

Домашна работа No 1

Елица Тихомирова Йоткова ФН: 4MI0800119

Задача 29:

Suppose A says "Either I am a knave or B is a knight". What are A and B?

Решение:

Формализираме казаното от A:

$A - knight \quad \neg A - knave$

$B - knight \quad \neg B - knave$

$A \Leftrightarrow \neg A \vee B$

$(A \Rightarrow \neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee B \Rightarrow A)$

$(\neg A \vee \neg A \vee B) \wedge (\neg(\neg A \vee B) \vee A)$

$(\neg A \vee B) \wedge ((A \wedge \neg B) \vee A)$ – закон за поглъщане

$(\neg A \vee B) \wedge A$

$(\neg A \wedge A) \vee (B \wedge A); (\neg A \wedge A) \equiv 0; 0 \wedge \alpha \equiv \alpha; \alpha - \text{формула}$

$B \wedge A$

Следователно B и A са рицари (knight).

Задача 31:

Again we have 3 people A, B, C. Each of whom is either a knight or knave. A and B make the following statements:

A: All of us are knaves

B: Exactly one of us is a knight.

What are A, B, C?

Решение:

$A - knight \quad \neg A - knave$

$B - knight \quad \neg B - knave$

$C - knight \quad \neg C - knave$

Формализираме казаното от А

$$A \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$$

$$(A \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \wedge ((\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \Rightarrow A)$$

$$(\neg A \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C)) \wedge (\neg(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee A)$$

$$\neg A \wedge (A \vee B \vee C \vee A)$$

$$\neg A \wedge (A \vee B \vee C)$$

$$\neg A \wedge (B \vee C)$$

Следователно А е **не**благородник (измамник), а В или С са рицари (благородници)

Формализираме казаното от В:

$$B \Leftrightarrow (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \wedge (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$$

Тъй като от казаното от А установихме, че А е измамник, то формулата $A \wedge \neg B \wedge \neg C$, ще има стойност **лъжа**.

$$B \Leftrightarrow (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$$

$$(B \Rightarrow (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)) \wedge ((\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \Rightarrow B)$$

$$(\neg B \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)) \wedge (\neg((\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)) \vee B)$$

$$(\neg B \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C)) \wedge (\neg(\neg A \wedge B \wedge \neg C) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee B)$$

$$(\neg B \vee \neg A) \wedge (\neg B \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (((A \vee \neg B \vee C) \wedge (A \vee B \vee \neg C)) \vee B)$$

Формулата $(\neg B \vee \neg A)$ има стойност **истина**, тъй като вече знаем, че А е измамник.

$$(\neg B \vee B) \equiv 1$$

$$(\neg B \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B \vee C \vee B) \wedge (A \vee B \vee \neg C \vee B)$$

$$(\neg B \vee \neg C) \wedge (A \vee B \vee \neg C)$$

А е измамник, следователно оставаме с :

$$(\neg B \vee \neg C) \wedge (B \vee \neg C)$$

$$((B \vee \neg C) \wedge \neg B) \vee ((B \vee \neg C) \wedge \neg C)$$

$$(B \wedge \neg B) \vee (\neg B \wedge \neg C) \vee \neg C$$

Формулата $(B \wedge \neg B) \equiv 0$. Тъй като от казаното от А, поне един от В и С е рицар (благородник) $\Rightarrow (\neg B \wedge \neg C) \equiv 0$

Оставаме с $\neg C$

Следователно С е измамник, а В е рицар.

Отговор: А – измамник, В – рицар, С - измамник

Задача 34:

Two people are said to be of the same type if they are both knights or knaves. A and B make the following statements:

A: B is knave

B: A and C are of the same type.

What is C?

Решение:

A – knight $\neg A$ – knave

B – knight $\neg B$ – knave

C – knight $\neg C$ – knave

Формализираме казаното от А:

$$A \Leftrightarrow \neg B$$

$$(A \Rightarrow \neg B) \wedge (\neg B \Rightarrow A)$$

$$(\neg A \vee \neg B) \wedge (B \vee A)$$

$$(\neg A \wedge B) \vee (\neg B \wedge B) \vee (\neg A \wedge A) \wedge (\neg B \wedge A)$$

$$(\neg A \wedge B) \vee (\neg B \wedge A)$$

Следователно или А е измамник и В е рицар, или А е рицар и В е измамник

Формализираме казаното от В:

$$B \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg C) \vee (A \wedge C)$$

$$(B \Rightarrow (\neg A \wedge \neg C) \vee (A \wedge C)) \wedge ((\neg A \wedge \neg C) \vee (A \wedge C) \Rightarrow B)$$

$$(\neg B \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee (A \wedge C)) \wedge (\neg((\neg A \wedge \neg C) \vee (A \wedge C)) \vee B)$$

$$((\neg B \vee \neg A) \wedge (\neg B \vee \neg C)) \vee (A \wedge C) \wedge (\neg(\neg A \wedge \neg C) \wedge \neg(A \wedge C) \vee B)$$

От твърдението на А знаем, че със сигурност поне един от А и В е измамник, следователно формулата $(\neg B \vee \neg A) \equiv 1$

$$(\neg B \vee \neg C \vee (A \wedge C)) \wedge (((A \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg C)) \vee B)$$

$$(\neg B \vee \neg C \vee A) \wedge ((A \vee B \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg C \vee B))$$

Опново използваме казаното от А следователно $(A \vee B) \equiv 1$

$$(\neg B \vee \neg C \vee A) \wedge (\neg A \vee \neg C \vee B)$$

$$(\neg C \vee (\neg B \vee A)) \wedge (\neg C \vee (\neg A \vee B))$$

$$(\neg C \wedge (\neg C \vee (\neg A \vee B))) \vee (\neg B \vee A) \wedge (\neg C \vee (\neg A \vee B))$$

$$\neg C \vee (\neg C \wedge (\neg B \vee A)) \vee ((\neg B \vee A) \wedge (\neg A \vee B))$$

$$\neg C \vee (\neg B \wedge \neg A) \vee (A \vee \neg A) \vee (\neg B \wedge B) \vee (A \vee B) \equiv \neg C$$

Заключваме, че **С е измамник**.