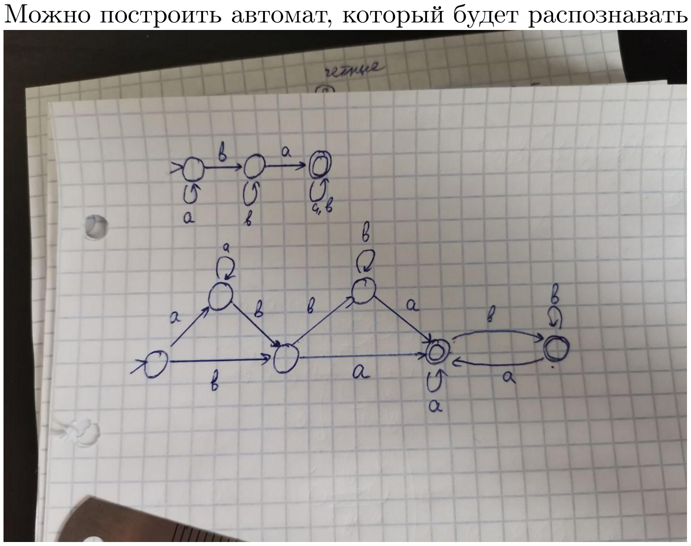
Студент: Егор Елисеев
Группа: M4141
Дата: 27 мая 2021 г.

---

1. (a) $\{\omega \in \{a, b\}^* || \omega|_a \geq |\omega|_b\}$
Пусть L - регулярный, тогда выполняется лемма о накачке. Возьмем n из леммы и рассмотрим следующее слово: $\omega = b^n a^{2n}$. Тогда
$x = b^l,\ 0 \leq l < n,$
$y = b^m,\ 0 < m \leq n,$
$z = b^{n-m-l} a^{2n}.$
Рассмотрим $xy^k z$ при $k > \frac{2n-l}{m}, k = \lceil \frac{2n-l}{m} \rceil + 1$, тогда
$xy^k z = b^l b^{(\frac{2n-l}{m}+1)\cdot m} b^{n-m-l} a^{2n} = b^{3n-l} a^{2n}$. Так как $l < n$, то букв b больше в слове, чем букв a.

   (b) $\{\omega \in \{a, b\}^* || \omega|_a \neq |\omega|_b\}$
Мы знаем, что если дополнение к L нерегуляоный язык, то и L нерегулярный.
Пусть $\overline{L} = \{\omega \in \{a, b\}^* || \omega|_a = |\omega|_b\}$ - регулярный, тогда выполняется лемма о накачке. Возьмем n из леммы и рассмотрим следующее слово: $\omega = a^n b^n$. Тогда
$x = a^l,\ 0 \leq l < n,$
$y = a^m,\ 0 < m \leq n,$
$z = a^{n-m-l} b^n.$
Рассмотрим $xy^k z$ при $k = 2$, тогда
$xy^k z = a^l a^{2\cdot m} a^{n-m-l} b^n = a^{n+m} b^n$. Получим, что количество букв a и b не совпадает. Значит $\overline{L}$ - нерегулярный, из чего следует, что L тоже нерегулярный.

   (c) $\{\alpha\ a\ \beta | \alpha, \beta \in \{a, b\}^*, |\alpha|_b > |\beta|_a\}$
Можно построить автомат, который будет распознавать данный язык:



Второй более наглядный.

   (d) $\{\omega a^m | 1 \leq |\omega|_b \leq m\}$
Пусть L - регулярный, тогда выполняется лемма о накачке. Возьмем n из леммы и рассмотрим следующее слово: $\omega = b^{n+1} a^{n+1}$. Тогда
$x = b^l,\ 0 \leq l < n,$
$y = b^p,\ 0 < p \leq n,$

$z = b^{n+1-p-l}a^{n+1}$.
Рассмотрим xy^kz при $k = 2$, тогда
$xy^kz = b^l b^{2p} b^{n+1-l-p} a^{n+1} = b^{n+1+p} a^{n+1}$, при любом значении p получим, что $|\omega|_b > m$.

2. (a)