

Семинар 3 - Вектор. Амортизирана слоpност

Вектор

* вид списъчна структура (запазва реда на добавяне на елем.)


→ Основни операции на вектора:

* добавяне в края → $\text{push-back}()$ $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \text{best-case } \Theta(1) \\ \rightarrow \text{worst-case } \Theta(n) - \text{когато трябва да се напp. resize} \end{array} \right.$

* премахване от края → $\text{pop-back}()$ - $\Theta(1)$
/ НЕ прави автоматичен resize /

* индексация - $\Theta(1)$

$\left\{ \begin{array}{l} * \text{ добавяне на произволна позиция } \rightarrow \text{insert}() \\ * \text{ премахване от произволна позиция } \rightarrow \text{erase}() \end{array} \right\} \rightarrow \Theta(n)$

→ Защо са важни? - Векторът има locality. 

→ Анализ на push-back операцията

* best-case $\Theta(1)$

* worst-case $\Theta(n)$

* average-case? → НЕ го дефинираме, защото векторът не е случайна величина

Разглеждаме последователност от n операции в/у един и същи контекст ⇒ амортизиран анализ / интересува ни средно на операции /

При добавяне на n числа:

- бързи стъпки $\Theta(1)$ - когато не правим resize ⇒ $\leq n$

- бавни стъпки $\Theta(n)$ - когато правим resize

на итерации $1, 2, 4, 8, 16, \dots \sim n$

$$\approx 2n - 1$$

// growth factor = 2

$$\sum_{i=0}^{n-1} 2^i$$

⇒ общо за n добавения правим $\leq n * \Theta(1) + 2n - 1 \approx \Theta(n)$ стъпки

⇒ $\Theta(1)$ амортизирана слоpност на добавяне

Задача. Да се генерират всички булеви вектори с дължина n .
 Да се направи анализ на функцията (без print!).

```
void generateBoolVectors (int n) {
    std::vector<int> v(n, 0);
    unsigned count = 1 << n;
    for (unsigned i = 0; i < count; i++) {
        print(v);
        next(v);
    }
}
```

```
void next (std::vector<int>& v) {
    int idx = v.size() - 1;
    while (idx >= 0 && v[idx] == 1) {
        v[idx--] = 0;
    }
    if (idx >= 0) {
        v[idx] = 1;
    }
}
```

Анализ на next:

- * best-case - когато завършва на 0 $\Rightarrow \Theta(1)$
- * worst-case - когато са само 1-ци $\Rightarrow \Theta(n)$

* амортизиран анализ

имаме 2^n обекта общо \Rightarrow горна граница $\Omega(2^n)$

разглеждаме while цикъла - условието

false 2^n пъти
 (когато обектът е
 почти готов и
 остава да се изпълни
 if-а)

$\Theta(1)$

на вектор \uparrow

$\sum_{i=0}^{n-1} 2^i \rightarrow$ когато сме
 на позиция
 $idx=i$, услов.
 е вярно точно 2^i пъти

$\underbrace{\quad \quad \quad 1}_{2^{n-1} \text{ варианта}}$

$\underbrace{\quad \quad \quad 1 \quad 1}_{2^{n-2} \text{ варианта} \dots \text{и т.н.}}$

$$\Rightarrow \text{общо } 2^n + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i = \sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1 \approx \frac{2^{n+1} - 1}{2^n} \leq 2 \text{ стъпки}$$