frac{u'_\parallel + v}{1+\frac{v\cdot u'}{c^2}}$$

במקרה בו כל המהירויות מקבילות נוכל להשתמש פשוט בכלל **לפיו:** $\beta = \beta_1 \oplus \beta_2 = \frac{\beta_1+\beta_2}{\beta_1\beta_2+1}$

בדומה לטרנס' גלילאי, ניתן לחסר מהירויות עם אותן נוסחאות, ע"י החלפת סימן והחלפה בין האותיות המתאימות.

$$\beta_1 = \beta \ominus \beta_2 = \frac{\beta-\beta_2}{1-\beta\beta_2}$$

נמצא את γ_u:

$$\gamma_u u_\perp = \gamma_{u'} u'_\perp$$

$$\gamma_u u_\parallel = \gamma_{u'}\gamma_v(u'_\parallel + v) = \gamma_v(\gamma_{u'} u'_\parallel + \beta_v\gamma_{u'}c)$$

$$\dot{\gamma_u} = \frac{\gamma_u^3}{c^2}\vec{a}\cdot\vec{u}$$

ארבע וקטורים

נורמה $\left\|A^{(4)'}\right\|^2 \triangleq {A'_0}^2 - |A'|^2 = A_0^2 - |A|^2 \triangleq \left\|A^{(4)}\right\|^2$

מכפלה סקלרית $(A_0, \boldsymbol{A})\cdot(B_0, \boldsymbol{B}) \triangleq A_0B_0 - \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$

נוכל למצוא את המהירות ע"י גזירת המיקום לפי הזמן העצמי

$$U_0 = \frac{dx_0}{d\tau} = \frac{dx_0}{dt}\frac{dt}{d\tau} = \gamma_u c$$

$$\boldsymbol{U} = \frac{d\boldsymbol{x}}{d\tau} = \frac{d\boldsymbol{x}}{dt}\frac{dt}{d\tau} = \gamma_u \boldsymbol{u}$$

התאוצה: $(A_0, \boldsymbol{A}) = \left(\gamma_u^4 \frac{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{u}}{c}, \gamma_u^2\boldsymbol{a} + \gamma_u^4\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{u}}{c^2}\boldsymbol{u}\right)$

מסת המנוחה m_0-המסה במערכת העצמית של החלקיק

המסה במערכת כלשהיא תהיה $m = \gamma_u m_0$

אם נכפול את רכיב האפס של הארבע-תנע ב-c נקבל: $E = mc^2$.

ונוכל לומר שהארבע תנע הוא: $p^{(4)} = \left(\frac{E}{c}, m\boldsymbol{u}\right) = \left(\frac{E}{c}, \boldsymbol{p}\right)$

אנרגיה קינטית: $E_k = mc^2 - m_0c^2 = (\gamma-1)m_0c^2$

$$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4 \qquad m^2c^4 = m_0^2c^4 + p^2c^2$$

כשm_0c^2 היא אנרגיית המנוחה.

הנורמה של הארבע-תנע היא m_0c ולכן נוכל לומר ש: $m_0 = \frac{\|p^{(4)}\|}{c}$

במערכת מרכז המסה התנע הוא עדיין 0. מעבר למע' מרכז המסה נעשה ע"י: $\vec{\beta} = \frac{c}{E}\vec{P}$

אנרגיית קשר

<u>אנרגיית קשר חיובית</u>: מכיוון שהאנרגיה של המערכת נשמרת, המסה של המערכת עם הקפיץ המכווץ גדולה יותר מאשר מסת שני הגופים. באופן כללי הגדלת אנרגיה (ביצוע עבודה) שקול להגדלת מסה.

<u>אנרגיית קשר שלילית</u>: באטום המימן, מכיוון שיש משיכה בין האלקטרון לפרוטון, המסה של האטום קטנה מסכום המסות של האלקטרון והפרוטון- נפלט פוטון-אנרגיה לשדה הקרינה.

נשים לב ש $u = \frac{p}{\gamma_u m_0} = \frac{p}{E/c^2}$ עבור $u = c$ נקבל $p = \frac{E}{c}$ ומסת המנוחה תתאפס.

פוטון הנע ימינה במערכת O: $p^{(4)} = \frac{1}{c}(E, E)$

ייראה במערכת O' כ: $E' = \gamma(1-\beta)E = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}E$

נזהה את הקשר כאפקט דופלר ונסיק שיש קשר בין האנרגיה לתדר של הפוטון: $E = hf$

לפוטון אחד אמנם אין מסה, אך לשני פוטונים יש מסה.

תהליכים פיזיקליים אפשריים:

- אינהלציה(איון)
- גם התהליך ההפוך אפשרי
- חלקיק בודד יכול להתאיין וליצור **זוג פוטונים**, אבל יש לשים לב לשימור של תכונות נוספות: מטען, תנ"ז
- לא ייתכן איון של חלקיק מסי בודד או מערכת חלקיקים מסיים **לפוטון בודד**

אפקט קומפטון

זרם של פוטונים פוגע בשכבה דקה של חומר ומתפזר באורכי גל שונים עקב התנגשות עם אלקטרונים בחומר.

$$\Delta\lambda \triangleq \tilde{\lambda} - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta) \triangleq \lambda_{C,e}(1-\cos\theta)$$

ו$\lambda_{c,e}$ הוא אורך גל של פוטון עם אנרגיה $E = m_ec^2$

פורמליזם קו/קונטרה וריאנטי

וקטור קו-וריאנטי עובר טרנס': $B'_\alpha = \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\alpha}B_\beta$

וקטור קונטרה וריאנטי עובר כך: $A'^\alpha = \frac{\partial x'^\alpha}{\partial x^\beta}A^\beta$

המטריקה של מרחב מינקובסקי מוגדרת כ: $g_{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ 0 & & & -1 \end{pmatrix}$

לווקטור הקונטרה-וריאנטי יש "שותף" קו-וריאנטי $(A_0, A_1, A_2, A_3) = (A^0, -A^1, -A^2, -A^3)$ שמכפלה סקלרית ביניהם תיתן את הנורמה (ובמקרה של 4 וקטור המיקום את האינטרוול): $ds^2 = A_0^2 - \vec{A}^2$

וקטור הנגזרות $\frac{\partial}{\partial x^0}, \frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial x^2}, \frac{\partial}{\partial x^3}$ הוא קו-וריאנטי. ניתן להגדיר נגזרת קונטרה על ידי הכפלה במטריקה.

וקטורים קונטרה-וריאנטים עוברים עם טרנס' לורנץ וקו-וריאנטים עם לורנץ ההפוכה.