

Лабораторная работа 3. Модель боевых действий

Вариант 30

Асеинова Елизавета Валерьевна

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическое введение	7
4	Выполнение лабораторной работы	9
5	Выводы	12
6	Список литературы	13

List of Figures

4.1	Задание коэффициентов и численности	9
4.2	Система уравнений	9
4.3	Графики изменения численности армий	10
4.4	Задание коэффициентов и численности	10
4.5	Система уравнений	11
4.6	Графики изменения численности армий	11

List of Tables

1 Цель работы

Рассмотреть простейшие модели боевых действий - модели Ланчестера, и построить графики изменения численности войск, используя данные модели

2 Задание

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 52 000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 49 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем, что $P(t)$ и $Q(t)$ - непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев: 1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -0,36x(t) - 0,48y(t) + \sin(t + 1) + 1 \\ \frac{dy}{dt} &= -0,49x(t) - 0,37y(t) + \cos(t + 2) + 1,1\end{aligned}$$

2. Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -0,11x(t) - 0,68y(t) + \sin(5t) + 1,1 \\ \frac{dy}{dt} &= -0,6x(t)y(t) - 0,15y(t) + \cos(5t) + 1\end{aligned}$$

3 Теоретическое введение

Рассматриваются простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

В лабораторной работе рассматриваются два случая ведения боевых действий: 1. Боевые действия между регулярными войсками 2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами: - скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство) - скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.); - скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$, члены $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, $a(t)$, $h(t)$ - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции $P(t)$, $Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и Y в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличие от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан.¹

В результате модель принимает вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)\end{aligned}$$

¹Кулябов, Д.С. Модель боевых действий.

4 Выполнение лабораторной работы

Модель боевых действий между регулярными войсками

1. Зададим коэффициенты a , b , c , h , а также численность стран X и Y . (рис.4.1)

```
parameter Real a = 0.36;  
parameter Real b = 0.48;  
parameter Real c = 0.49;  
parameter Real h = 0.37;  
  
parameter Real x0 = 52000;  
parameter Real y0 = 49000;  
  
Real x(start = x0);  
Real y(start = y0);
```

Figure 4.1: Задание коэффициентов и численности

2. Пропишем систему дифференциальных уравнений, отражающих изменений численности первой и второй армии. (рис.4.2)

```
equation  
  der(x) = -a*x - b*y + sin(time+1)+1;  
  der(y) = -c*x - h*y + cos(time+2) +1.1;
```

Figure 4.2: Система уравнений

3. Построим графики для рассмотренного случая. (рис.4.3)

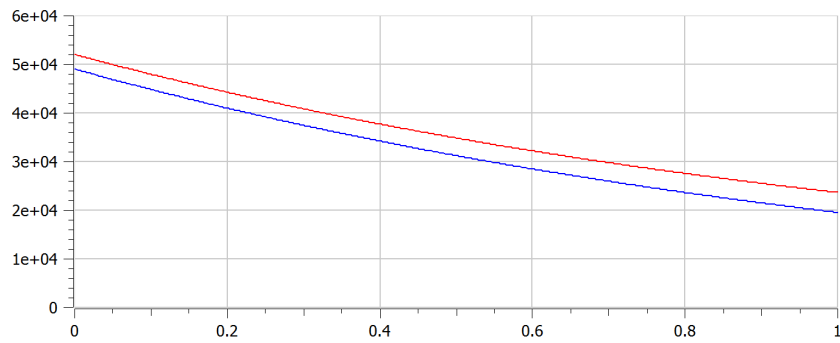


Figure 4.3: Графики изменения численности армий

По графику видим, что численность армии страны X (выделена красным цветом) будет превосходить численность армии страны Y.

Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

1. Зададим коэффициенты a , b , c , h , а также численность стран X и Y.(рис.4.4)

```
parameter Real a = 0.11;
parameter Real b = 0.68;
parameter Real c = 0.6;
parameter Real h = 0.15;

parameter Real x0 = 52000;
parameter Real y0 = 49000;

Real x(start = x0);
Real y(start = y0);
```

Figure 4.4: Задание коэффициентов и численности

2. Пропишем систему дифференциальных уравнений, отражающих изменений численности первой и второй армии. (рис.4.5)

```
equation
der(x) = -a*x - b*y + sin(5*time)+1.1;
der(y) = -c*x*y - h*y + cos(5*time) +1;
```

Figure 4.5: Система уравнений

3. Построим графики для рассмотренного случая. (рис.4.6)

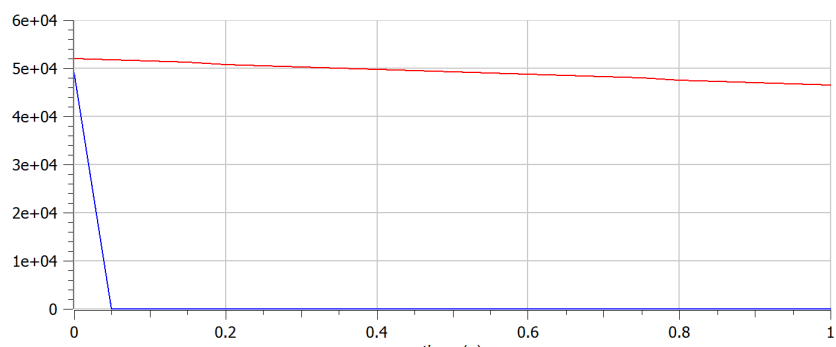


Figure 4.6: Графики изменения численности армий

По графику видим, что численность армии страны X (выделена красным цветом) будет превосходить численность армии страны Y, а численность армии Y в один момент обратится в 0, что означает победу армии страны X.

5 Выводы

В данной лабораторной работе мы рассмотрели простейшие модели боевых действий - модели Ланчестера, и построили графики изменения численности войск, используя данные модели. Также мы проанализировали результаты полученных графиков и сделали выводы о численностях армий для каждого рассмотренного случая.

6 Список литературы

1. Кулябов, Д.С. Модель боевых действий [Текст] / Д.С.Кулябов. - Москва: - 7 с.