

# Лабораторная работа 2.1.4

## Определение теплоемкости твердых тел

**Выполнил Жданов Елисей Б01-205**

### 1 Цель работы:

- 1) Прямое измерение кривых нагревания и охлаждения пустого калориметра и системы «калориметр + твердое тело»
- 2) Определение коэффициента теплоотдачи стенок калориметра
- 3) Определение теплоемкости пустого калориметра и удельной теплоемкости твердого тела

### 2 Оборудование:

Калориметр с нагревателем и термометром сопротивления

Вольтметр в режиме омметра, измеритель температуры

Источник питания, амперметр и вольтметр для измерения мощности нагревателя

Компьютерная программа АКИП

### 3 Теоретическая справка

Существует несколько способов расчета параметров данной термодинамической системы

Рассмотрю сначала интегральный метод. Он заключается в получении зависимости  $T(t)$  путем интегрирования дифференциального уравнения теплообмена

$$CdT_{cool} = -\lambda[T_{cool} - T_k]dt$$

Откуда

$$\ln \frac{T_{cool} - T_k}{T - T_k} = \frac{-\lambda}{C} t$$

Это уравнение имеет линейный вид в логарифмических координатах, из которых с легкостью находится  $\frac{\lambda}{C}$

Записав похожее уравнение для нагрева, получу

$$T_{heat}(t) = \frac{P}{\lambda} \left( 1 - e^{\frac{-\lambda}{C} t} \right) + T_k$$

По коэффициентам для соответствующих уравнений прямых  $\frac{\lambda}{C}$  и  $\frac{P}{\lambda}$  находятся  $\lambda$  и  $C$ .

Интегральный метод дает хорошие результаты только при небольших колебаниях комнатной температуры, в противном случае более оправданным будет дифференциальные методы

Один из них заключается в рассмотрении удобной точки при  $T = T_{комн}$ .

$$C = \frac{P}{(dT/dt)_{T=T_{комн}}}$$

Другой метод заключается в нахождении производной в 2-х точках нагрева-охлаждения с одинаковой температурой. Тогда

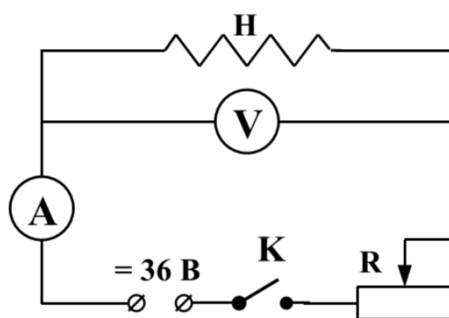
$$\lambda = \frac{P}{(T - T_{k2}) \left( 1 - \frac{A}{B} \right) + T_{k2} - T_{k1}}$$

$$C = \frac{P}{A - B + A \frac{T_{k1} - T_{k2}}{T - T_{k1}}}$$

Где  $A = \left( \frac{dT}{dt} \right)_{heat}$  и  $B = \left( \frac{dT}{dt} \right)_{cool}$

## 4 Экспериментальная установка

Система реостатов на рисунке позволяет установить нужную силу тока в цепи нагревателя. По амперметру и вольтметру определяется мощность, выделяемая в нагревателе. Величина сопротивления термометра измеряется мостом постоянного тока.



## 5 Измерения

Зафиксирую напряжение и ток, подаваемые на нагреватель

$U = 27.26$  Вольт

$I = 0.2268$  Ампер

$$P = UI = (6.182 \pm 0.005) \text{ Вт}$$

Запишу массы всех конусов для расчета удельный теплоемкости

	m, гр
Латунь	$(875.5 \pm 0.1)$
Железо	$(815.1 \pm 0.1)$
Алюминий	$(294.2 \pm 0.1)$

Проверю, что подаваемая мощность не будет меняться с течением эксперимента

Подготовлю ПО и включу замеры.

Буду протирать латунный конус тщательно, чтобы избежать попадания водяного пара в установку и, как следствие, изменения итоговой теплоемкости.

В результате успел провести два замера на нагрев и охлаждение пустого калориметра, один замер алюминиевого конуса и замер на нагрев железного конуса.

### 5.1 Журнал наблюдений

14:32 - конус из латуни холодный положили

14:38 - конус из латуни вынули

14:44 - включили GPS-72

15:13 - выключили GPS-72

15:20 - конус из латуни холодный положили

15:23 - температура начала расти  
15:26 - конус из латуни вынули  
15:29 - включили GPS-72  
15:47 - выключили GPS-72  
15:54 - конус из латуни холодный положили  
15:57 - температура начала расти  
16:00 - конус из латуни вынули и вставили алюминиевый конус  
16:05 - включили GPS-72  
16:24 - выключили GPS-72  
16:35 - конус из алюминия вынули и вставили латунь холодный конус  
16:38 - вынули латунь и вставили железный конус  
16:41 - включили GPS-72

## 6 Обработка

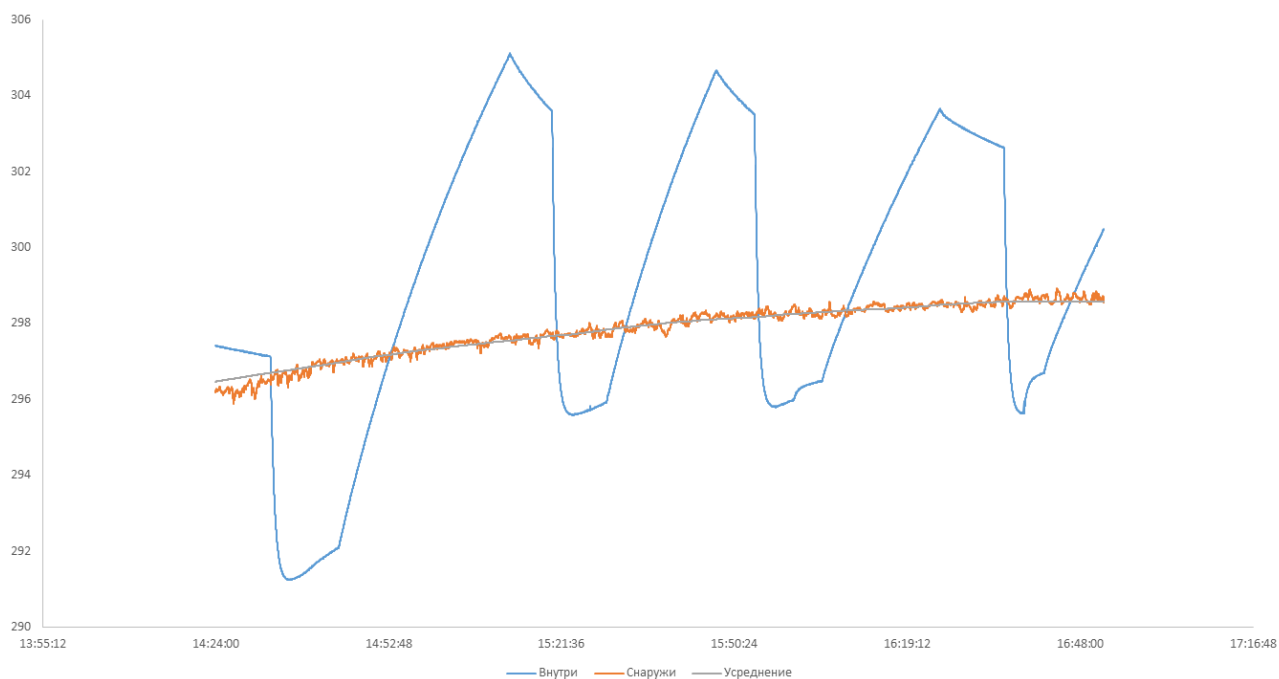
Загружу полученные файлы на ПК и приступлю к обработке

Обрежу лишние данные и преобразую измерения в требуемый вид.

Для используемой 1 установки формула преобразования сопротивления в температуру

$$T(R_T) = 14.37798 \cdot R_T + 39.35514$$

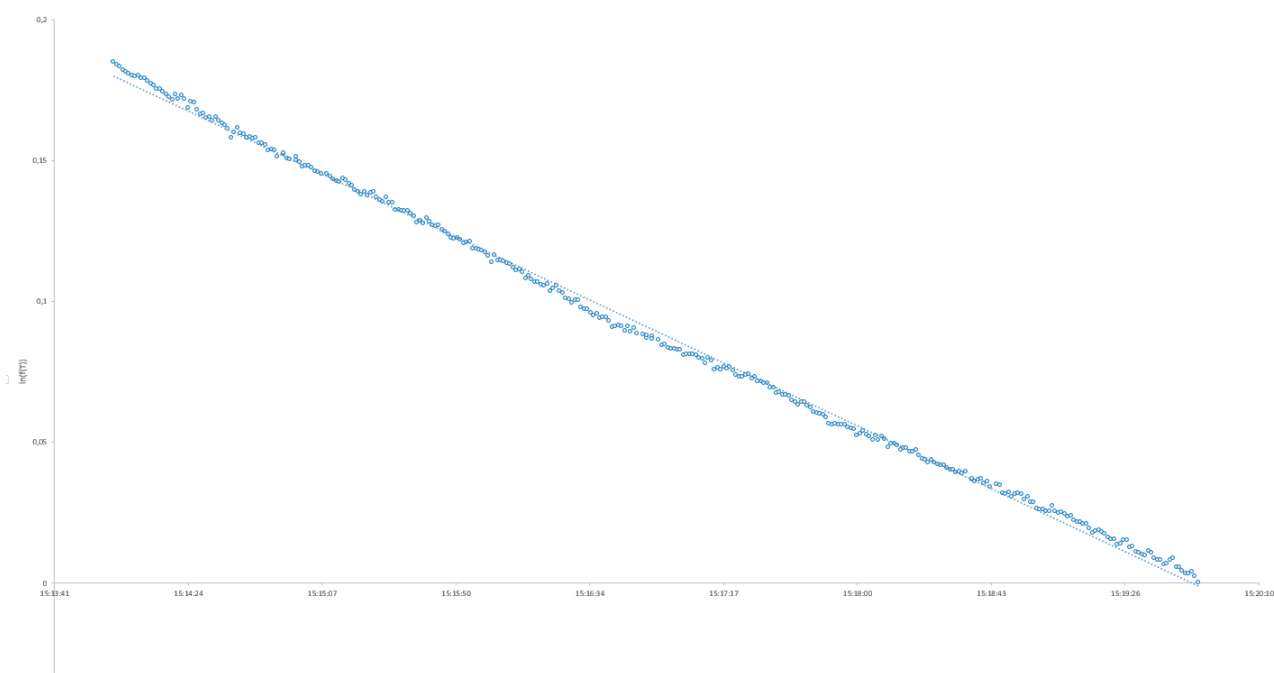
Построю суммарный график для определения необходимых временных интервалов



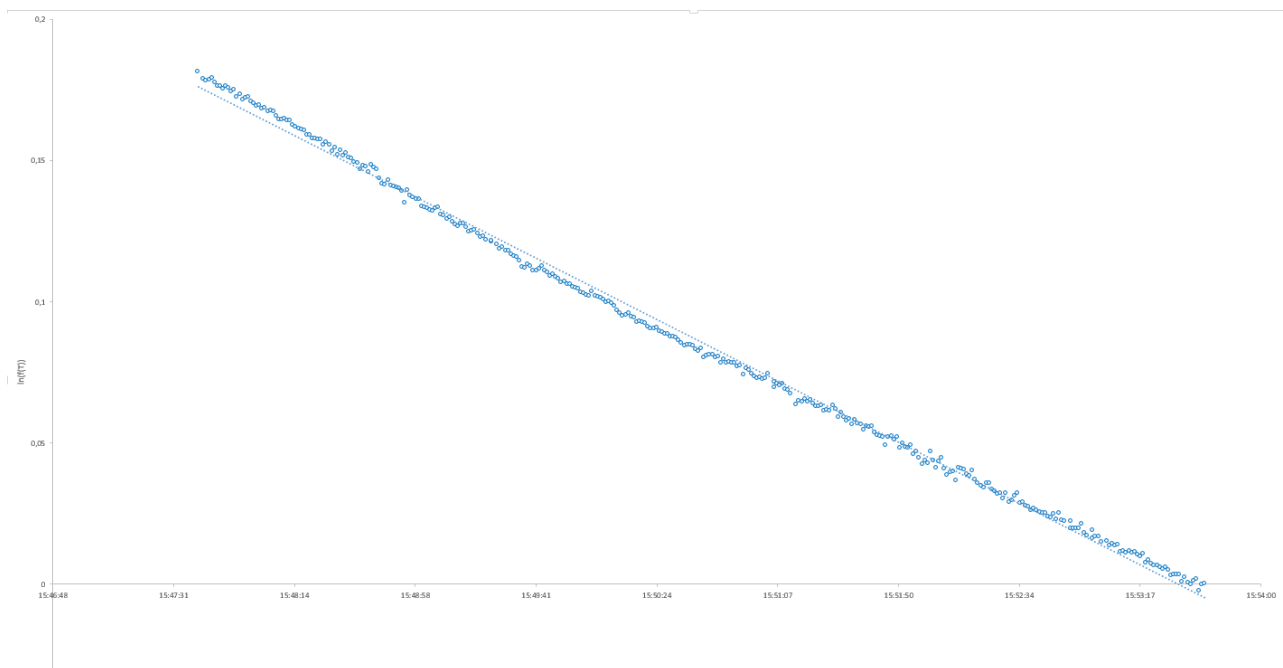
Добавлю усреднение скользящей средней по 1000 значениям для комнатной температуры. Как видно, оно довольно хорошо описывает среднюю температуру в любой момент времени.

## 6.1 Интегральный метод

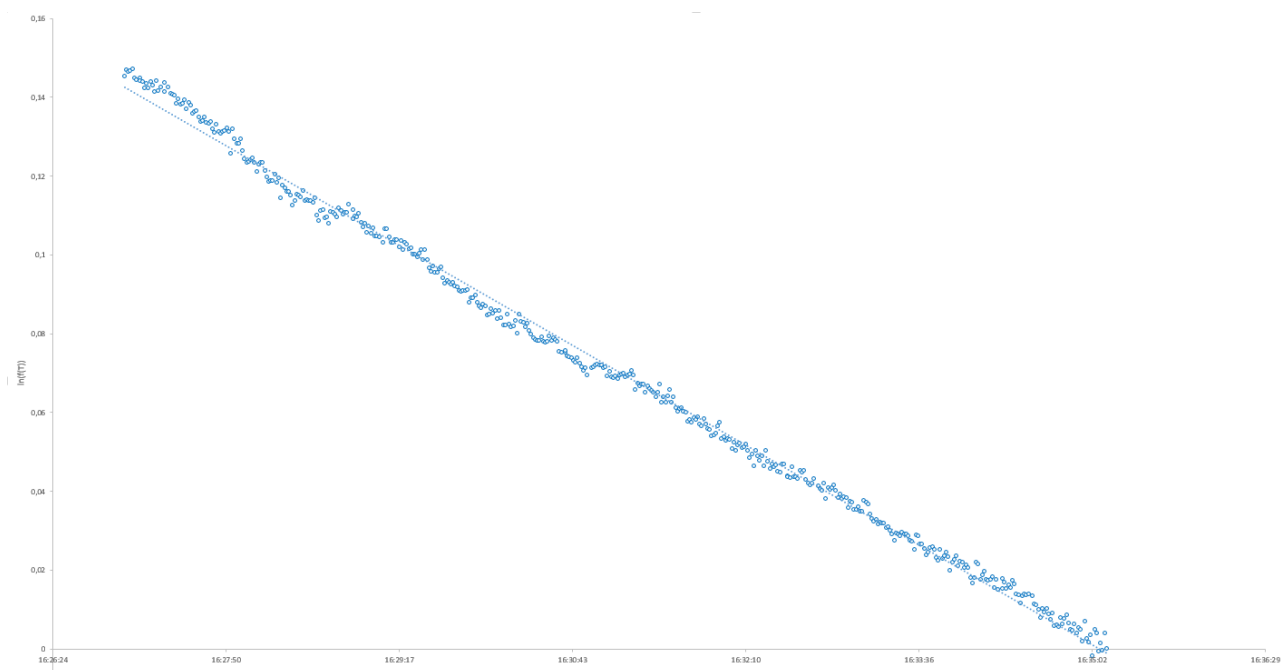
Рассмотрю промежутки охлаждения



Охлаждение пустого калориметра 1



## Охлаждение пустого калориметра 2



## Охлаждение калориметра с алюминием

Как видно, начальный момент достаточно отделен от момента отключения нагрева, поскольку отклонение от аппроксимирующей прямой при меньшем времени укладывается в пределы разброса остальных точек

Найду угловые коэффициенты прямых для каждой установки по МНК.

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n N_i v_i - (\sum_{i=1}^n N_i) (\sum_{i=1}^n v_i)}{n \sum_{i=1}^n N_i^2 - (\sum_{i=1}^n N_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n v_i - a \sum_{i=1}^n N_i}{n}$$

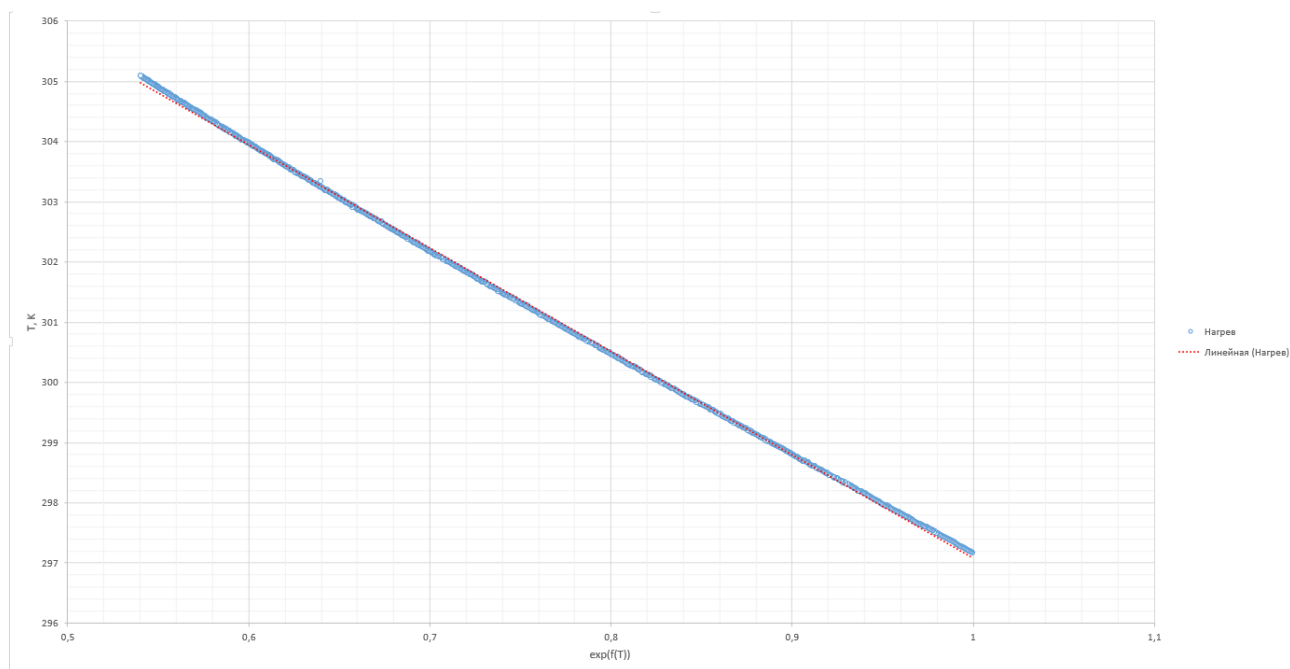
Также рассчитаю их погрешности

$$S_a^2 = \frac{\sum_{i=1}^n N_i^2}{n \sum_{i=1}^n N_i^2 - (\sum_{i=1}^n N_i)^2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n (v_i - b - a \cdot N_i)^2}{n - 2}$$

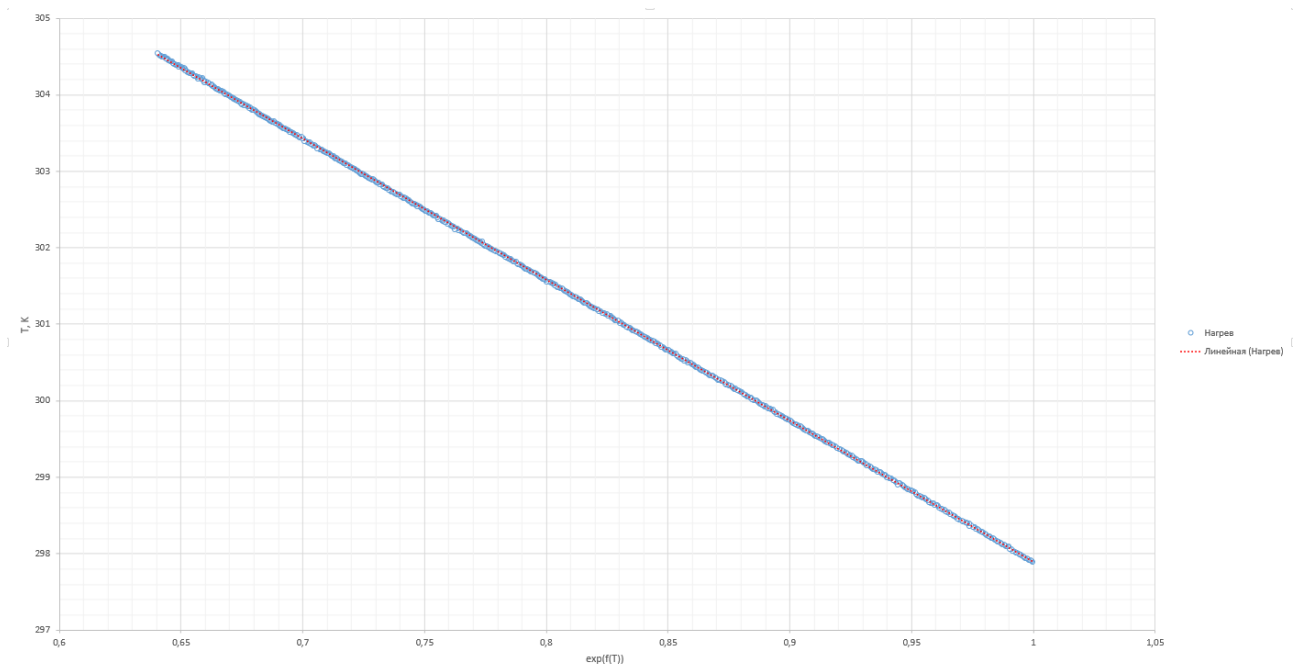
Результат приведу в таблице ниже

Построю также графики нагрева калориметра от времени.

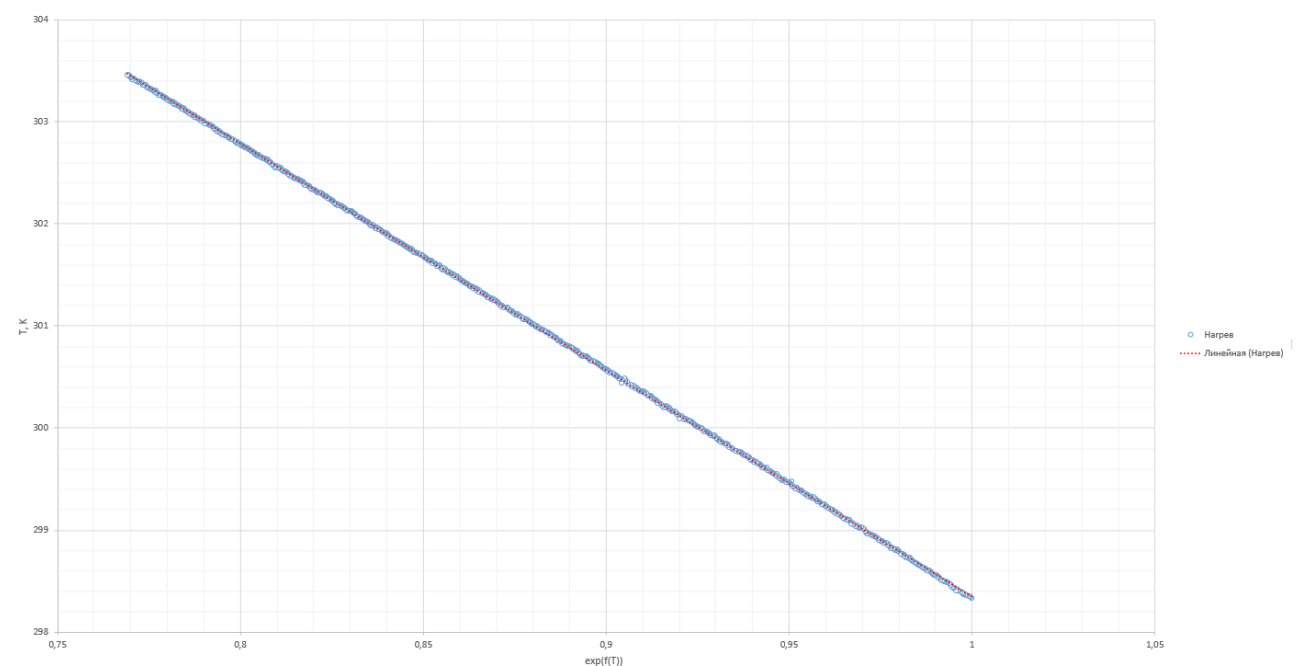
Начало графиков соответствует моменту времени пересечения графиком температуры внутри калориметра усреднения для комнатной температуры



Нагрев пустого калориметра 1



## Нагрев пустого калориметра 2



## Нагрев калориметра с алюминием

Составляю таблицу

	$\frac{P}{\lambda}$	$\frac{\lambda}{C}$	$C, \frac{Дж}{К}$	$\lambda, \frac{Вт}{К}$
Пустой 1	$(17.184 \pm 0.015)$	$(0.0005162 \pm 0.0000012)$	$(697 \pm 3)$	$(0.3598 \pm 0.0006)$
Пустой 2	$(18.432 \pm 0.004)$	$(0.0005027 \pm 0.0000014)$	$(667 \pm 3)$	$(0.3354 \pm 0.0003)$
Алюминий	$(22.173 \pm 0.006)$	$(0.0002932 \pm 0.0000007)$	$(951 \pm 3)$	$(0.2788 \pm 0.0003)$



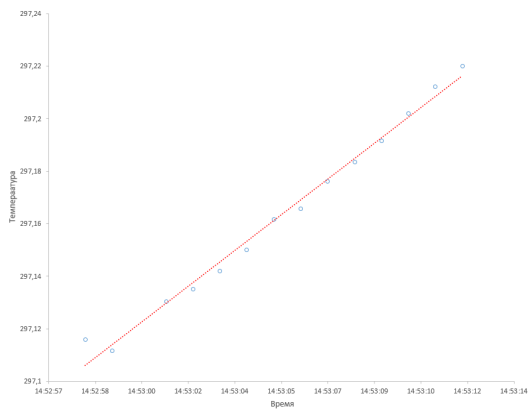


Рис. 1: Пустой калориметр 1

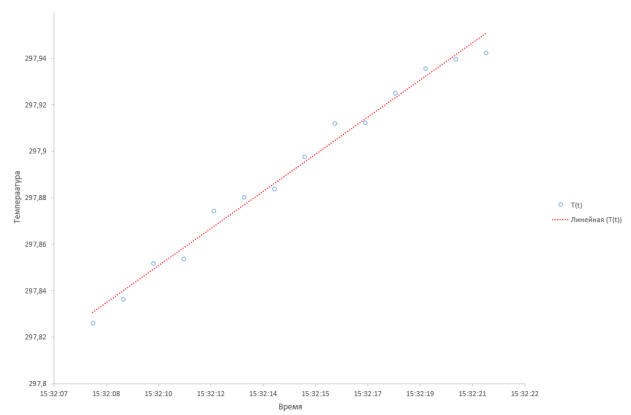


Рис. 2: Пустой калориметр 2

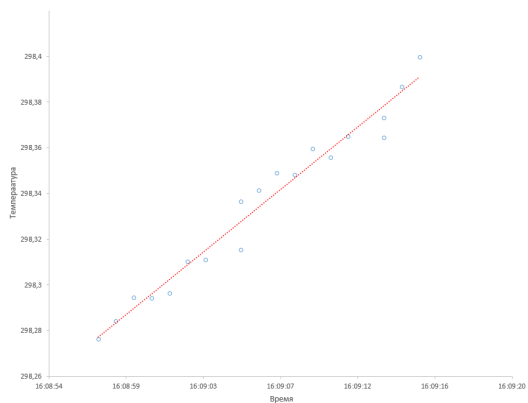


Рис. 3: Алюминий

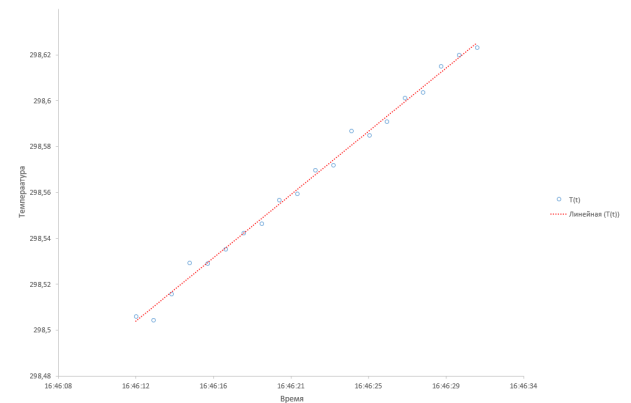


Рис. 4: Железо

Относительные погрешности  $\lambda$  и  $C$  определяются суммой относительных погрешностей компонент.

## 6.2 Дифференциальный метод пересечения комнатной температуры

Теперь построю графики зависимости  $T(t)$  около средней комнатной температуры

С помощью стандартных формул МНК получу коэффициент наклона графиков, а по нему теплоемкости

	$\frac{P}{C}$	$C, \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$
Пустой 1	$(0.00832 \pm 0.00021)$	$(740 \pm 20)$
Пустой 2	$(0.00924 \pm 0.00034)$	$(670 \pm 30)$
Алюминий	$(0.0064 \pm 0.00023)$	$(970 \pm 40)$
Железо	$(0.00638 \pm 0.00012)$	$(970 \pm 20)$

Как видно, дифференциальный метод сопряжен с неточностями, и даже в первых двух идентичных(с точки зрения проведения) экспериментов дает довольно сильно отличающиеся значения.

Тем не менее, точность метода достаточна для принятия замеров достоверными

### 6.3 Дифференциальный метод изотерм

Приведу сначала графики зависимости  $T(t)$  для температур, близких к 304 К у пустого калориметра и 303 К у алюминия

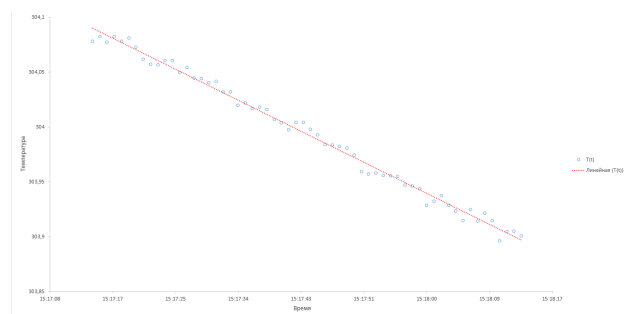
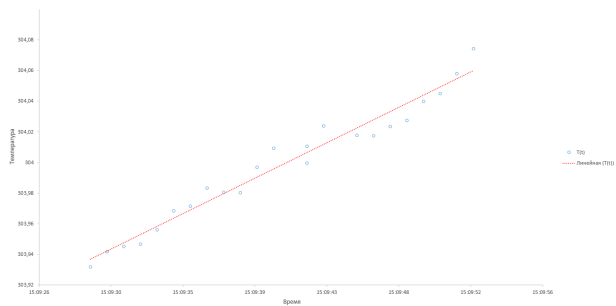


Рис. 5: Пустой калориметр 1

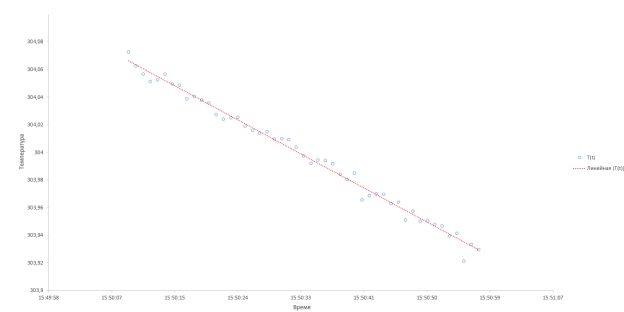
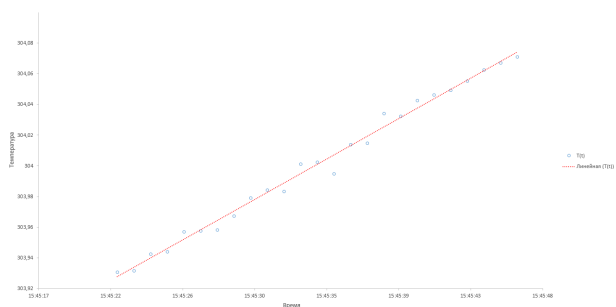


Рис. 6: Пустой калориметр 2

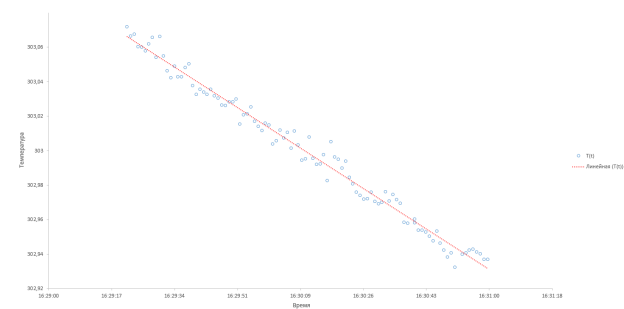
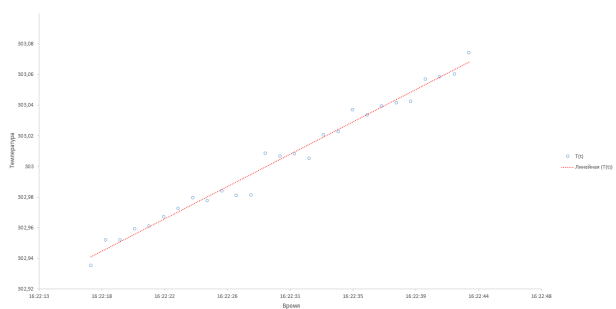


Рис. 7: Алюминий

Найду с помощью МНК коэффициенты А и В наклона графиков

	А	В	$T_{k1}, K$	$T_{k2}, K$
Пустой 1	$(0.00569 \pm 0.00021)$	$(-0.003272 \pm 0.000038)$	297.49	297.61
Пустой 2	$(0.00610 \pm 0.00013)$	$(-0.002852 \pm 0.000042)$	298.08	298.13
Алюминий	$(0.00488 \pm 0.00013)$	$(-0.001366 \pm 0.000018)$	298.45	298.53

А также среднюю комнатную температуру на момент замера

Рассчитаю по теоретическим формулам теплоемкость и коэффициент теплопроводности

	$\lambda, \frac{Вт}{К}$	$C, \frac{Дж}{К}$
Пустой 1	$(0.350 \pm 0.016)$	$(690 \pm 20)$
Пустой 2	$(0.334 \pm 0.009)$	$(691 \pm 13)$
Алюминий	$(0.300 \pm 0.010)$	$(990 \pm 20)$

## 6.4 Сведение в таблицу

Ниже сведу все полученные данные в единую таблицу и произведу усреднение из расчета указанных погрешностей величин

	Интегральный	Дифференциальный	II Дифференциальный
Калориметр 1; $C, \frac{Дж}{К}$	$(697 \pm 3)$	$(740 \pm 20)$	$(690 \pm 20)$
$\lambda, \frac{Вт}{К}$	$(0.3598 \pm 0.0006)$		$(0.350 \pm 0.016)$
Калориметр 2; $C, \frac{Дж}{К}$	$(667 \pm 3)$	$(670 \pm 30)$	$(691 \pm 13)$
$\lambda, \frac{Вт}{К}$	$(0.3354 \pm 0.0003)$		$(0.334 \pm 0.009)$
Калориметр ср.; $C, \frac{Дж}{К}$	$(682 \pm 3)$	$(710 \pm 30)$	$(691 \pm 17)$
$\lambda, \frac{Вт}{К}$	$(0.3476 \pm 0.0005)$		$(0.342 \pm 0.0013)$
Cal+Алюминий; $C, \frac{Дж}{К}$	$(951 \pm 3)$	$(970 \pm 40)$	$(990 \pm 20)$
$\lambda, \frac{Вт}{К}$	$(0.2788 \pm 0.0003)$		$(0.300 \pm 0.010)$
Алюминий; $C, \frac{Дж}{К}$	$(269 \pm 6)$	$(260 \pm 70)$	$(300 \pm 40)$
Cal + Железо; $C, \frac{Дж}{К}$		$(970 \pm 20)$	
Железо; $C, \frac{Дж}{К}$		$(260 \pm 50)$	

Усредню результаты всех методик, среднее значение вычислю средним арифметическим величин, предполагая равную достоверность всех экспериментов.

Погрешность вычислю таким образом

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_{\text{стат}}^2 + \text{СР.АР}(\text{ПОГР}_i)^2}$$

И пересчитаю теплоемкости металлов в удельные, пользуясь таблицей масс

	$C, \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$	$c, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$\lambda, \frac{\text{Вт}}{\text{К}}$
Калориметр	$(694 \pm 19)$	-	$(0.345 \pm 0.004)$
Алюминий	$(280 \pm 40)$	$(950 \pm 140)$	$(0.289 \pm 0.011)$
Железо	$(260 \pm 50)$	$(320 \pm 60)$	-

Дифференциальные методы сопряжены с большой погрешностью, приведу также таблицу, получаемую только интегральным методом.

	$C, \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$	$c, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$\lambda, \frac{\text{Вт}}{\text{К}}$
Калориметр	$(682 \pm 3)$	-	$(0.3476 \pm 0.0005)$
Алюминий	$(269 \pm 6)$	$(910 \pm 20)$	$(0.2788 \pm 0.0003)$

## 7 Вывод

В процессе работы было исследовано 2 дифференциальных и 1 интегральный метод. В результате были получены всевозможные значения теплоемкостей и коэффициента теплоотдачи стенок. По вычисленным значениям можно сказать, что интегральный метод значительно точнее дифференциальных при малых колебаниях комнатной температуры. При больших колебаниях передача тепла будет происходить нестационарно, и все методы могут давать значительно отличные от реальности результаты.

Удельная теплоемкость алюминия близка к табличному значению. Для железа она отличается довольно сильно. Могу предположить, что поскольку железо замерялось дифференциальным методом, и в самом конце работы, при пересечении комнатной температуры не успело установиться равновесное состояние. Это объясняет заниженность значения.

Поскольку было проведено прямое измерение кривых нагревания и охлаждения калориметра с телами внутри, определен коэффициент теплоотдачи стенок и теплоемкости калориметра и металлов конусов, буду считать цель работы выполненной.

## 8 Ресурсы

Расчет по МНК: метод-наименьших-квадратов.рф