ESERCITAZIONE 0

1) S_3 ha $3!$ elt:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

→ identità

cicliche

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

se un numero va in se stesso non c'è bisogno di rappresentarlo: $(1,2)$

tabella moltiplicativa:

$\cdot$	e	$(1,2)$	$(2,3)$	$(1,3)$	$(1,2,3)$	$(1,3,2)$
e	e	$(1,2)$	$(2,3)$	$(1,3)$	$(1,2,3)$	$(1,3,2)$
$(1,2)$	$(1,2)$	e	$(1,2,3)$	$(1,2,3)$	$(1,2)$	$(1,3,2)$
$(2,3)$	$(2,3)$	$(1,2,3)$	e	$(1,2,3)$	$(2,3)$	$(1,2)$
$(1,3)$	$(1,3)$	$(1,2,3)$	$(1,2,3)$	e	$(1,3)$	$(1,3,2)$
$(1,2,3)$	$(1,2,3)$	$(1,3,2)$	$(1,3,2)$	$(2,3)$	e	e
$(1,3,2)$	$(1,3,2)$	$(2,3)$	$(1,3,2)$	$(1,2)$	$(1,2,3)$	$(1,2,3)$

dovrebbero essere giuste

parto sempre dallo stesso lato.

$$\begin{matrix} 1 & & 2 & & 1 & & \\ 2 & \to & 1 & \to & 2 & \Rightarrow & e \\ 3 & & 3 & & 3 & & \end{matrix}$$

S_3 è generato da elementi σ, τ tali che:

$\sigma^2 = 1$ e $\tau^3 = 1$ e

$\sigma\tau = \tau^2\sigma = \sigma\tau\tau = \sigma\tau^2\tau = \sigma\tau^2\tau^2 = \sigma\tau^4 = \sigma\tau\tau^3 = \sigma\tau$

2)

$$\sigma \circ \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

3) $xyz = 1$. $yzx = 1$? $yxz = 1$?

$\forall\, x, y, z \in G$ gruppo

$(xy)z = 1 \Rightarrow (xy)zz^{-1} = 1z^{-1} \Rightarrow xy = z^{-1}$

$\Rightarrow xyy^{-1} = y^{-1}z^{-1} \Rightarrow x = y^{-1}z^{-1}$

$\Rightarrow xyz = yzy^{-1}z^{-1} \Rightarrow xyz = 1$

procedimento valido anche per l'altro caso.

4) $(G, \cdot)$, $(G^\circ, \circ) \mid a \circ b := b \cdot a$. G° gruppo?

dimostrare associatività, elt neutro e inverso.