

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Кафедра радиотехники и систем управления

ШУМЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМАХ

Методические указания
к лабораторной работе

по курсу *Нелинейные преобразования
и прием радиосигналов*

Составитель А.А. Григорьев

МОСКВА
МФТИ
2015

УДК 621.396.6

Рецензент

Кандидат физико-математических наук *Л.В. Стрыгин*

Шумы в электронных схемах: методические указания к лабораторной работе по курсу *Нелинейные преобразования и прием радиосигналов* / сост. А.А. Григорьев. – М.: МФТИ, 2015. – 44 с.

Цель работы состоит в приобретении практических навыков анализа шумов в электронных схемах с опорой на представления и методы из корреляционно-спектральной теории случайных процессов.

- © Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)», 2015
- © Григорьев А.А., составление, 2015

Содержание

1. Предмет исследования	4
2. Корреляции и спектральные плотности	4
3. Линейные преобразования шумов	9
4. Сложение шумов	14
5. Коэффициент шума	16
6. Задание	19
6.1. Приступая к работе	19
6.2. Термический шум (Джонсона)	20
6.2.1. Первое знакомство	20
6.2.2. Сложение шумов	22
6.2.3. Шум в делителе напряжения	23
6.3. Дробовой шум (Шоттки)	25
6.4. Фильтрация шумов	27
6.5. Шумящие фильтры	31
6.5.1. Полосовой LC -фильтр	32
6.5.2. Полосовой RC -фильтр	33
6.5.3. LC -фильтр низких частот	35
6.6. Шумы в усилителе на биполярном транзисторе	37
6.7. Шумы в усилителе на полевом транзисторе	41

Шумы в электронных схемах

1. Предмет исследования

В любой электронной схеме присутствуют шумы – случайные флуктуации напряжений и токов. При уровнях сигналов в единицы милливольт и выше шумы малозаметны и их можно игнорировать. Но когда уровни сигналов снижаются до микровольт, шумы начинают проявляться со всей отчетливостью – малые полезные сигналы «тонут» в шумах.

Шум принципиально отличается от обычного детерминированного сигнала всего в одном отношении – его значение в каждый данный момент есть величина случайная. Это отличие делает, тем не менее, традиционные методы анализа сигналов малопригодными для шумов.

Как и всякая случайная величина, шум обладает и вполне детерминированными характеристиками, такими как среднее значение или дисперсия (средняя мощность). На них и сосредотачиваются при обсуждении шумов. Среднее значение шума интереса не представляет, поскольку оно всегда равно нулю. А вот средняя мощность приобретает первостепенное значение как основная экспериментально наблюдаемая детерминированная характеристика шума. Простое обобщение представления о средней мощности приводит к понятию о *функции корреляции* – базовой категории корреляционной теории шумов. Эта теория и дает набор понятий и методов, используемых при анализе шумовых свойств электронных схем.

Цель данной работы состоит в том, чтобы, ознакомившись с положениями корреляционной теории, приобрести опыт их применения к анализу шумов в простых схемах.

2. Корреляции и спектральные плотности

Временная форма (осциллограмма) типичной реализации шума показана на рис. 1. Это функция времени, значение $n(u)$ которой в каждой точке u есть случайная величина n , распределенная с некоторой плотностью вероятностей $p(n)$.

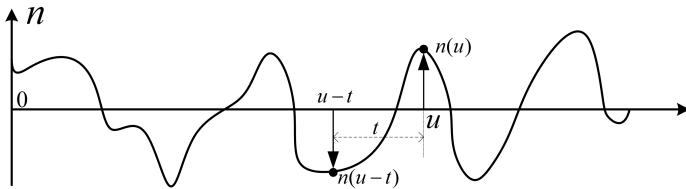


Рис. 1. Реализация шума и выборочные значения

С позиций теории вероятностей, средняя мощность шума (его дисперсия) – это математическое ожидание квадрата случайной величины n по плотности вероятностей $p(n)$:

$$\sigma^2 = E[n^2] = \int n^2 p(n) d n.$$

Шум стационарен, если его дисперсия во все моменты u одинакова.

Мощность стационарного шума можно измерять экспериментально, не зная плотности вероятностей $p(n)$. Для этого следует взять большой набор (*ансамбль*) выборочных значений $n(u_i)$ в разные моменты времени u_i , $i = [1, N]$ и вычислить средний квадрат выборки:

$$\sigma_N^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n^2(u_i).$$

Предельные теоремы теории вероятностей дают основание полагать, что при $N \rightarrow \infty$ эмпирическое среднее σ_N^2 сходится к математическому ожиданию σ^2 . Суммирование по ансамблю выборочных значений можно заменить интегрированием по времени:

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n^2(u) du \simeq \frac{1}{N \Delta u} \sum_{i=1}^N n^2(u_i) \Delta u.$$

Представление о том, что при больших N, T эмпирические средние σ_N^2, σ_T^2 принимают детерминированное значение, равное средней мощности шума σ^2 , – это краеугольный камень корреляционной теории.

Представление это существенно опирается на свойство стационарности шума: вычислять средние по выборкам, взятым в разные моменты времени, имеет смысл только в том случае, когда вероятностные свойства этих выборок одинаковы – не меняются со временем.

Одного только требования стационарности на самом деле недостаточно. Известны модели стационарных случайных процессов, для которых средние по времени оказываются случайными величинами и не совпадают со статистическими средними. Чтобы исключить такие вырожденные ситуации, выделяют класс эргодических стационарных процессов. Все реально наблюдаемые шумы относятся к этому классу.

Средняя мощность $P = \sigma^2$ и эффективное значение (уровень) $\sigma = \sqrt{P}$ – это основные экспериментально наблюдаемые характеристики шума. Первое, чем следует озабочиться при оснащении лаборатории по изучению шумов, это средства измерения средней мощности.

Для того чтобы подключить важные для практики спектральные представления, одной только средней мощности не хватает. Приходится вводить функции корреляции.

Функция **корреляции** шума – это простое обобщение понятия о его средней мощности: усреднению подвергаются не квадраты $n^2(u)$ выборочных значений, а произведения $n(u)n(u-t)$ пар выборок, взятых со сдвигом t по времени (см. рис. 1):

$$n^2(t) = \langle n, n \rangle(t) = E[n(u)n(u-t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n(u)n(u-t)du.$$

Для стационарного эргодического шума значение корреляции можно вычислять либо как математическое ожидание произведения выборок по плотности их совместного распределения, либо усреднением по времени.

Легко понять, что корреляция – это четная функция времени:

$$n^2(t) = n^2(-t).$$

Для функции корреляции шума $n(t)$ мы используем как скобочное обозначение $\langle n, n \rangle(t)$, так и более лаконичное обозначение $n^2(t)$ с символическим квадратом, присутствие которого

попросту отличает обозначение шума $n(t)$ от обозначения его корреляции $n^2(t)$, указывая на квадратичность последней.

При $t = 0$ корреляции сводится к средней мощности. Поэтому значение корреляции в точке нуль дает среднюю мощность шума: $n^2(t)|_{t=0} = \sigma^2$. Значение же функции корреляции в точке t характеризует связь (коррелированность) случайных значений шума в точках u и $u - t$, сдвинутых по времени на t . Если эти значения не связаны (некоррелированы), то $n^2(t) = 0$.

Междуд коррелированными случайными величинами x и y действительно имеется линейная связь: значение y можно представить суммой $y = \alpha x + n$ пропорциональной компоненты αx и шумовой добавки n , некоррелированной с x . Уровень $\alpha = E[yx]/E[x^2]$ линейного вклада x в y (коэффициент корреляции) однозначно определяется условием некоррелированности: $E[nx] = 0$. При этом оказывается выполненным следующее равенство для дисперсий: $\sigma_y^2 = \alpha^2 \sigma_x^2 + \sigma_n^2$.

При оценивании средних значений усреднением по времени важно, чтобы время усреднения значительно превышало характерное время корреляции шума. В противном случае все участующие в усреднении выборочные значения окажутся сильно связанными между собой.

Как только шумов становится несколько, приходится рассматривать взаимные корреляции между их парами n_1, n_2 :

$$\langle n_1, n_2 \rangle (t) = E [n_1(u)n_2(u - t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n_1(u)n_2(u - t)du.$$

В расчет берется значение одного шума в момент u , и второго – в момент $u - t$. Порядок шумов существенен:

$$\langle n_1, n_2 \rangle (t) = \langle n_2, n_1 \rangle (-t).$$

Шумы n_1, n_2 некоррелированы, если их взаимная корреляция равна нулю: $\langle n_1, n_2 \rangle (t) \equiv 0$.

Некоррелированность шумов, порождаемых разными физическими механизмами, – это общее правило в электронике. Поэтому все шумы считаются некоррелированными по умолчанию.

Спектральные представления вводятся как и обычно, через преобразование Фурье. Ключевая для теории шумов сущность – **спектральная плотность** шума $n^2(f)$ – это не более как фурье-образ (спектр) его корреляции:

$$\frac{n^2(f)}{2} = \int_{-\infty}^{\infty} n^2(t) e^{-j2\pi ft} dt = 2 \int_0^{\infty} n^2(t) \cos(2\pi ft) dt.$$

Будучи фурье-образом вещественной четной функции корреляции, *двухсторонняя* спектральная плотность $n^2(f)/2$, $f \in (-\infty, \infty)$, также вещественна и четна. Пользуясь четностью, ее приводят к положительной полуоси частот, рассматривая вдвое большую *одностороннюю* плотность $n^2(f)$, определенную на положительной полуоси $f \in [0, \infty)$.

Корреляция восстанавливается по спектральной плотности обратным фурье-преобразованием:

$$n^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n^2(f)}{2} e^{+j2\pi ft} df = \int_0^{\infty} n^2(f) \cos(2\pi ft) df.$$

В частности, средняя мощность шума, равная значению его корреляции в нуле, оказывается равной площасти под кривой спектральной плотности:

$$\sigma^2 = n^2(t) |_{t=0} = \int_0^{\infty} n^2(f) df.$$

Видно, что спектральная плотность описывает закон распределения мощности шума по частотам. Доля этой мощности, сосредоточенная в полосе Δf в окрестности f_0 , составляет $n^2(f_0)\Delta f$.

При освоении корреляционной теории шумов важно понять, что речь в ней идет вовсе не о шумах, а об их корреляциях и спектральных плотностях, которые представляют шум во временной и частотной областях, рис. 2. В этих представлениях от шума не остается ничего случайного – корреляция и спектральная плотность это вполне детерминированные функции.

Для шума со значениями в вольтах $[V]$ корреляция измеряется в единицах мощности $[V^2]$, а спектральная плотность – в единицах мощности на герц полосы $\left[\frac{V^2}{F}\right] = [V^2 T]$, или, что тоже самое, в единицах энергии.

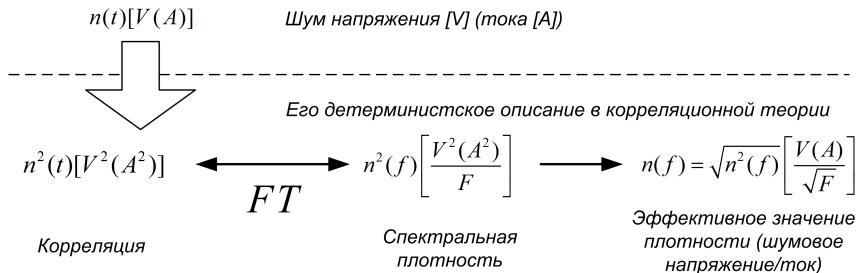


Рис. 2. Шум и его корреляционное описание

В инженерной практике повсеместно используют эффективные значения плотности шума, определяемые как корень квадратный из его спектральной плотности: $n(f) = \sqrt{n^2(f)}$. Для шумов напряжения (тока) эффективные плотности приобретают размерности вольт [V] (ампер [A]) на корень из герца: $\left[\frac{V(A)}{\sqrt{F}}\right]$.

Вместо использования однозначных по смыслу, но слишком длинных терминов типа «**эффективное значение спектральной плотности напряжения (тока)**» с неизбежностью начинают вести речь просто о «**шумовых напряжениях (токах)**», что и служит основным источником недопонимания. Важно один раз и навсегда уяснить, что шумовое напряжение (в вольтах на корень из герца) имеет весьма отдаленное отношение к напряжению шума (в вольтах). Напряжение шума – это случайная функция времени, а шумовое напряжение – детерминированная функция частоты, равная корню из спектральной плотности. Будучи корнем из плотности, шумовое напряжение в принципе не может быть отрицательным. Положение усугубляется еще и тем, что термин «**эффективное напряжение шума**», означающий корень квадратный из его средней мощности, сокращают до просто «**напряжения шума**». Более уместен в этом контексте термин «**уровень шума**».

3. Линейные преобразования шумов

Корреляционное описание шума $n(t)$ функцией корреляции $n^2(t)$ и спектральной плотностью $n^2(f)$ было бы бесполезной

игрушкой, если бы не его роль в линейной фильтрации шумов. Фундаментальные результаты Винера–Хинчина позволяют по известному корреляционному описанию шума на входе фильтра с заданными характеристиками эффективно найти корреляционное описание шума на его выходе.

Напомним основные сведения из теории линейной обработки сигналов. Как известно, всякая линейная инвариантная во времени система вполне характеризуется импульсной реакцией $h(t)$ – откликом на δ -воздействие $\delta(t)$ на входе.

При известной импульсной реакции $h(t)$ отклик $y(t)$ на произвольный входной сигнал $x(t)$ определяется сверткой, рис. 3:

$$y(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)h(t-u) du.$$

В самом деле, для линейной системы выполняется принцип суперпозиции. Поэтому отклик на сумму δ -импульсов $\delta(t-u)$ с весами $x(u)$ обязан быть суммой реакций $h(t-u)$ на каждый из этих импульсов с теми же весами.

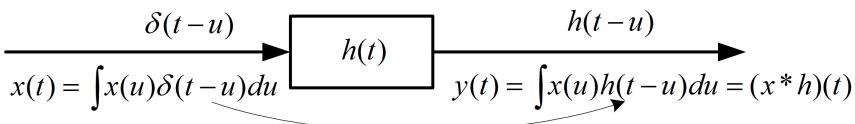


Рис. 3. Описание линейной фильтрации во временной области

Согласно теореме о свертке из теории Фурье свертке функций $x(t)$, $h(t)$ со спектрами $x(f)$, $h(f)$:

$$x(t) \leftrightarrow x(f); \quad h(t) \leftrightarrow h(f) = K(jf)$$

в частотной области отвечает произведение спектров:

$$(x * h)(t) \leftrightarrow x(f)h(f) = K(jf)x(f).$$

Это дает эквивалентное описание линейной обработки в частотной области: спектр отклика определяется умножением спектра входного сигнала на комплексный коэффициент передачи системы, равный фурье-образу ее импульсной реакции, рис. 4.

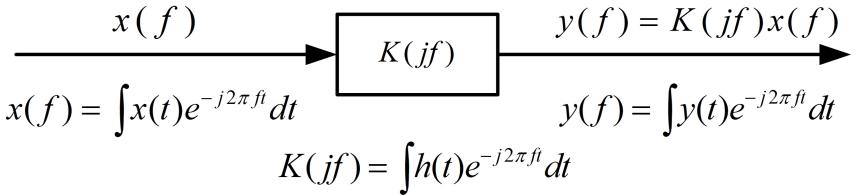


Рис. 4. Описание линейной фильтрации в частотной области

Однако шумы характеризуются отнюдь не временными формами $n(t)$, а корреляциями $\langle n, n \rangle(t)$. Чтобы перейти к обсуждению фильтрации шумов нужно решить вопрос о законе преобразования при фильтрации корреляций

$$\langle x, x \rangle(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)x(u-t) du.$$

Найдем корреляцию сигнала $y(t) = (x * h)(t)$, полученного при прохождении сигнала $x(t)$ через фильтр с импульсной реакцией $h(t)$. Получим

$$\langle y, y \rangle(t) = \langle (x * h), (x * h) \rangle(t) = (\langle x, x \rangle * \langle h, h \rangle)(t).$$

Здесь было использовано вытекающее из определений свертки и корреляции тождество (см. [1], с. 28, 52):

$$\langle (a * b), (c * d) \rangle = (\langle a, c \rangle * \langle b, d \rangle), \quad (1)$$

которое выражает факт равенства корреляции сверток свертке корреляций.

Таким образом, корреляция $\langle y, y \rangle(t)$ сигнала на выходе фильтра оказывается сверткой – результатом прохождения корреляции $\langle x, x \rangle(t)$ на входе через виртуальный фильтр с импульсной реакцией $\langle h, h \rangle(t)$, равной автокорреляции $h(t)$.

Чтобы перенести этот результат в частотную область, достаточно вспомнить, что спектр корреляции $\langle x, x \rangle(t)$ сигнала $x(t)$ равен квадрату модуля его спектра $x(f)$:

$$\langle x, x \rangle(t) \leftrightarrow |x(f)|^2.$$

Тогда получается, что спектр корреляции преобразуется умножением на квадрат модуля комплексного коэффициента передачи:

$$|y(f)|^2 = |K(jf)|^2 |x(f)|^2.$$

Возможность обсуждать преобразование корреляций при линейной обработке напрямую, **не обращаясь к временным формам сигналов**, и составляет фундамент корреляционной теории фильтрации шумов. Результаты Винера–Хинчина просто распространяют эту возможность на случай, когда входной и выходной сигналы становятся шумами, временные формы которых мало предсказуемы, а корреляции хорошо определены.

Итак, пусть на входе фильтра с импульсной реакцией $h(t)$ и коэффициентом передачи $K(jf)$ присутствует шум $x(t)$ с корреляцией $x^2(t)$ и спектральной плотностью $x^2(f)$. Тогда во временной области корреляция $y^2(t)$ шума $y(t)$ на выходе может быть найдена как результат прохождения корреляции $x^2(t)$ через виртуальный фильтр с импульсной реакцией $\langle h, h \rangle(t)$:

$$y^2(t) = (x^2 * \langle h, h \rangle)(t).$$

В частотной области этому отвечает умножение спектральной плотности шума на входе на квадрат модуля комплексного коэффициента передачи:

$$y^2(f) = |K(jf)|^2 x^2(f).$$

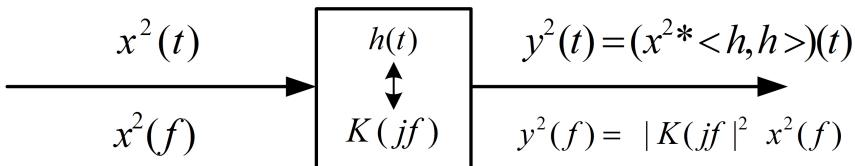


Рис. 5. Преобразование корреляции и спектральной плотности шума при фильтрации

Связь между эффективными значениями спектральных плотностей $y(f) = \sqrt{y^2(f)}$, $x(f) = \sqrt{x^2(f)}$ (шумовыми характеристиками) выглядит более привычно:

$$y(f) = |K(jf)|x(f).$$

Это напоминает закон $y(f) = K(jf)x(f)$ преобразования спектров сигналов. Отличие в том, что шумовые характеристики преобразуются через модуль коэффициента передачи, то есть для

шумов значение имеет только *амплитудно-частотная характеристика* (АЧХ) $|K(jf)|$. Форма *фазо-частотной характеристики* (*ФЧХ*) $\arg(K(jf))$ безразлична.

Мощность шума на выходе фильтра – это интеграл от его спектральной плотности:

$$\sigma_y^2 = y^2(t)|_{t=0} = \int_0^\infty |K(jf)|^2 x^2(f) df.$$

Шум называют **белым**, если его спектральная плотность постоянна в полосе частот фильтра: $x^2(f) = N_0$. Мощность такого шума оценивают как произведение спектральной плотности N_0 на квадрат коэффициента передачи фильтра K_0 и его шумовую полосу F_n :

$$\sigma_y^2 = N_0 \int_0^\infty |K(jf)|^2 df = N_0 K_0^2 \int_0^\infty \left| \frac{K(jf)}{K_0} \right|^2 df = N_0 K_0^2 F_n.$$

Шумовая полоса F_n – это просто площадь под кривой квадрата модуля коэффициента передачи $K(jf)/K_0$, нормированного на единичное значение модуля в максимуме.

Пара важных частных случаев. Пусть $K(jf) = K$ не зависит от частоты. Тогда

$$y^2(f) = K^2 x^2(f); \quad y(f) = Kx(f).$$

Получается, что шумовые напряжения $x(f)$ проходят через идеальный усилитель так же, как и обычные сигналы. И это несмотря на полное различие их природы.

Сопротивление резистора R можно рассматривать как размernый коэффициент передачи $K = R$ тока $i(t)$ в напряжение $e(t)$: $e = Ri$. Это дает следующие формы закона Ома для спектральных плотностей и шумовых напряжений/токов:

$$e^2(f) = R^2 i^2(f), \quad e(f) = Ri(f).$$

Получается, что для шумовых напряжений и токов выполняется также и обычный закон Ома.

Если в роли сопротивления выступает комплексный импеданс Z , то спектральные плотности преобразуются через квадрат его модуля: $e^2(f) = |Z|^2 i^2(f)$, а шумовые характеристики – через модуль: $e(f) = |Z|i(f)$. К примеру: $e(f) = \omega L i(f)$ или $e(f) = \frac{1}{\omega C} i(f)$.

4. Сложение шумов

В реальной электронной схеме может присутствовать большое число источников шума $e_i(t)$, $i = [1, N]$, обусловленных различными физическими механизмами. Возникает задача нахождения корреляционного описания шума $n(t)$, созданного совместным действием всей совокупности источников в выделенном узле схемы, к примеру, на ее выходе n , рис. 6.

Выключим (обнулим) мысленно все источники, кроме одного e_i , и найдем комплексный коэффициент передачи $K_i(jf)$ от этого источника до выхода n . Проделав это для всех источников, получим набор $K_i(jf)$, $i = [1, N]$ коэффициентов передачи. Фурье-образы этих коэффициентов дадут набор импульсных реакций $h_i(t)$, $i = [1, N]$, определяющих прохождение сигналов от источников e_i до выхода n .

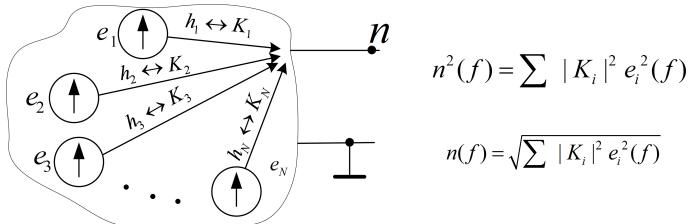


Рис. 6. Сложение шумов

Вклад отдельного источника e_i в выходной шум задается сверткой $(e_i * h_i)(t)$. По принципу суперпозиции шум на выходе есть сумма этих вкладов:

$$n(t) = \sum_{i=1}^N (e_i * h_i)(t).$$

Найдем корреляцию выходного шума:

$$\begin{aligned} n^2(t) &= \langle n, n \rangle (t) = \left\langle \sum_{i=1}^N (e_i * h_i), \sum_{k=1}^N (e_k * h_k) \right\rangle (t) = \\ &= \sum_{i,k=1}^N \langle (e_i * h_i), (e_k * h_k) \rangle (t) = \sum_{i,k=1}^N (\langle e_i, e_k \rangle * \langle h_i, h_k \rangle)(t). \end{aligned}$$

На первом этапе мы воспользовались линейностью корреляций, а на втором – тождеством (1) на с. 11.

Пусть все источники попарно некоррелированы. Тогда все взаимные корреляции $\langle e_i, e_k \rangle$, $i \neq k$ обращаются в нуль. Это дает:

$$n^2(t) = \sum_{i=1}^N (\langle e_i, e_i \rangle * \langle h_i, h_i \rangle)(t) = \sum_{i=1}^N (e_i^2 * \langle h_i, h_i \rangle)(t).$$

Корреляция выходного шума представлена как сумма результатов фильтрации корреляций источников $e_i^2(t)$ виртуальными фильтрами с импульсными реакциями $\langle h_i, h_i \rangle(t)$.

Переход в частотную область дает более внятный результат:

$$n^2(f) = \sum_{i=1}^N |K_i(f)|^2 e_i^2(f).$$

Спектральная плотность шума, созданного на выходе совокупностью источников, равна сумме вкладов, вносимых каждым из них. Это **закон суммирования** спектральных плотностей некоррелированных источников. Вклад данного источника есть произведение его спектральной плотности $e_i^2(f)$ на квадрат модуля $|K_i(f)|^2$ коэффициента передачи от источника до выхода.

В приложениях предпочтуют пользоваться не спектральными плотностями, а шумовыми напряжениями и токами. Это обусловлено тем, что для шумовых характеристик выполняется закон Ома: $e(f) = |Z|i(f)$. Кроме того, шумовые характеристики естественным образом пересчитываются через всевозможные коэффициенты передачи K : $n(f) = |K|e(f)$. Все это делает их незаменимыми при расчете электронных схем. Неприятная особенность шумовых характеристик состоит в том, что их категорически **нельзя складывать**. Шумовые напряжения/токи суммируются по закону «корня из суммы квадратов»:

$$n(f) = \sqrt{\sum_i |K_i(f)|^2 e_i^2(f)},$$

что заметно усложняет вычисления.

5. Коэффициент шума

Коэффициент шума – это основная характеристика шумовых свойств усилительных устройств. Он характеризует степень ухудшения отношения сигнал/шум при усилении.

Начнем с **отношения сигнал/шум**. Пусть на выходе источника присутствует сумма сигнала $E_s(t)$ и шума $e(t)$, рис. 7. Предположим, что спектр сигнала сосредоточен в полосе ширины F в окрестности f_0 , а его мощность составляет P_s .

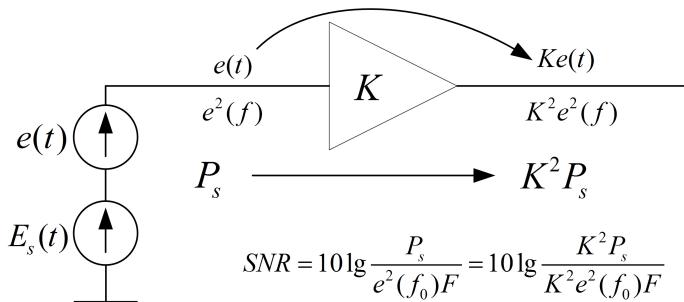


Рис. 7. Отношение сигнал/шум

Отношение сигнал/шум (*signal to noise ratio*) – это отношение в децибелах мощности сигнала к средней мощности шума в полосе, занимаемой спектром сигнала:

$$SNR(\text{dB}) = 10 \lg \frac{P_s}{\int_F e^2(f) df} \simeq 10 \lg \frac{P_s}{e^2(f_0)F}.$$

Интеграл от спектральной плотности шума в пределах полосы сигнала F заменен произведением плотности на полосу, поскольку шум считается «достаточно белым» в этой полосе.

Теоретически мощности сигнала и шума можно измерять, поочередно выключая источники. На практике же почти всегда оказывается, что сигнал выключить можно, а шум нельзя. К примеру, шум может быть порожден приемной антенной. Тогда отдельно измеряют мощность шума $e^2(f_0)F$ и мощность смеси сигнала с шумом: $P = P_s + e^2(f_0)F$. Мощность сигнала в отсутствие шума вычисляют как разность измеренных величин: $P_s = P - e^2(f_0)F$.

Если смесь сигнала с шумом усиливается в K раз идеальным усилителем, то отношение сигнал/шум, измеренное на выходе, совпадает с отношением сигнал/шум на входе, см. рис 7, поскольку сигнал и шум усиливаются одинаково.

Пусть теперь усилитель неидеален и в нем присутствуют внутренние источники шума $e_i(t)$. Тогда спектральная плотность шума на выходе усилителя окажется суммой шумового вклада источника сигнала и вкладов всех прочих источников шума:

$$n^2(f) = |K(jf)|^2 e^2(f) + \sum_i |K_i(jf)|^2 e_i^2(f).$$

Здесь K и K_i – коэффициенты передачи от входа и от внутренних шумовых источников до выхода.

Приведем спектральную плотность выходного шума ко входу усилителя, разделив ее на квадрат модуля коэффициента передачи сигнала $K(jf)$. Найдем

$$e_n^2(f) = \frac{n^2(f)}{|K(jf)|^2} = e^2(f) + \frac{\sum_i |K_i(jf)|^2 e_i^2(f)}{|K(jf)|^2}.$$

Коэффициент шума усилителя $K_n(f)$ – это отношение в децибелах приведенной ко входу плотности выходного шума к плотности шума источника:

$$K_n(f) = 10 \lg \frac{e_n^2(f)}{e^2(f)} = 20 \lg \frac{e_n(f)}{e(f)} = 10 \lg \left(1 + \frac{\sum_i |K_i(jf)|^2 e_i^2(f)}{|K(jf)|^2 e^2(f)} \right).$$

Пусть все внутренние источники шума в усилителе равны нулю: $e_i^2(f) \equiv 0$. Тогда коэффициент шума составляет 0 dB. Это нешумящий усилитель. Если же какие-то источники шума внутри усилителя имеются, то $K_n > 0$ dB. Покажем, что значение K_n характеризует снижение отношения сигнал/шум при усилении.

В самом деле, пусть на входе присутствует источник сигнала с мощностью P_s в полосе F . Отношение сигнал/шум источника составляет:

$$SNR_s = 10 \lg \frac{P_s}{e^2(f_0)F}.$$

Для отношения же сигнал/шум по отношению к шуму, приведенному ко входу усилителя, найдем

$$SNR_n = 10 \lg \frac{P_s}{e_n^2(f_0)F}.$$

То же отношение сигнал/шум будет и на выходе усилителя, поскольку как сигнал, так и шум усиливаются одинаково, через коэффициент $K(jf)$.

Имеем

$$SNR_n = 10 \lg \frac{P_s}{e_n^2(f_0)F} = 10 \lg \frac{P_s}{e^2(f_0)F} \frac{e^2(f_0)}{e_n^2(f_0)} = SNR_s - K_n.$$

Таким образом, отношение сигнал/шум на выходе усилителя действительно меньше отношения сигнал/шум источника ровно на K_n .

Общепринятый прием приведения шумов к источнику сигнала имеет глубокий практический смысл. Дело в том, что на выходе усилителя шум источника невозможно выделить и измерить. Для этого пришлось бы «выключить» все внутренние источники шума, сделав усилитель нешумящим. На входе же источник присутствует как таковой. Остается привести к нему шум с выхода, поделив его плотность на квадрат коэффициента передачи, который также легко измеряется.

Как правило, шум источника $e(t)$ – это шум Джонсона, обусловленный диссипацией электромагнитной энергии в его эквивалентном омическом сопротивлении R . Спектральная плотность шума такого источника определяется его температурой T : $e^2(f) = 4kTR$, где k -постоянная Больцмана. Тогда тот факт, что приведенный ко входу шум $e_n^2(f)$ превышает шум источника ($e_n^2(f) > 4kTR$), интерпретируют как кажущееся повышение температуры источника: $e_n^2(f) = 4kR(T + T_n)$. Это приводит к определению **шумовой температуры** усилителя T_n :

$$\frac{e_n^2}{e^2} = \frac{T + T_n}{T} = 1 + \frac{T_n}{T} \quad \rightarrow \quad T_n = T \left(\frac{e_n^2}{e^2} - 1 \right).$$

Шумовая температура усилителя T_n и его коэффициент шума K_n тесно связаны:

$$K_n = 10 \lg \frac{e_n^2}{e^2} = 10 \lg \left(1 + \frac{T_n}{T} \right).$$

Оба эти параметра зависят от частоты – шум на выходе усилителя вовсе не обязан быть белым, да и коэффициент передачи усилителя, через который выходной шум проводится ко входу, частотно-зависим.

6. Задание

6.1. Приступая к работе

Исследования проводятся в режиме AC MicroCap (меню Analysis/AC). Для анализа шумовых свойств той или иной электронной схемы программе необходимо указать имя узла источника (поле Noise Input диалога Limits) и имя выходного узла (поле Noise Output).

Программа строит линеаризованную модель предъявленной схемы с учетом всех имеющихся в ней источников шумовых напряжений и токов и вычисляет спектральную плотность $n^2(f)$ шума в выходном узле. Результат этого вычисления доступен для анализа в виде встроенной функции $onoise(f) = \sqrt{n^2(f)} = n(f)$, которая описывает частотную зависимость эффективного значения спектральной плотности напряжения (*шумового напряжения в вольтах на корень из герца*).

Кроме того, программа вычисляет комплексный коэффициент передачи $K(jf)$ от источника до выхода и приводит найденную спектральную плотность выходного шума ко входу делением на квадрат модуля этого коэффициента: $e_n^2(f) = n^2(f)/|K(jf)|^2$. Частотная зависимость эффективного значения пересчитанной ко входу спектральной плотности доступна для анализа в виде функции $inoise(f) = \sqrt{e_n^2(f)} = e_n(f)$.

К узлу Noise Input исследуемой схемы может быть подключен источник напряжения или тока. В первом случае вычисляемый коэффициент передачи $K(jf)$ безразмерен (отношение двух напряжений) и пересчитанный на вход шум оказывается шумовым напряжением (*в вольтах на корень из герца*). Если же ко входу подключен источник тока, коэффициент передачи приобретает размерность сопротивления (*вольт на ампер*), а пересчитанный ко входу шум $inoise(f)$ оказывается шумовым током (*в амперах на корень из герца*).

При построении графиков функции $onoise(f)$, $inoise(f)$ можно использовать как сами по себе, так и в составе алгебраических выражений или в качестве аргументов других функций. Часто используется график

$$\text{sqrt}(SD(onoise ** 2)) = \left(\int_0^F onoise^2(f) df \right)^{1/2},$$

который дает зависимость уровня (эффективного значения) выходного шума в полосе $[0, F]$ от ширины этой полосы F .

При построении сразу нескольких графиков следует иметь в виду, что ссылаться на *onoise*, *inoise* должны **либо все** графики, **либо ни одного**. Смешение не допускается, поскольку для анализа шумовых свойств и обычных частотных характеристик MicroCap применяет разные методы. Отменить вывод ненужного или запрещенного в данном режиме графика можно стиранием номера в поле *P* таблицы описания графиков диалога *Limits*.

6.2. Термический шум (Джонсона)

6.2.1. Первое знакомство

На выводах любого резистора R присутствует термический шум, обусловленный хаотическим движением носителей.

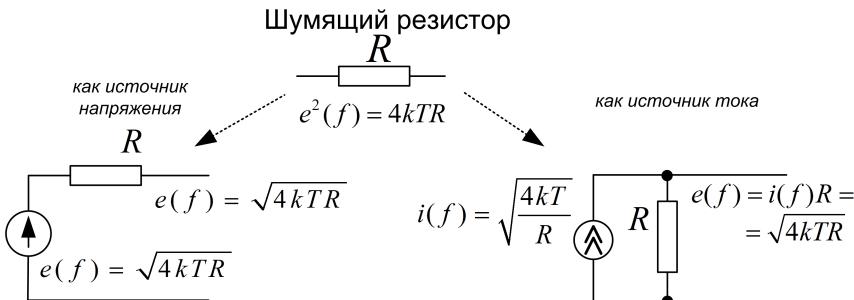


Рис. 8. Модели шумящего резистора

Шумящий резистор можно описать как источник шумового напряжения $e(f)$ со спектральной плотностью $e^2(f) = 4kTR$ или как источник шумового тока $i(f)$ со спектральной плотностью

$$i^2(f) = \frac{e^2(f)}{R^2} = \frac{4kT}{R}.$$

Здесь $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ – постоянная Больцмана, а T – температура в градусах Кельвина. По умолчанию в MicroCap эта температура составляет 27°C или 300°K .

Плотность теплового шума постоянна в освоенном диапазоне частот, так что этот шум всегда рассматривают как белый. Для

резистора $R = 1 k$ шумовое напряжение $e(f) = \sqrt{4kTR}$ составляет около $4 nV$ на корень из герца, а шумовой ток $i(f) = \sqrt{4kT/R}$ – около $4 pA$ на корень из герца.

В тексте заданий приняты два соглашения:

1. Если требуется: «установить $\{E_s/ne\}$ », то в поле Noise Input диалога Limits надлежит установить имя узла E_s (*выбрать из списка*), а в поле Noise Output – имя узла ne (*набрать вручную*).
 2. Если требуется: «варьировать $R[1k, 7k|2k]$ », то следует заказать варьирование (диалог Stepping) параметра R (*из списка*) от From = 1k до To = 7k с шагом Step Value = 2k в линейном режиме (Linear). Запись $R[1k, 16k|\text{Log } 2]$ задает варьирование R от 1k до 16k с множителем Step Value = 2 в режиме Log. Не забыть поставить переключатель Step It в положение Yes.
-

ЗАДАНИЕ 1.1 (файл model1_1)

1. Исследовать модель резистора как источника шумового напряжения. Для этого установить $\{E_s/ne\}$. Посмотреть графики шумовых напряжений на выходе и входе. (Они одинаковы, поскольку коэффициент передачи от входа до выхода равен единице). Варьируя резистор $R[1k, 16k|\text{Log } 2]$, изучить зависимость шумового напряжения от R . Убедиться в том, что шум растет как \sqrt{R} .

2. Подключить график корня из интеграла от спектральной плотности, поставив номер в поле P , и измерить эффективное напряжение (уровень) шума σ на выводах резисторов $R[1k, 16k|\text{Log } 2]$ и $R[1k, 1000k|\text{Log } 10]$ в полосе $F = 1 \text{ MHz}$:

$$\sigma = \sqrt{\int_0^F n_e^2(f) df}.$$

3. Перейти к модели источника тока: $\{Is/ni\}$. Варьируя $R1[1k, 16k|\text{Log } 2]$, проверить, что с увеличением $R1$ шумовое напряжение растет как \sqrt{R} , а ток падает как $1/\sqrt{R}$.

Остановимся, чтобы осмыслить происходящее. То, что измеряется нами как шумовое напряжение e в нановольтах, на самом деле есть эффективное значение $e(f) = \sqrt{e^2(f)}$ спектральной плотности $e^2(f)$ шума, имеющее размерность нановольт на корень из герца. Чтобы измерить его в реальном эксперименте, следовало бы подключить к резистору фильтр с полосой Δf в окрестности f_0 и измерить среднюю мощность шума $P = e^2(f_0)\Delta f$ на его выходе. Тогда измеряемое нами шумовое напряжение можно будет оценить как $e(f_0) = \sqrt{P/\Delta f}$.

При первом знакомстве с формулой $4kTR$ для спектральной плотности теплового шума создается впечатление, что безумно большой резистор R шумит ужасно сильно. Все совершенно иначе. В электронных схемах резисторы с малым сопротивлением выступают в роли почти идеальных источников напряжения, а с большим – скорее в роли почти идеальных источников тока. При большом сопротивлении резистор дает исчезающе малый шумовой ток $\sqrt{\frac{4kT}{R}}$, а при малом – малое напряжение $\sqrt{4kTR}$. Так что вклад как слишком малых, так и слишком больших сопротивлений в общий баланс мощности шумов в схеме оказывается малозаметным.

6.2.2. Сложение шумов

При последовательном соединении двух шумящих резисторов R_1, R_2 их шумовые напряжения складываются по закону корня из суммы квадратов:

$$e(f) = \sqrt{4kTR_1 + 4kTR_2} = \sqrt{4kT(R_1 + R_2)}.$$

Поэтому последовательное соединение шумит так же, как один резистор с сопротивлением $R_1 + R_2$

При параллельном соединении складываются шумовые токи:

$$i(f) = \sqrt{\frac{4kT}{R_1} + \frac{4kT}{R_2}} = \sqrt{4kT\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} = \sqrt{\frac{4kT}{R_1 \parallel R_2}}.$$

Так что параллельное соединение двух резисторов шумит как один резистор с сопротивлением $R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

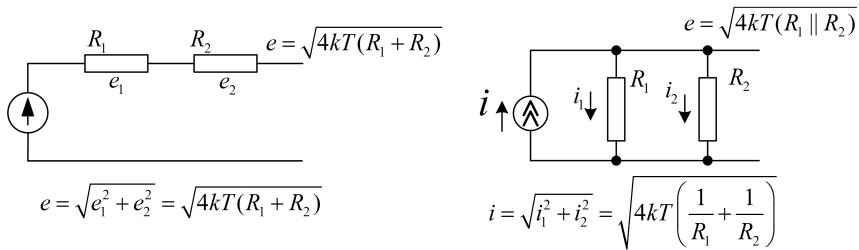


Рис. 9. Сложение тепловых шумов

ЗАДАНИЕ 1.2 (файл model1_2)

1. Изучить шумы в схеме с последовательным соединением резисторов: $\{Es/ne\}$. Проверить закон сложения шумовых напряжений, варьируя $R_1[0, 1k|1k]$, $R_2[0, 2k|2k]$. (Для ориентировки: $\sqrt{2} \simeq 1.4$, $\sqrt{3} \simeq 1.7$.)

2. Перейти к схеме с параллельным соединением: $\{Is/nI\}$. По графику i_{noise} проверить закон сложения шумовых токов, варьируя $R_3[1k, 100k|99k]$, $R_4[2k, 100k|98k]$.

Сложение шумовых характеристик по закону корня из суммы квадратов ($c = \sqrt{a^2 + b^2}$) эффективно маскирует слабый шум. К примеру, если $a = 1$, а $b = 0.1$, то c составляет всего лишь 1.005, что сильно уступает обычной сумме $a + b = 1.1$.

6.2.3. Шум в делителе напряжения

Шум на выходе n делителя напряжения на рис. 10 – это сумма шумов тепловых шумов e , и резисторов R_s , R :

$$n = \alpha e + \beta u; \quad \alpha = \frac{R}{R_s + R}; \quad \beta = \frac{R_s}{R_s + R}.$$

Поэтому шумовое напряжение в узле n составляет

$$n(f) = \sqrt{\alpha^2 e^2 + \beta^2 u^2} = \sqrt{\alpha^2 4kT R_s + \beta^2 4kT R} = \sqrt{4kT \frac{R_s R}{R_s + R}}.$$

Это вполне естественный результат – на выходе делителя наблюдается шум его выходного сопротивления $R_s || R$.

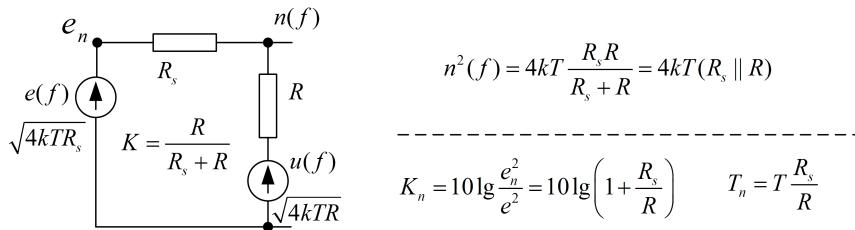


Рис. 10. Шумящий делитель напряжения

Приведем шум с выхода делителя к его входу делением спектральной плотности $n^2(f)$ выходного шума на квадрат коэффициента передачи $K = R/(R_s + R)$. Для плотности приведенного шума $e_n^2(f)$ найдем

$$e_n^2(f) = \frac{n^2(f)}{K^2} = 4kT \frac{R_s R}{R_s + R} \frac{(R_s + R)^2}{R^2} = 4kT R_s \left(1 + \frac{R_s}{R}\right).$$

Плотность приведенного шума превышает плотность $4kTR_s$ шума источника в $1 + R_s/R$ раз, что и определяет коэффициент шума делителя:

$$K_n = 10 \lg \frac{e_n^2(f)}{e^2(f)} = 10 \lg \left(1 + \frac{R_s}{R}\right).$$

Факт превышения приведенной ко входу спектральной плотности над плотностью источника объясняют виртуальным повышением температуры источника на T_n :

$$e_n^2(f) = 4kT R_s \left(1 + \frac{R_s}{R}\right) = 4kR_s(T + T_n),$$

откуда и следует формула для шумовой температуры делителя напряжения: $T_n = T \frac{R_s}{R}$.

ЗАДАНИЕ 1.3 (файл model1_3)

1. Установить $\{e/n\}$. Измерить шумовое напряжение в узле n . Изучая зависимость приведенного ко входу напряжения e_n от $R[2k, 32k|\text{Log } 2]$, построить графики зависимости от R коэффициента шума K_n делителя и шумовой температуры T_n .

$$K_n = 10 \lg \frac{e_n^2}{4kTR_s}; \quad T_n = T \left(\frac{e_n^2}{4kTR_s} - 1 \right).$$

Для вычислений по этим формулам удобно пользоваться простым excel-калькулятором в файле calc.xls.

2. Исключить в схеме резистор R и установить вместо него нешумящий резистор H . (Нешумящий резистор реализован как управляемый током источник напряжения. Коэффициент пересчета тока в напряжение задается в поле Value источника и определяет его сопротивление в омах). Измерить шумовое напряжение в узле n . Убедиться в том, что делитель с нешумящим резистором не ухудшает отношение сигнал/шум: ($K_n = T_n = 0$).

Уже при коэффициенте ослабления сигнала, равном 2, коэффициент шума делителя составляет 3 dB. Это очень серьезное ухудшение отношения сигнал/шум. Значения коэффициентов шума хороших малошумящих усилителей измеряются в долях dB. Присутствие делителей в схемах малошумящих усилительных каскадов крайне нежелательно.

6.3. Дробовой шум (Шоттки)

Дробовой шум (шум Шоттки) – это шум дождя по крыше. Он возникает, когда поток носителей преодолевает потенциальный барьер. Тогда оказывается, что число носителей, прошедших через барьер за установленное время, то есть ток в цепи, содержит случайную компоненту. В электронных схемах этот шум чаще всего бывает вызван прохождением тока через $p-n$ -переход (полупроводниковый диод).

Спектральная плотность дробового шума определяется постоянной составляющей протекающего по барьеру тока I_0 и выражается формулой Шоттки: $i^2(f) = 2qI_0$, где $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ – заряд электрона. Так при $I_0 = 1 \text{ mA}$ эффективное значение спектральной плотности дробового тока составляет $i(f) = \sqrt{2qI_0} = 17.9 \text{ pA}$ на корень из герца, то есть что-то около 18 pA. С увеличением I_0 шумовой ток растет как $\sqrt{I_0}$.

Дробовой ток диода, рис. 11, не так просто наблюдать. Дело в том, что встроенный в диод источник шумового тока оказывается шунтированным малым дифференциальным сопротивлением $p-n$ -перехода $r_d = U_T/I_0$, $U_T = \frac{kT}{q} \simeq 25 \text{ mV}$, так что шумовой

ток замыкается внутри диода на сопротивление r_d . Чтобы «вызволить» шумовой ток из внутреннего плены, нужно подключить параллельно диоду сопротивление, значительно меньшее r_d . Но тогда ток будет протекать по этому сопротивлению, не создавая заметного напряжения на нем.

Резистор r_d не связан с диссипацией электромагнитной энергии – это просто производная от напряжения на диоде по току через него. Поэтому теплового шума он не порождает.

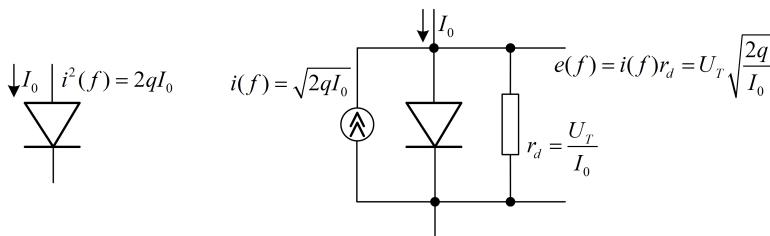


Рис. 11. Дробовой шум диода

Протекая по сопротивлению $p-n$ -перехода r_d шумовой ток создает на диоде шумовое напряжение

$$e(f) = i(f)r_d = \sqrt{2qI_0} \frac{U_T}{I_0} = \sqrt{4qU_T \frac{U_T}{2I_0}} = \sqrt{4kT \frac{U_T}{2I_0}},$$

которое убывает с ростом I_0 как $1/\sqrt{I_0}$.

Шумовое напряжение становится большим в области малых токов I_0 , там где сопротивление диода велико. Это явление используют для реализации источников шума. В схемах таких источников применяют зенеровский диод (стабилитрон) в режиме пробоя при малом значении тока.

ЗАДАНИЕ 2 (файл model2)

1. Схема для измерения дробового тока проста: постоянная составляющая тока через диод задается источником тока I_0 , шумовой же ток диода замыкается через «бесконечную» емкость на нулевое сопротивление преобразователя тока в напряжение H . Коэффициент преобразования выбран равным 1, так что 1 pA тока отвечает 1 pV напряжения на выходе.

Установить $\{I_0/s\}$. Наблюдая шум в узле s , изучить зависимость дробового тока от I_0 в области микротоков $I_0[1u, 1m|\text{Log } 10]$ и в области умеренных токов $I_0[1m, 32m|\text{Log } 2]$. Проверить выполнение закона $\sqrt{I_0}$. Повторить измерения для режима пробоя диода, перевернув его «вверх ногами». Измерить напряжение пробоя диода.

2. Схема для исследования шумового напряжения на диоде похожа. Только теперь выход e снимается непосредственно с диода. Источник гармонического сигнала E_s используется при измерении коэффициента передачи K от входа E_s до выхода e .

Установить $\{Es/e\}$. Измерить значения дифференциального сопротивления диода r_d при значениях $I_1[1u, 1m|\text{Log } 10]$. Для этого установить $C_2 = 1$ («бесконечная» емкость) и, наблюдая график $K = v(e)/v(Es)$, оценивать коэффициент передачи $K = r_d/(R_1 + r_d)$. Целесообразно сохранять значения K малыми, добиваясь этого увеличением R_1 . Тогда значения r_d можно будет оценивать просто как $r_d \simeq KR_1$.

3. Установить нулевое значение емкости C_2 с тем, чтобы исключить протекание шумового тока диода по цепи R_1 . Измерить уровни шумового напряжения $e(f)$ для значений $I_1[1u, 10m|\text{Log } 10]$. По результатам измерений проверить выполнение равенства $e(f) = i(f)r_d$ при $I_1[1u, 10m|\text{Log } 10]$.

4. Установить диод в режим пробоя и исследовать уровни шумового напряжения на нем в области микротоков ($I_1 < 100 \text{ nA}$). Выяснить, насколько высокое значение шумового напряжения можно получить снижением тока I_1 при сохранении полосы шума не хуже 100 kHz ? Каким окажется при этом уровень шума σ ?

6.4. Фильтрация шумов

Спектральная плотность $n^2(f)$ шума на выходе фильтра – это произведение плотности $e^2(f)$ шума на входе на квадрат модуля комплексного коэффициента передачи фильтра:

$$n^2(f) = |K(jf)|^2 e^2(f).$$

Мощность $P = \sigma^2$ шума на выходе, равная квадрату его уровня σ , – это интеграл от спектральной плотности:

$$P = \int_0^\infty |K(jf)|^2 e^2(f) df.$$

Если шум на входе белый, то его плотность постоянна: $e^2(f) = N_0$ (для резистора $N_0 = 4kTR$). Мощность такого шума на выходе фильтра можно найти, умножая плотность N_0 на квадрат модуля коэффициента передачи фильтра в максимуме K_0 и на шумовую полосу фильтра F_n :

$$P = N_0 K_0^2 \int_0^\infty \left| \frac{K(jf)}{K_0} \right|^2 df = N_0 K_0^2 F_n.$$

Для интегрирующей цепи рис. 12а с коэффициентом передачи $K(jf) = \frac{1}{1+jf/f_h}$, ($K_0 = 1$), шумовая полоса составляет:

$$F_n = \int_0^\infty \frac{df}{\sqrt{1 + (f/f_h)^2}} = f_h \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{1 + x^2}} = f_h \arctg(x) \Big|_0^\infty = \frac{\pi}{2} f_h.$$

Это в $\pi/2$ раз шире верхней частоты f_h интегрирующей цепи по уровню $1/\sqrt{2} = -3 dB$.

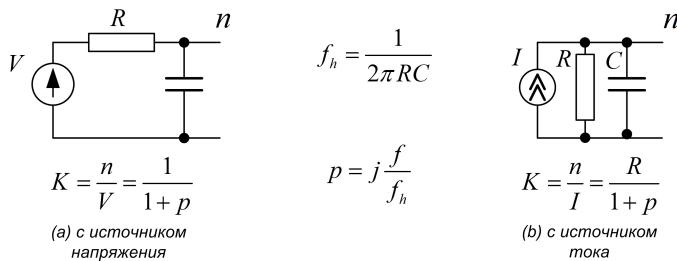


Рис. 12. Интегрирующие цепи

Если источником входного шума является шум резистора с плотностью $4kTR$, то мощность шума на выходе интегрирующей цепи составляет:

$$P = u^2 = 4kTRF_n = 4kTR \frac{\pi}{2} \frac{1}{2\pi RC} = \frac{kT}{C}.$$

Это отвечает равенству средней запасенной в конденсаторе энергии средней энергии на степень свободы при термодинамическом равновесии: $\frac{Cu^2}{2} = \frac{kT}{2}$.

Отличие интегрирующей цепи с источником тока, рис. 12б, только в том, что коэффициент передачи размерный со значением $K_0 = R$ в нуле. Мощность шума на выходе этой цепи оказывается той же:

$$P = i^2(f)R^2F_n = \frac{4kT}{R}R^2F_n = 4kTRF_n = \frac{kT}{C}.$$

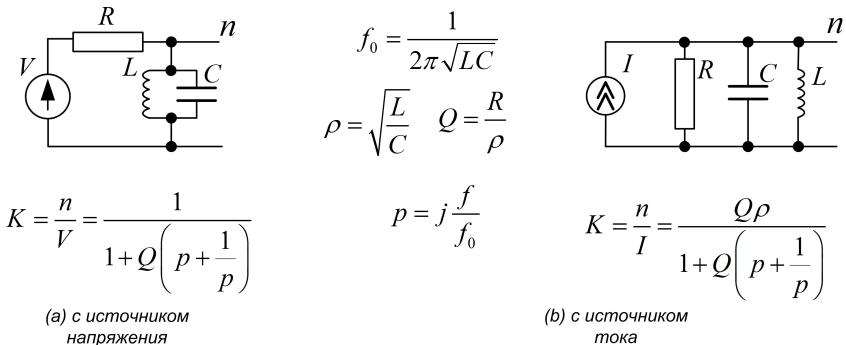


Рис. 13. Полосовые фильтры на параллельном контуре

Для полосового фильтра на рис. 13а шумовую полосу найдем, воспользовавшись линейным приближением для обобщенной расстройки $a(f)$ в окрестности резонанса

$$a(f) = Q \left(p + \frac{1}{p} \right) = jQ \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \simeq j2Q \frac{\Delta f}{f_0}; \quad f = f_0 + \Delta f.$$

Положив $\Delta f = v$ и приняв, что интегралы по частотам, лежащим выше и ниже f_0 , совпадают, найдем

$$F_n = 2 \int_0^\infty \frac{dv}{\sqrt{1 + |a(v)|^2}} = 2 \int_0^\infty \frac{dv}{\sqrt{1 + 4Q^2 \frac{v^2}{f_0^2}}} = \frac{\pi f_0}{2 Q}.$$

Это в $\pi/2$ раз шире двухсторонней полосы контура f_0/Q по уровню $1/\sqrt{2}$. Забавно, что полученная здесь приближенным методом формула для шумовой полосы на самом деле точна.

Как видно из рис. 13б, коэффициент передачи фильтра с источником тока отличается только множителем $Q\rho$, который имеет смысл сопротивления контура на резонансной частоте. Оценим мощность шума на выходе этого фильтра:

$$u^2 = i^2(Q\rho)^2 F_n = \frac{4kT}{R}(Q\rho)^2 \frac{\pi}{2} \frac{f_0}{Q} = \frac{kT}{C}.$$

Последнее равенство каждый может проверить самостоятельно. В порядке несложного упражнения можете также убедиться в том, что средний квадрат шумового тока в индуктивности $i = n/\rho$ составляет $i^2 = \frac{kT}{L}$, что согласуется с условием: $\frac{Li^2}{2} = \frac{kT}{2}$.

ЗАДАНИЕ 3 (файл model3)

3.1. Установить $\{V1/n1\}$ (интегрирующая цепь)

- * По графику $v(n1)/v(V1)$ оценить граничную частоту f_h .
- * Переключиться на шумовые графики. Измерить шумовое напряжение n_1 в полосе пропускания и уровень σ шума на выходе. Проверить, что $\sigma = n_1\sqrt{F_n} = \sqrt{kT/C}$, где $F_n = \frac{\pi}{2}f_h$.
 - * Варьировать $R_1[2k, 16k|4k]$. Снять зависимость шумового напряжения n_1 от R_1 . Почему уровень σ шума на выходе не зависит от R_1 ?
 - * Варьировать $C_1[0.8n, 2.4n|0.4n]$. Теперь не изменяется n_1 , но изменяется σ . Снять зависимость уровня шума σ от емкости.

3.2. Установить $\{V2/n2\}$ (полосовой LC-фильтр)

- * По графику $v(n2)/v(V2)$ оценить резонансную частоту f_0 и полосу Δf по уровню 0,7. Оценить добротность $Q = f_0/\Delta f$.
 - * Переключиться на шумовые графики. Измерить шумовое напряжение n_2 в точке f_0 и уровень σ шума на выходе. (Шум резистора 6.3к составляет около 10 нВ). Проверить, что $\sigma = n_2\sqrt{F_n} = \sqrt{kT/C}$, где $F_n = \frac{\pi}{2} \frac{f_0}{Q}$.
 - * Варьировать $R_2[2.3k, 10.3k|4k]$. Снять зависимость шумового напряжения $n_2(f_0)$ от R_2 . Почему уровень шума σ не зависит от R_2 ?

* Варьировать $C_2[0.75n, 1.75n|0.5n]$. При изменении емкости меняется частота резонанса, но шумовое напряжение n_2 на этой частоте остается неизменным. Снять зависимость от емкости уровня σ шума на выходе.

* Варьировать $L_2[1m, 3m|1m]$. Убедиться в том, что при изменении индуктивности сохраняются как шумовое напряжение на частоте резонанса, так и уровень σ на выходе. Почему уровень шума на выходе зависит от емкости, но не зависит от индуктивности?

3.3. Установить $\{V3/n3\}$. (LC -фильтр нижних частот)

$$K(p) = \frac{1}{p^2 + 2\delta p + 1}, \quad p = \frac{jf}{f_0}; \quad f_0 = 100 \text{ } k, \rho = 1260, \quad Q = \frac{1}{2\delta} = 5.$$

* Измерить шумовое напряжение n_3 в максимуме при f_0 и на частоте $f_0/10$. Как измеренные значения соотносятся с шумовым напряжением 2 нВ резистора 250 Ом? Измерить уровень σ шума на выходе. Оценить шумовую полосу F_n и проверить формулу: $F_n = \frac{\pi f_0}{2Q}$.

* Варьируя $R_3[100, 400|150]$, $C_3[0.75n, 1.75n|0.5n]$ и $L_3[1m, 3m|1m]$, фиксировать зависимости $n_3(f_0)$, $n_3(f_0/10)$ и σ от изменяемых параметров.

3.4. Установить $\{V4/n4\}$. (LC -фильтр верхних частот $K(p) = \frac{p^2}{p^2 + 2\delta p + 1}$ с параметрами пункта 3)

* Измерить шумовое напряжение n_4 в максимуме при f_0 и на частоте $10f_0$. Как измеренные значения соотносятся с шумовым напряжением 2 нВ резистора 250 Ом? Измерить уровень σ шума на выходе в полосе 1 МГц.

* Варьируя $R_4[100, 400|150]$, $C_4[0.75n, 1.75n|0.5n]$ и $L_4[1m, 3m|1m]$, фиксировать зависимости $n_4(f_0)$, $n_4(10f_0)$ и σ от изменяемых параметров.

6.5. Шумящие фильтры

В исследуемых здесь фильтрах шум на выходе – это результат сложения шума источника сигнала с шумом дополнительного внутреннего источника. Частотная зависимость плотности шума на выходе при этом уже не повторяет форму квадрата модуля коэффициента передачи. Поэтому коэффициент шума оказывается отличным от нуля и зависящим от частоты.

6.5.1. Полосовой LC-фильтр

В представленных на рис. 14 обозначениях коэффициенты передачи K_1, K_2 от источников e_1, e_2 до выхода n имеют вид:

$$K_1 = \frac{n}{e_1} = \frac{1/2}{1 + a(f)} = \frac{1/2}{1 + jQ\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)}; \quad K_2 = \frac{n}{e_2} = \frac{1/2 + a(f)}{1 + a(f)}.$$

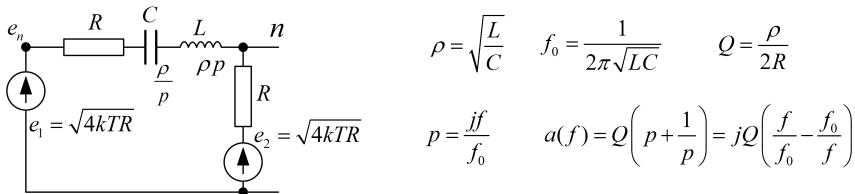


Рис. 14. Полосовой LC фильтр

Шумовое напряжение в узле n есть сумма шумов, создаваемых одним и другим резисторами:

$$n(f) = \sqrt{4kTR|K_1|^2 + 4kTR|K_2|^2} = \sqrt{4kTR} \sqrt{\frac{1/2 + |a|^2}{1 + |a|^2}}.$$

Приведенное ко входу шумовое напряжение составляет

$$e_n(f) = \frac{n(f)}{|K_1|} = \sqrt{4kTR} \sqrt{(2 + 4|a|^2)},$$

что дает следующее выражение для коэффициента шума:

$$K_n = 20 \lg \frac{e_n(f)}{\sqrt{4kTR}} = 20 \lg \sqrt{(2 + 4|a|^2)} = 10 \lg \left(2 + 4Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2 \right).$$

На частоте резонанса сопротивление последовательной LC-цепи становится нулевым. Тогда шум на выходе определяется параллельным соединением двух резисторов R . Вдали от резонанса высокий импеданс LC-цепи «изолирует» второй резистор от первого. Шум на выходе при этом увеличивается до шума e_2 одного резистора R . Коэффициент же передачи максимальен на резонансной частоте и быстро падает при уходе от

нее. Поэтому коэффициент шума минимален в точке резонанса, оказываясь равным здесь коэффициенту шума делителя напряжения, и быстро растет при удалении от резонанса.

ЗАДАНИЕ 4.1 (файл model4)

Установить $\{n1/V1\}$: фильтр 1 с параметрами:

$$f_0 = 100 \text{ kHz}, \rho = 1260, Q = 3.$$

* Подключив график $v(n1)/v(V1)$, снять АЧХ фильтра. Измерить резонансную частоту f_0 , полосу по уровню 0,7 и коэффициент передачи при резонансе. Убедиться в совпадении результатов с теорией.

* Проанализировать график шумового напряжения на выходе $n1$. Объяснить его форму (шумовое напряжение резистора в 210Ω составляет 1.7 nV). Зафиксировать уровни шумового напряжения на частотах $f_0, f_0/10$. Проверить закон суммирования шумовых напряжений, вносимых резисторами R_{s1} и R_1 . Для этого, заменяя поочередно первый и второй резисторы нешумящим сопротивлением $H1$, измерять вклад оставшегося резистора на частотах $f_0, f_0/10$.

* По графику приведенного ко входу шума оценить значения коэффициента шума на частотах $f_0, f_0/10$.

6.5.2. Полосовой RC-фильтр

В обозначениях на рис. 15 для коэффициентов передачи K_1, K_2 найдем

$$K_1 = \frac{n}{e_1} = \frac{1}{3 + a(f)}; \quad K_2 = \frac{n}{e_2} = \frac{2 + 1/p}{3 + a(f)};$$

Шумовое напряжение в узле n приводится к виду

$$n(f) = \sqrt{4kTR|K_1|^2 + 4kTR|K_2|^2} = \sqrt{4kTR} \frac{\sqrt{5 + 1/p^2}}{|3 + a|}.$$

Откуда для приведенного ко входу напряжения e_n и коэффициента шума K_n находим

$$e_n(f) = \frac{n(f)}{|K_1|} = \sqrt{4kTR}\sqrt{5 + 1/|p|^2},$$

$$K_n = 20 \lg \frac{e_n(f)}{\sqrt{4kTR}} = 20 \lg \sqrt{5 + 1/|p|^2} = 10 \lg \left(5 + \left(\frac{f_0}{f} \right)^2 \right).$$

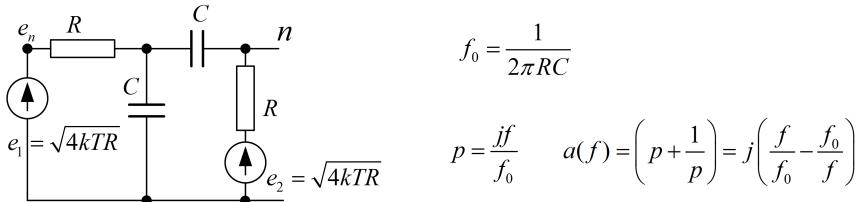


Рис. 15. Полосовой RC фильтр

На низких частотах емкостной импеданс велик и шум на выходе – это шум e_2 одного резистора R . На высоких частотах малый импеданс емкостей эффективно «закорачивает» выход, делая выходной шум малым. Коэффициент передачи имеет максимум на частоте f_0 . Спад коэффициента передачи на низких частотах при постоянстве уровня шума на выходе обеспечивает резкий рост коэффициента шума.

ЗАДАНИЕ 4.2(файл model4)

Установить $\{n2/V2\}$: фильтр 2 с $f_0 = 50 \text{ kHz}$.

* Подключив график $v(n2)/v(V1)$, снять АЧХ фильтра. Измерить резонансную частоту f_0 , полосу по уровню 0,7 и коэффициент передачи при резонансе. Убедиться в совпадении результатов с теорией.

* Проанализировать график шумового напряжения на выходе n2. Объяснить его форму (шумовое напряжение резистора в 3к составляет около 7 нВ). Измерить уровень шумового напряжения на частотах f_0 , $10f_0$. Заменяя поочередно первый и второй резисторы нешумящим сопротивлением H1, оценить вклад

ды шумов резисторов R_{s2} и R_2 в шумовое напряжение на частотах f_0 , $10f_0$ и в уровне шума на выходе.

* По графику приведенного ко входу шума оценить значения коэффициента шума на частотах f_0 , $f_0/10$, $f_0/100$.

6.5.3. LC-фильтр нижних частот

В обозначениях рис. 16 коэффициент передачи K_1 от источника e_1 до n имеет вид

$$K_1 = \frac{n}{e_1} = \frac{\gamma + \alpha p}{p^2 + 2\delta p + 1 + \gamma}.$$

Это фильтр нижних частот с коэффициентом передачи $K_1(0) = \frac{\gamma}{1+\gamma} = \frac{r}{r+R}$ на нулевой частоте, нулевой передачей в бесконечности и выбросом при $f = f_0$, то есть при $p = j \frac{f}{f_0} = j$. Значение коэффициента передачи в максимуме составляет

$$|K_1(f_0)| = \sqrt{\frac{\gamma^2 + \alpha^2}{\gamma^2 + 4\delta^2}}.$$

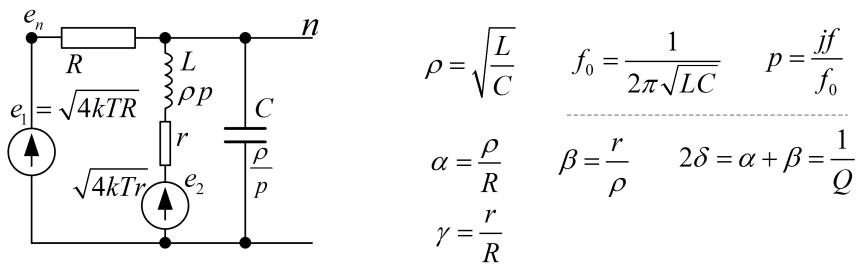


Рис. 16. *LC-фильтр низких частот*

Коэффициент передачи K_2 от источника e_2 до выхода n также задает фильтр нижних частот:

$$K_2 = \frac{1}{p^2 + 2\delta p + 1 + \gamma}; \quad |K_2(0)| = \frac{R}{r+R}, \quad |K_2(f_0)| = \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 + 4\delta^2}}.$$

Шумовое напряжение в узле n – это результат сложения шумов резисторов R, r :

$$n(f) = \sqrt{4kT} \sqrt{|K_1|^2 R + |K_2|^2 r} = \sqrt{4kTR} \frac{\sqrt{\gamma + \gamma^2 + \alpha^2|p|^2}}{|p^2 + 2\delta p + 1 + \gamma|}.$$

Приведенное ко входу шумовое напряжение определяется делением на $|K_1|$:

$$e_n(f) = \sqrt{4kTR} \sqrt{\frac{\gamma + \gamma^2 + \alpha^2 p^2}{\gamma^2 + \alpha^2 |p|^2}} = \sqrt{4kTR} \sqrt{1 + \left(\frac{r}{R} + \frac{\rho^2}{rR} |p|^2\right)^{-1}},$$

что дает следующее выражение для коэффициента шума:

$$K_n = 20 \lg \frac{e_n(f)}{\sqrt{4kTR}} = 10 \lg \left[1 + \left(\frac{r}{R} + \frac{\rho^2}{rR} f^2 \right)^{-1} \right].$$

На низких частотах индуктивный импеданс мал, а емкостный велик. При этом шум на выходе создается параллельным соединением $r||R$ и отличен от нуля. С учетом малости коэффициента передачи это приводит к высокому уровню коэффициента шума. На высоких частотах большой индуктивный импеданс эффективно «отключает» резистор r . Получается обычная интегрирующая RC -цепь с нулевым коэффициентом шума. Таким образом, в фильтре на параллельном контуре с омическим сопротивлением индуктивности r обнаруживается рост коэффициента шума на частотах ниже резонанса.

ЗАДАНИЕ 4.3(файл model4)

Установить {n3/V3}: фильтр 3 с параметрами:

$$f_0 = 100 \text{ } k; \rho = 1.26 \text{ } k; \alpha = \beta = \delta = 0.17; Q = 3; \gamma = 0.028; \frac{\rho^2}{rR} = 1.$$

* Подключив график $v(n3)/v(V3)$, снять АЧХ фильтра. Измерить резонансную частоту f_0 , полосу по уровню 0,7 и коэффициенты передачи на резонансной и нулевой частотах. Убедиться в совпадении результатов с теорией.

* Проанализировать график шумового напряжения на выходе п3. Объяснить его форму (шумовое напряжение резистора в 210 Ом составляет около 1.7 нВ). Измерить уровни шумового напряжения на частотах f_0 , $f_0/100$. Заменяя поочередно первый и второй резисторы нешумящим сопротивлением $H1$, оценить вклады шумов резисторов R_{s3} и R_3 в шумовое напряжение на частотах f_0 , $f_0/100$ и в уровень шума на выходе.

* По графику приведенного ко входу шума оценить значения коэффициента шума на частотах f_0 , $10f_0$, $f_0/100$.

6.6. Шумы в усилителе на биполярном транзисторе

Шумовая эквивалентная схема усилителя на биполярном транзисторе показана на рис. 17. Основной вклад в баланс шумов транзистора вносит цепь базы. Источниками шумов в ней являются тепловой шум объемного сопротивления базы $u = \sqrt{4kT r_b}$ и дробовой шум $p-n$ -перехода база-эмиттер $i = \sqrt{2qI_b}$. Совокупное действие этих факторов создает шумовой базовый ток i_b , который, после усиления в h_{21} раз, и дает основную компоненту шумового коллекторного тока i_c . Шумы, созданные дробовым током коллекторного перехода ($\sqrt{2qI_c}$) и сопротивлением нагрузки ($\sqrt{4kT/R_c}$), обычно мало заметны.

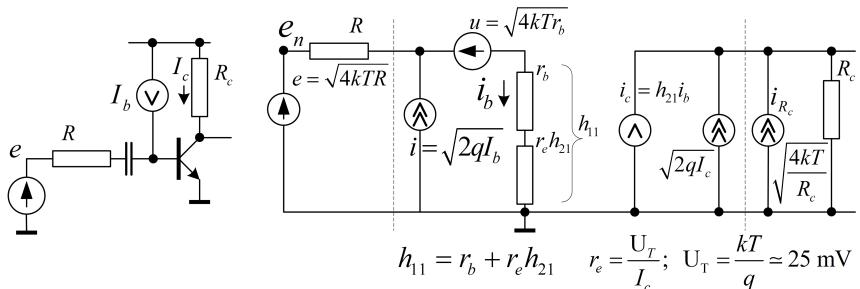


Рис. 17. Шумовая схема усилителя

При больших сопротивлениях источника сигнала ($R \rightarrow \infty$) весь дробовой ток базы i протекает по переходу база-эмиттер. Шумовой коллекторный ток достигает при этом наибольшего значения

$$i_c = h_{21}i_b = h_{21}i = \sqrt{2qI_b h_{21}^2} = \sqrt{2qI_c h_{21}},$$

которое в $\sqrt{h_{21}}$ раз превышает дробовую компоненту коллекторного тока $\sqrt{2qI_c}$.

При $R \rightarrow 0$ дробовой ток базы замыкается на нулевое сопротивление источника. Шумовой базовый ток создается при этом только шумовым напряжением u объемного сопротивления базы: $i_b \simeq \sqrt{4kTr_b}/(r_e h_{21})$. Усиление этого тока дает шумовой коллекторный ток:

$$i_c = h_{21}i_b = \sqrt{\frac{4kTr_b}{r_e^2}} = \sqrt{\frac{4(U_T q)r_b}{U_T^2/I_c^2}} = \sqrt{2qI_c} \sqrt{\frac{2r_b I_c}{U_T}},$$

где $U_T = \frac{kT}{q} \simeq 25 \text{ мВ}$ – тепловой потенциал, а $r_e = \frac{U_T}{I_c}$. В этом режиме вклад тока базы в шум тока коллектора оказывается сравнимым с дробовой составляющей коллекторного тока $\sqrt{2qI_c}$.

С увеличением R вклад шума объемного сопротивления базы снижается, а вклад дробового шума тока базы возрастает.

Вклад i_{R_c} теплового шума сопротивления нагрузки R_c сильно уступает дробовой составляющей коллекторного тока $\sqrt{2qI_c}$:

$$i_{R_c} = \sqrt{\frac{4kT}{R_c}} = \sqrt{\frac{4U_T q}{R_c} \frac{I_c}{I_c}} = \sqrt{2qI_c} \sqrt{\frac{2U_T}{I_c R_c}}.$$

Согласно этой оценке, вклад теплового шума оказывается сравнимым с $\sqrt{2qI_c}$ только когда постоянная составляющая $I_c R_c$ напряжения на сопротивлении нагрузки составляет порядка $2U_T = 50 \text{ мВ}$. Обычно она намного больше.

Коэффициент шума усилителя на биполярном транзисторе сильно зависит от величины сопротивления источника сигнала R . Обратимся к рис. 17. Ток базы i_b определяется совместным действием трех факторов – источника e , напряжения u и тока i :

$$i_b = \frac{e}{R + h_{11}} + \frac{u}{R + h_{11}} + i \frac{R}{R + h_{11}}.$$

Спектральную плотность этого шума найдем как взвешенную сумму плотностей трех источников с весами, равными квадратам коэффициентов передачи:

$$i_b^2(f) = \frac{e^2(f) + u^2(f) + R^2 i^2(f)}{(R + h_{11})^2}.$$

Приведем эту плотность ко входу e_n , поделив ее на квадрат коэффициента передачи $K = \frac{1}{R+h_{11}}$ от входа e_n до тока базы i_b :

$$e_n^2 = \frac{i_b^2}{K^2} = e^2 + u^2 + R^2 i^2 = 4kTR + u^2 + R^2 i^2 = 4kR(T + T_n).$$

Для шумовой температуры усилителя это дает:

$$T_n = \frac{1}{4k} \left(\frac{u^2}{R} + i^2 R \right).$$

Минимум шумовой температуры, а вместе с ней и коэффициента шума $K_n = 10 \lg(1 + T_n/T)$ достигается при

$$R = R_n = \sqrt{\frac{u^2}{i^2}} = \sqrt{\frac{4kTrb}{2qI_b}} = r_b \sqrt{\frac{2U_T}{I_b r_b}}.$$

Величину R_n , равную отношению шумового напряжения к шумовому току, называют **шумовым сопротивлением** усилителя. Оптимум по коэффициенту шума достигается, когда сопротивление источника равно шумовому сопротивлению.

Шумовое сопротивление усилителя на биполярном транзисторе растет с уменьшением режимного тока I_c . При обычных токах коллектора в единицы mA оно находится где-то в области сотен Ω . Поэтому малошумящие усилители на биполярных транзисторах обычно работают в области микротоков.

ЗАДАНИЕ 5(файл model5)

Согласовать с преподавателем начальное значение коллекторного тока транзистора из диапазона $I_c = [50 \mu A, 2 mA]$ и объемное сопротивление базы $r_b = [25, 200 \Omega]$.

1. В схеме измерения шумового коллекторного тока транзистора источник I_1 задает начальный ток базы. Управляемый источник H_s моделирует нешумящее сопротивление источника сигнала. Шумовой коллекторный ток преобразуется в измеряемое напряжение i управляемым источником H с единичным коэффициентом передачи: $1 \text{ pV}/1 \text{ pA}$.

* Установить $\{E_1/i\}$. Задать начальный ток коллектора $I_c = 1 \text{ mA}$, установив $I_1 = 13.5 \mu A$. По графику $v(i)/i(E1)$ оценить значение коэффициента передачи тока h_{21} .

* Обнулить объемное сопротивление базы транзистора $Q1$ (параметр RB). Снять зависимость шумового тока коллектора $i(f)$ от сопротивления источника, варьируя $H_s[10, 1000k|\text{Log } 10]$. Обнулить сопротивление источника ($H_s = 0$). Снять зависимость шумового тока от объемного сопротивления базы, варьируя $RB[0, 100|25]$. (При $I_c = 1 \text{ mA}$ дробовой ток коллекторного перехода $\sqrt{2qI_c}$ составляет примерно 18 pA .)

* Повторить измерения при токе $I_c = 0.1 \text{ mA}$ ($I_1 = 1.83 \text{ uA}$). Сравнить и объяснить результаты всех измерений.

2. Перейти к схеме анализа коэффициента шума усилителя.

* Установить заданное значение $r_b(RB)$ транзистора $Q2$. Установить заданное значение I_c выбором резистора R_b . Выбрать резистор R_c так, чтобы падение напряжения I_cR_c на нем составляло около 5 V .

* Установить $\{E_2/n\}$. Изучая зависимость коэффициента шума усилителя от сопротивления источника сигнала R , найти значение $R = R_n$, при котором этот коэффициент принимает минимальное значение. Получить оценки минимального значения коэффициента шума K_n , шумовой температуры T_n и шумового сопротивления R_n усилителя.

Коэффициент шума вычислять по измеренному приведенному ко входу шумовому напряжению $e_n(f)$ (график *inoise*), пользуясь *excel-калькулятором*. Поиск минимума потребует некоторых усилий. Стоит начать с варьирования R в логарифмическом режиме с тем, чтобы обнаружить примерное положение минимума. Затем его можно уточнить, применив линейное варьирование R в окрестности минимума.

* Установить сопротивление источника равным шумовому ($R = R_n$) и оценить уровень σ шума на выходе усилителя.

Наличие оптимума по сопротивлению R источника сигнала – это общее правило: коэффициент шума любого шумящего усилителя растет как в области малых, так и в области больших сопротивлений источника, принимая минимальное значение где-то посередине.

В самом деле, при малых R (почти короткое замыкание на выходе) источник порождает малое шумовое напряжение, а при

больших (почти холостой ход) – малый шумовой ток. В обоих случаях вклад шума источника в общий баланс шумов на выходе усилителя становится ничтожным, так что зависимость уровня шума на выходе от R практически исчезает.

С ростом сопротивления источника R коэффициент передачи от источника до выхода усилителя падает примерно как $1/R$. Плотность пересчитанного ко входу шума e_n^2 растет при этом квадратично как R^2 , в то время как плотность собственного шума источника $e^2 = 4kTR$ растет лишь линейно по R , так что отношение e_n^2/e^2 линейно нарастает с увеличением R , что и обеспечивает рост коэффициента шума.

В области малых сопротивлений усиление практически не зависит от R , так что плотность приведенного шума e_n^2 также оказывается почти постоянной. Собственный же шум источника $e^2 = 4kTR$ падает вместе с R . Этот спад и дает рост отношения e_n^2/e^2 как $1/R$ при $R \rightarrow 0$.

6.7. Шумы в усилителе на полевом транзисторе

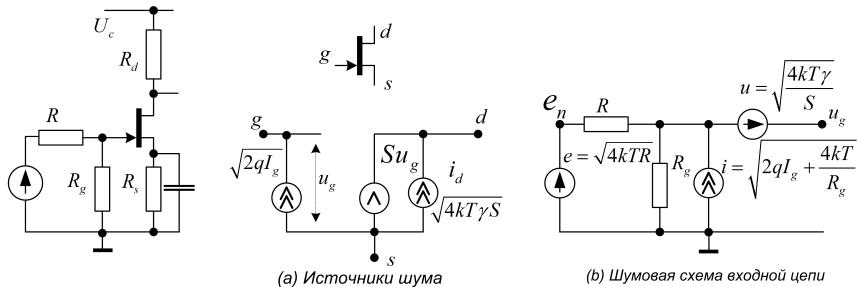


Рис. 18. Шумовые модели

Основной источник шума полевого транзистора, рис. 18а, – это тепловой шум канала со спектральной плотностью $i_d^2(f) = 4kT\gamma S$, где S – крутизна транзистора (mA/V), а γ – поправочный коэффициент, значение которого зависит от начального режима и составляет порядка 0.66. Канал транзистора шумит как резистор с небольшим сопротивлением $1/S \simeq 500 \Omega$.

На низких частотах к белому тепловому шуму канала добавляется фликкер-шум со спектральной плотностью $1/f$. На частотах ниже 1 kHz фликкер-шум заметно превалирует над тепловым шумом. Присутствует также дробовой шум затвора – шум обратно смещенного управляющего $p-n$ -перехода с плотностью $2qI_g$, где I_g – ток утечки затвора. Обычно он пренебрежимо мал по сравнению с тепловым шумом внешнего резистора R_g утечки затвора.

В схеме усилителя к шумовому току канала добавляется шумовой ток сопротивления нагрузки R_d с плотностью $\frac{4kT}{R_d}$. Этот шум меньше шума канала $4kT\gamma S$ примерно в коэффициент усиления $SR_d \gg 1$ раз, так что его можно игнорировать.

При анализе шумов в усилителе шум тока канала приводят ко входу делением его спектральной плотности на квадрат крутизны транзистора. В результате во входной цепи появляется источник шумового напряжения u со спектральной плотностью $u^2(f) = \frac{4kT\gamma}{S}$, рис. 18b. Кроме того, во входной цепи присутствует источник шумового тока i , который объединяет в себе тепловой шум сопротивления утечки R_g и дробовой ток затвора.

В схеме на рис. 18b напряжение u_g на затворе теперь уже нешумящего транзистора создается тремя факторами: напряжением u , источником e и током i . Спектральная плотность этого шума составляет

$$u_g^2(f) = u^2(f) + \alpha^2 e^2(f) + \alpha^2 i^2(f) R^2, \quad \alpha = \frac{R_g}{R_g + R}.$$

Приведем шум $u_g^2(f)$ ко входу e_n , поделив его на квадрат коэффициента передачи α , и найдем отношение плотности приведенного шума к шуму источника $e^2(f) = 4kTR$. Получим

$$\frac{e_n^2(f)}{e^2(f)} = 1 + \frac{1}{4kT} \left\{ i^2(f)R + \frac{u^2(f)}{R} \left(1 + \frac{R}{R_g} \right)^2 \right\}.$$

Минимизация этого выражения по R приводит к следующему выражению для шумового сопротивления усилителя (при нулевом значении тока утечки затвора I_g):

$$R_n = \sqrt{\frac{\gamma R_g}{S}} \left(1 + \frac{\gamma}{SR_g} \right)^{-1/2} \simeq \sqrt{\frac{\gamma R_g}{S}}.$$

ЗАДАНИЕ 6(файл model6)

Согласовать с преподавателем значение напряжения смещения из ряда $U_p[0.2, 2|0.2 \text{ V}]$ и сопротивление утечки затвора $R_g[1, 50|1 \text{ Meg}]$.

1. Установить $\{V/i\}$ (схема исследования шумового тока).

* Установить заданное значение U_p . Оценить начальное значение тока канала I_d . По графику $v(i)/v(V)$, варьируя $U_p[0.2, 2|0.2 \text{ V}]$, исследовать зависимость крутизны транзистора $S (\text{mA/V})$ от U_p . Вычислить сопротивление $1/S$ для заданного значения U_p .

* Снять зависимость шумового тока канала $i_d (\text{pA})$ от $U_p[0.2, 2|0.2 \text{ V}]$. Для заданного U_p вычислить значение

$$\gamma = \frac{i_d^2}{4kTS} = \frac{(i_d[\text{pA}])^2(1/S)[\text{kOm}]}{16.5}.$$

* Подключить резистор $R_g = 1 \text{ Meg}$. Снять зависимость i_d от нешумящего сопротивления источника $H[0, 2 \text{ Meg}|0.5 \text{ Meg}]$. Объяснить наблюдаемый уровень шумового тока при $H = 1 \text{ Meg}$.

2. Установить $\{Vs/n\}$ (схема исследования коэффициента шума).

* Задать начальный режим транзистора, установив $R_s = U_p/I_d$ и $R_d = 5[\text{V}]/I_d$. Исследовать зависимость коэффициента шума усилителя от сопротивления R источника сигнала. Оценить шумовое сопротивление R_n и минимальные значения коэффициенту шума K_n и шумовой температуры T_n . Проведить соотношение $R_n = \sqrt{\gamma R_g/S}$.

* При $R = R_n$ оценить уровень σ шума на выходе.

Литература

1. Григорьев А.А. Лекции по теории сигналов. — М.: МФТИ, 2013.
2. Воронов Е.В. Случайные сигналы и шумы. — М.: МФТИ, 2012.
3. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники. Том 2. — М.: Мир, 1993.

Учебное издание

ШУМЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМАХ

Методические указания
к лабораторной работе

по курсу *Нелинейные преобразования
и прием радиосигналов*

Составитель **Григорьев** Александр Алексеевич

Редактор *В.А. Дружинина*. Корректор *О.П. Котова*

Подписано в печать 10.02.2015. Формат 60×84 1/16.
Усл. печ. л. 2.75. Уч.-изд.л. 3,5. Тираж 120 экз. Заказ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего профессионального образования «Московский
физико-технический институт (государственный университет)»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
8(495)408-58-22. E-mail: rio@mail.mipt.ru

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
8(495)408-84-30. E-mail: polygraph@mipt.ru