Лабораторная работа 6. Задача об эпидемии

Вариант 30

Асеинова Елизавета Валерьевна

Содержание

1 Цель работы 5

2 Задание 6

3 Теоретическое введение 7

4 Выполнение лабораторной работы 9

5 Выводы 12

6 Список литературы 13

List of Figures

4.1 Коэффициенты и количество особей 9
4.2 S, I, R 9
4.3 Уравнения, первый случай 10
4.4 График, первый случай 10
4.5 Уравнения, второй случай 10
4.6 График, второй случай 11

List of Tables

1 Цель работы

В данной работе мы должны изучить задачу об эпидемии и построить соответствующие графики в OpenModelica.

2 Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=11 700) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=270, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=49. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0). Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если $I(0) \leq I^*$
2) если $I(0) > I^*$

3 Теоретическое введение

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни R(0)=0, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей I(0) и S(0) соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$, $I(0) > I^*$ [1]

[1]Кулябов, Д.С. Задача об эпидемии.

4 Выполнение лабораторной работы

1. Задаем коэффициенты и количество особей для уравнений.(рис.4.1)

```
parameter Real a = 0.01;// коэффициент заболеваемости
parameter Real b = 0.02;//коэффициент выздоровления
parameter Real N = 11700;// общая численность популяции
parameter Real I0 = 270; // количество инфицированных особей в начальный момент
parameter Real S0 = N - I0 - R0; // количество восприимчивых к болезни особей в
начальный момент времени
parameter Real R0 = 49; // количество здоровых особей с иммунитетом в начальный
момент времени
```

Figure 4.1: Коэффициенты и количество особей

2. Определяем S, I, R.(рис.4.2)

```
Real S(start=S0);
Real I(start=I0);
Real R(start = R0);
```

Figure 4.2: S, I, R

3. Прописываем систему уравнений для первого случая. (рис.4.3)

```
equation
der(S) = 0;
der(I) = - b*I;
der(R) = b*I;
```

Figure 4.3: Уравнения, первый случай

4. Получаем график для первого случая, когда $I(0) \leq I^*$. (рис.4.4)

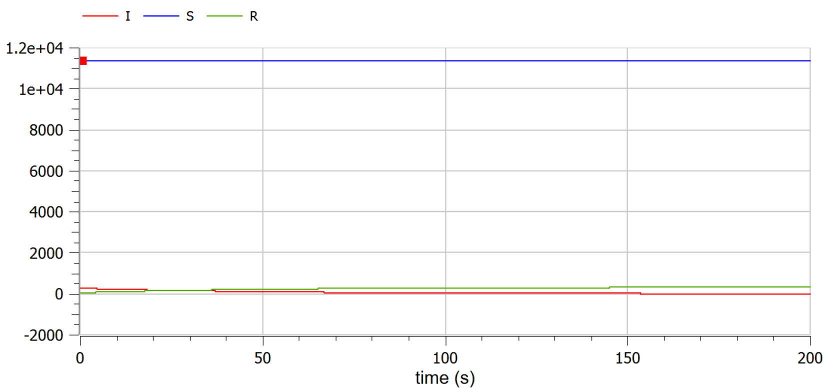

Figure 4.4: График, первый случай

5. Прописываем систему уравнений для второго случая. (рис.4.5)

```
der(S) = -a*S;
der(I) = a*S - b*I;
der(R) = b*I;
```

Figure 4.5: Уравнения, второй случай

6. Получаем график для второго случая, когда $I(0) > I^*$. (рис.4.6)

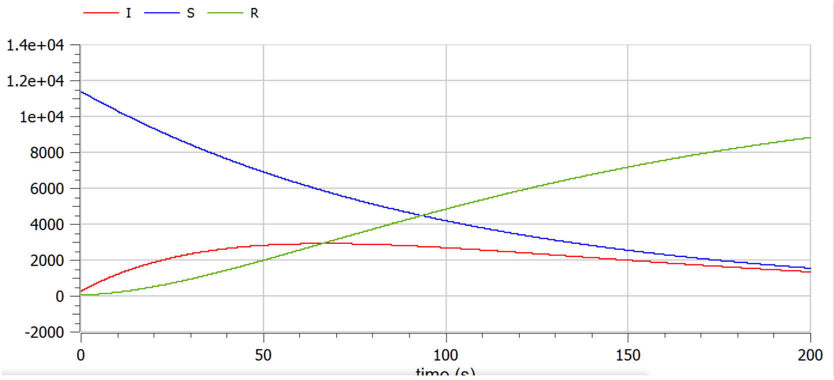

Figure 4.6: График, второй случай

5 Выводы

В данной лабораторной работе мы изучили задачу об эпидемии,построили графики изменения числа особей в каждой из трех групп, а также рассмотрели, как протекает эпидемия в двух разных случаях.

6 Список литературы

1. Кулябов, Д.С. Задача об эпидемии [Текст] / Д.С.Кулябов. - Москва: - 4 с.