

Esercitazione 0

1) S_3 ha $3!$ elt:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

↘ identità ↗

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{cicliche}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

se un numero va in se stesso non c'è bisogno di rappresentarlo: $(1, 2)$

tabella moltiplicativa:

\cdot	e	$(1, 2)$	$(2, 3)$	$(1, 3)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 3, 2)$
e	e	$(1, 2)$	$(2, 3)$	$(1, 3)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 3, 2)$
$(1, 2)$	$(1, 2)$	e	$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 2)$	$(1, 3, 2)$
$(2, 3)$	$(2, 3)$	$(1, 2, 3)$	e	$(1, 2, 3)$	$(2, 3)$	$(1, 2)$
$(1, 3)$	$(1, 3)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3)$	e	$(1, 3)$	$(1, 3, 2)$
$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 3, 2)$	$(1, 3, 2)$	$(2, 3)$	e	e
$(1, 3, 2)$	$(1, 3, 2)$	$(2, 3)$	$(1, 3, 2)$	$(1, 2)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3)$

dove zero essere giusto

parto sempre dallo stesso lato.

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 1 \\ 2 \rightarrow 1 & \rightarrow 2 & \Rightarrow e \\ 3 & 3 & 3 \end{array}$$

S_3 è generato da elementi σ, τ tali che:

$$\sigma^2 = 1 \quad e \quad \tau^3 = 1 \quad e$$

$$\sigma\tau = \tau^2\sigma = \sigma\tau\tau = \sigma\tau^2\tau = \sigma\tau^2\tau^2 = \sigma\tau^4 = \sigma\tau\tau^3 = \sigma\tau$$

2) $\sigma \circ \tau =$

1	2	3	4	5	6
1	3	2	4	6	5

3) $x y z = 1$, $y z x = 1$? $y x z = 1$?

$$\forall x, y, z \in G \text{ gruppo}$$

$$(xy)z = 1 \Rightarrow (xy)zz^{-1} = 1z^{-1} \Rightarrow xy = z^{-1}$$

$$\Rightarrow xy y^{-1} = y^{-1} z^{-1} \Rightarrow x = y^{-1} z^{-1}$$

$$\Rightarrow xyz = y z y^{-1} z^{-1} \Rightarrow xyz = 1$$

procedimento valido anche per l'altro caso.

4) $(G, \cdot), (G^0, \circ) \mid a \circ b = b \cdot a$. G^0 gruppo?

dimostrare associatività, elt neutro e inverso.

esercizio dato da D'Alessandro:

dimostrare per induzione che

$$\sum_{i=0}^n 4i+1 = (n+1) \cdot (2n+1)$$

$$\text{B.I.} \rightarrow n=0 \Rightarrow 1=1 \quad \checkmark$$

$$\text{P.I.} \rightarrow n=n+1$$

$$\sum_{i=0}^{n+1} 4i+1 = (n+2)(2n+2+1) = 2n^2 + 7n + 6$$

$$(n+1)(2n+1) + (n+1) = 2n^2 + 4n + 2$$

$$7n+6 = 4n+2 \Rightarrow 3n+4=0? \quad \text{Boh}$$

