

УДК: 537.622

Численное моделирование двумерных магнитных скирмионных структур

**Е. В. Васильев^{1,2}, А. В. Пержу^{1,2}, А. О. Король¹, Д. Ю. Капитан^{1,2},
А. Е. Рыбин^{1,2}, К. С. Солдатов^{1,2}, В. Ю. Капитан^{1,2,а}**

¹Дальневосточный федеральный университет,
Россия, 690922, г. Владивосток, остров Русский, п. Аякс, д. 10, Кампус ДВФУ

²Институт прикладной математики ДВО РАН,
Россия, 690041, г. Владивосток, ул. Радио, д. 7

E-mail: ^а kapitan.vyu@dvfu.ru

*Получено 05.05.2020, после доработки – 14.08.2020.
Принято к публикации 16.08.2020.*

В данной работе с помощью алгоритма Метрополиса авторами были изучены магнитные системы, в которых из-за конкуренции между прямым гейзенберговским обменом и взаимодействием Дзялошинского – Мории возникают магнитные вихревые структуры – скирмионы.

В статье рассматриваются условия зарождения и стабильного существования магнитных скирмионов в двумерных магнитных пленках в рамках классической модели Гейзенберга. Изучена термическая стабильность скирмионов в магнитной пленке. Были рассмотрены процессы формирования различных состояний в изучаемой системе при варьировании величины внешнего магнитного поля, выделены различные фазы, в которые переходит система спинов Гейзенберга. Было выделено семь фаз: параметрическая, спиральная, лабиринтная, спираль-скирмионная, скирмионная, скирмион-ферромагнитная и ферромагнитная фазы, подробный анализ конфигураций которых приводится в статье.

Построены две фазовые диаграммы: на первой показано поведение системы при постоянном D в зависимости от величин внешнего магнитного поля и температуры: (T, B) , на второй – изменение конфигураций системы при постоянной температуре T в зависимости от величины взаимодействия Дзялошинского – Мории и внешнего магнитного поля: (D, B) .

Полученные в ходе численных экспериментов данные будут использованы в дальнейших исследованиях при определении модельных параметров системы для формирования стабильного скирмионного состояния и разработки методов контроля скирмионов в магнитной пленке.

Ключевые слова: магнитный скирмион, модель Гейзенберга, алгоритм Метрополиса, фазовая диаграмма, высокопроизводительные вычисления

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования, государственное задание № 075-00400-19-01.

UDC: 537.622

Numerical simulation of two-dimensional magnetic skyrmion structures

**E. V. Vasiliev^{1,2}, A. V. Perzhu^{1,2}, A. O. Korol^{1,2}, D. Yu. Kapitan^{1,2},
A. E. Rybin^{1,2}, K. S. Soldatov^{1,2}, V. Yu. Kapitan^{1,2,a}**

¹Far Eastern Federal University,

FEFU Campus, 10 Ajax Bay, Russky Island, Vladivostok, 690922, Russia

²Institute of Applied Mathematics, Far Eastern Branch, Russian Academy of Science,
7 Radio st., Vladivostok, 690041, Russia

E-mail: ^a kapitan.vyu@dvgfu.ru

Received 05.05.2020, after completion – 14.08.2020.

Accepted for publication 16.08.2020.

Magnetic systems, in which due to competition between the direct Heisenberg exchange and the Dzyaloshinskii–Moriya interaction, magnetic vortex structures — skyrmions appear, were studied using the Metropolis algorithm.

The conditions for the nucleation and stable existence of magnetic skyrmions in two-dimensional magnetic films in the frame of the classical Heisenberg model were considered in the article. A thermal stability of skyrmions in a magnetic film was studied. The processes of the formation of various states in the system at different values of external magnetic fields were considered, various phases into which the Heisenberg spin system passes were recognized. The authors identified seven phases: paramagnetic, spiral, labyrinth, spiral-skyrmion, skyrmion, skyrmion-ferromagnetic and ferromagnetic phases, a detailed analysis of the configurations is given in the article.

Two phase diagrams were plotted: the first diagram shows the behavior of the system at a constant D depending on the values of the external magnetic field and temperature (T, B), the second one shows the change of the system configurations at a constant temperature T depending on the magnitude of the Dzyaloshinskii–Moriya interaction and external magnetic field: (D, B).

The data from these numerical experiments will be used in further studies to determine the model parameters of the system for the formation of a stable skyrmion state and to develop methods for controlling skyrmions in a magnetic film.

Keywords: magnetic skyrmion, Heisenberg model, Metropolis algorithm, phase diagram, high performance computing

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 5, pp. 1051–1061 (Russian).

This work was financially supported by the state task of the Ministry of Science and Higher Education of Russia No. 075-00400-19-01.

© 2020 Egor V. Vasiliev, Alexander V. Perzhu, Alena O. Korol, Dmitrii Yu. Kapitan, Alexey E. Rybin, Konstantin S. Soldatov, Vitalii Yu. Kapitan

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.

To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/> or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

Введение

Скирмионы образуются только в магнетиках, в которых спиновые взаимодействия благоприятствуют магнитной структуре с хиральной симметрией, такой как вихрь. Два десятилетия назад теоретики предсказывали, что такие вихри возникают, когда на спины действуют конкурирующие взаимодействия, которые заставляют их поворачиваться в соответствии с направлением их соседей, но одновременно пытаются ориентировать их перпендикулярно им [Bogdanov, Hubert, 1994; Bogdanov, Hubert, 1994]. В такой системе самым сильным взаимодействием между спинами является прямой обмен. Энергия этого взаимодействия, которая способствует коллинеарному выравниванию соседних спинов и управляет упорядочением в системе, задается обменным интегралом Гейзенберга. Намного более слабое взаимодействие, благоприятствующее перпендикулярной ориентации соседних спинов, существует в некоторых гейзенберговских магнетиках, в которых электроны имеют сильную спин-орбитальную связь. Энергия этого взаимодействия описывается взаимодействием Дзялошинского – Мории (ДМ) [Dzyaloshinsky, 1958; Moriya, 1960] и приводит к тому, что спины в магнетике Гейзенберга отклоняются от параллельной ориентации, что естественным образом приводит к хиральной структуре [Marrows, 2015].

Скирмионы являются привлекательными кандидатами в качестве носителя информации в новом типе магнитных носителей без движущихся частей — трековой памяти (racetrack memory), поскольку они имеют всего несколько нанометров в размере, очень стабильны и могут управляться импульсами спин-поляризованных токов. Racetrack memory (RM), новая схема хранения, в которой биты информации перемещаются вдоль нанотрека, рассматривается как потенциальный кандидат для перспективных устройств хранения данных высокой плотности, вместо традиционных жестких дисков (HDD). Таким образом, эти топологические магнитные объекты могут быть использованы для хранения 0 и 1, основных элементов цифровых данных [Parkin et al., 2008; Parkin, Yang, 2015; Wiesendanger, 2016]. На фундаментальном уровне скирмионы являются модельными системами для топологически защищенных спиновых структур и могут рассматриваться как аналог топологически защищенных состояний, подчеркивая роль топологии в образовании сложных состояний конденсированного вещества.

Теоретически описаны возможные подходы к реализации трековой памяти на основе скирмионов [Fert et al., 2013; Kang et al., 2016; Suess et al., 2019]. Поэтому создание, обнаружение и управление отдельными скирмионами стали особенно актуальными темами в связи с возможной реализацией физических устройств на основе скирмионов в спинтронике. Для перехода к разработке методов контроля магнитными скирмионами в магнитной нанополоске необходимо провести детальный анализ параметров моделирования и взаимосвязи между ними, для чего в ходе данного исследования были построены фазовые диаграммы (D, B) и (T, B) и проведен их анализ для выбора оптимальных параметров дальнейших исследований магнитных скирмионов. Ранее в литературе приводились фазовые диаграммы (D, B) [Hog et al., 2018], в ходе нашего исследования методами Монте-Карло были построены более детальные фазовые диаграммы, а также проведено исследование термической стабильности скирмионов во внешних магнитных полях (T, B), определен температурный интервал их стабильного существования.

Методы Монте-Карло [Шаповалова и др., 2017а], такие, например, как алгоритмы Метрополиса [Metropolis et al., 1953] или Ванга – Ландау [Wang, Landau, 2001], не только активно используются для изучения различных физических систем [Belokon et al., 2014; Soldatov et al., 2016; Prudnikov et al., 2019; Зинченко и др., 2019], но и продолжают активно развиваться и совершенствоваться [Shevchenko et al., 2017; Makarov et al., 2019] благодаря активному развитию суперкомпьютерных вычислительных систем [Шаповалова и др., 2017б].

Алгоритм Метрополиса, как метод Монте-Карло, — это общий метод, пригодный для высокопроизводительных вычислений на суперкомпьютерных системах, для исследования термодинамических свойств веществ, состоящих из взаимодействующих отдельных частиц, динамики

во внешних магнитных полях [Прудников и др., 2014; Kapitan, Nefedev, 2014; Soldatov et al., 2019; Szulc et al., 2019].

Модель и метод

В данном исследовании мы применяли алгоритм Метрополиса для Монте-Карло моделирования магнитных скирмионов в рамках классической модели Гейзенберга с учетом прямого короткодействующего обмена и взаимодействия Дзялошинского – Мории. В ходе моделирования использовались безразмерные величины в единицах J .

В рамках нашего исследования магнитных скирмионов было разработано несколько программ для суперкомпьютерных комплексов на языках программирования C++ и Rust для проведения независимых расчетов свойств спиновых систем, была проведена верификация созданного ПО и получаемых с их помощью результатов компьютерного моделирования [Капитан и др., 2020].

Модель Гейзенберга

Модель Гейзенберга — это одна из математических моделей статистической физики, применяемая для исследования фазовых переходов и критических точек. Мы использовали решеточный гамильтониан, состоящий из обменного гамильтониана Гейзенберга (H_J) и гамильтониана ДМ-взаимодействия (H_D) на 2D-квадратной решетке [Do et al., 2009; Belemuk, Stishov, 2017] (см. формулы (1), (2), (3)):

$$H = H_J + H_D = (H_h + H_z + H_a) + H_D, \quad (1)$$

$$H_J = -J \sum_r \vec{S}_r \cdot (\vec{S}_{r+\hat{x}} + \vec{S}_{r+\hat{y}}) - H_Z \sum_r \vec{S}_r + H_A \sum_r \vec{S}_r^2, \quad (2)$$

$$H_D = -D \sum_r \vec{S}_r \times \vec{S}_{r+\hat{x}} \cdot \hat{x} + \vec{S}_r \times \vec{S}_{r+\hat{y}} \cdot \hat{y}, \quad (3)$$

где \vec{S}_r — атомный спин, J — константа ферромагнитного короткодействующего обмена, D — константа ДМ-взаимодействия, H_h — гамильтониан, описывающий прямое обменное взаимодействие между соседними спинами, H_Z — внешнее магнитное поле, H_A — константа анизотропии (в части численных экспериментов равна нулю).

Спин $\vec{S} = \{S^x; S^y; S^z\}$ является трехкомпонентным вектором единичной длины и имеет три степени свободы:

$$S^x = \sin(\varphi) \cos(\vartheta), \quad (4)$$

$$S^y = \sin(\varphi) \sin(\vartheta), \quad (5)$$

$$S^z = \cos(\varphi), \quad (6)$$

где $\varphi = [0; \pi]$, $\vartheta = [0; 2\pi]$.

Взаимодействие Дзялошинского – Мории изначально было моделью, описывающей слабое ферромагнитное взаимодействие [Dzyaloshinsky, 1958]. Дзялошинский представил модель и ввел асимметричный термин, основываясь на теории симметрий. Позже Мория обнаружил, что взаимодействие основывается на спин-орбитальной связи [Moriya, 1960]. Таким образом, ДМ-взаимодействие является характеристикой взаимодействующих спинов, которая имеет сильную спин-орбитальную связь и появляется в системе без инверсионной симметрии.

Наша система спинов Гейзенберга (магнитная пленка) имеет размер $N = L \times L$. Каждый спин расположен в узлах решетки и имеет четыре ближайших соседа: сверху, снизу, слева, справа с учетом периодических граничных условий.

Алгоритм Метрополиса

Моделирование Монте-Карло с помощью алгоритма Метрополиса используется во многих областях науки, поскольку имеет ряд преимуществ:

- 1) алгоритм позволяет корректно учитывать температуру;
- 2) позволяет исследовать наночастицы и их ансамбли вплоть до атомов, что дает возможность подробного изучения их структуры.

Из недостатков: в точке, где температура близка к температуре фазового перехода, алгоритм замедляется, и число шагов, необходимое для приведения системы в состояние термодинамического равновесия, возрастает по экспоненциальному закону.

Алгоритм Метрополиса используется для нахождения глобального минимума. Основная идея заключается в равномерном семплировании пространства состояний с заданной вероятностью распределения. На каждой итерации выборки конфигурация системы меняется за счет изменения ориентации случайно выбранного спина. Конфигурация принимается и становится исходной для следующего шага, если новое значение энергии больше предыдущего ($E_1 > E_2$), в противном случае она принимается с вероятностью

$$P(E_i \rightarrow E_j) = \min\left(\frac{P(E_i)}{P(E_j)}, 1\right). \quad (7)$$

За счет этого алгоритм позволяет не застревать в локальных минимумах. Сходимость достигается по прохождении заданного числа Монте-Карло шагов до момента, когда среднеквадратичное отклонение достигает минимума, заданного в зависимости от решаемой задачи.

Согласно каноническому распределению Гиббса вероятность энергии каждой конфигурации системы при моделировании температурного поведения равна

$$P(E_i) = \min\left(\frac{e^{-E_i/k_B T}}{Z}\right), \quad (8)$$

где Z — статистическая сумма.

Из уравнений (7), (8) следует

$$P(E_i \rightarrow E_j) = \min\left(\frac{e^{-E_j/k_B T}}{e^{-E_i/k_B T}}, 1\right) = \min\left(\exp\left[-\frac{E_j - E_i}{k_B T}\right], 1\right) = \min\left(\exp\left[-\frac{\Delta E}{k_B T}\right], 1\right), \quad (9)$$

где ΔE — изменение энергии системы в результате смены конфигурации, T — абсолютная температура.

В процессе семплирования для каждой принятой конфигурации системы вычисляются исключительные характеристики, например намагниченность или теплоемкость [Kapitan et al., 2019].

Результаты и обсуждение

Спиновые состояния в отсутствие внешнего магнитного поля

Рассмотрим модель Гейзенберга только с прямым короткодействующим обменом, а также с учетом его конкуренции с ДМ-взаимодействием, без учета влияния внешнего магнитного поля.

Без ДМ-взаимодействия (см. рис. 1, *a*) в системе наблюдается ферромагнитное упорядочение — все спины направлены в одну сторону.

В системе с ДМ-взаимодействием (см. рис. 1, *b*) появляется конкуренция между ДМ- и обменным взаимодействием, и они образуют полосовую структуру. Вследствие этого в основном

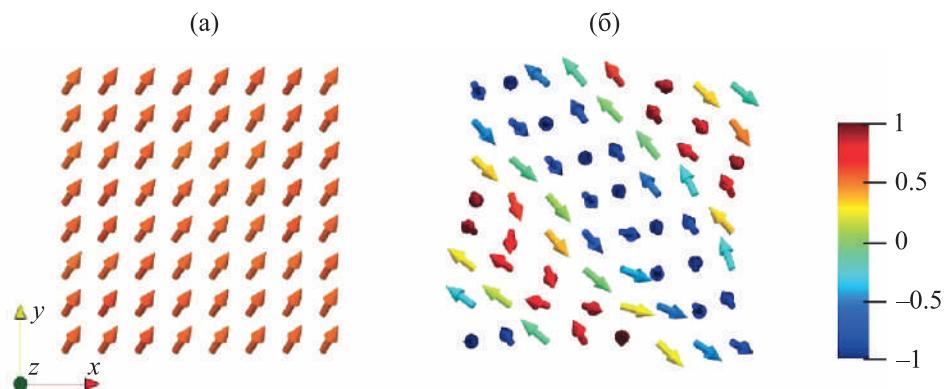


Рис. 1. Основные состояния спиновой модели Гейзенберга на квадратной решетке ($J = 1$), возникающие при $T \rightarrow 0$: (а) без взаимодействия Дзялошинского – Мории, (б) с учетом взаимодействия Дзялошинского – Мории. Размер системы $N = 64$. Каждый спин представлен стрелкой. Цвет стрелок представляет собой функцию координаты z между направлением спина вниз –1 (синий) и вверх +1 (красный)

состоянии системы мы имеем конфигурацию, в которой спины сонаправлены по линии и в соседних линиях развернуты на угол $\approx \frac{\pi}{2}$, при этом каждая восьмая линия имеет одинаковое направление. Такое состояние системы носит название спиральной фазы, поскольку система формируется в полосовой домен, образуя при этом спирали. Основные классификации спиновой системы сопоставимы с типами Блоха и Нееля для доменных стенок [Neel, 1954; Bloch, 1946].

Все визуализации спиновых систем были выполнены в пакете Paraview [Ayachit, 2015].

Фазовые диаграммы

В результате исследования были построены две фазовые диаграммы: на первой показано поведение системы при постоянной величине взаимодействия Дзялошинского – Мории D в зависимости от величин внешнего магнитного поля B и температуры T : (T, B) , на второй – изменение конфигураций системы при постоянной температуре T в зависимости от величины взаимодействия Дзялошинского – Мории и внешнего магнитного поля: (D, B) .

Путем варьирования температуры, величины ДМ-взаимодействия и магнитного поля были получены различные состояния спиновой системы. При постоянном $D = 1.3$ возможно исследовать влияние поля на поведение системы спинов в зависимости от температуры.

Из диаграммы на рис. 2 очевидно, что в зоне низких температур мы имеем упорядоченные фазы. Так, основным состоянием является спиральная фаза, которая наблюдается в диапазоне поля 0–0.3, с дальнейшим ростом магнитного поля спиральная фаза переходит в скирмионную, после чего наблюдается дальний переход от одной фазы к другой, вплоть до области температур $T > 0.5$, где система переходит в парамагнитное состояние. Скирмионы термически стабильны в достаточно большом диапазоне температур, при величине внешнего магнитного поля B от 0.8 до 1.5.

При фиксированной температуре $T = 0.4$ было исследовано изменение конфигураций системы при постоянной температуре T в зависимости от величины взаимодействия Дзялошинского – Мории и B – внешнего магнитного поля.

По диаграмме на рис. 3 нетрудно заметить, что для стабильной скирмионной фазы необходимо значение поля из узкого диапазона. Также очевидно, что скирмионная фаза отсутствует при $D < 0.2$. Но дальнейшая зависимость прослеживается весьма четко: значение B прямо пропорционально D .

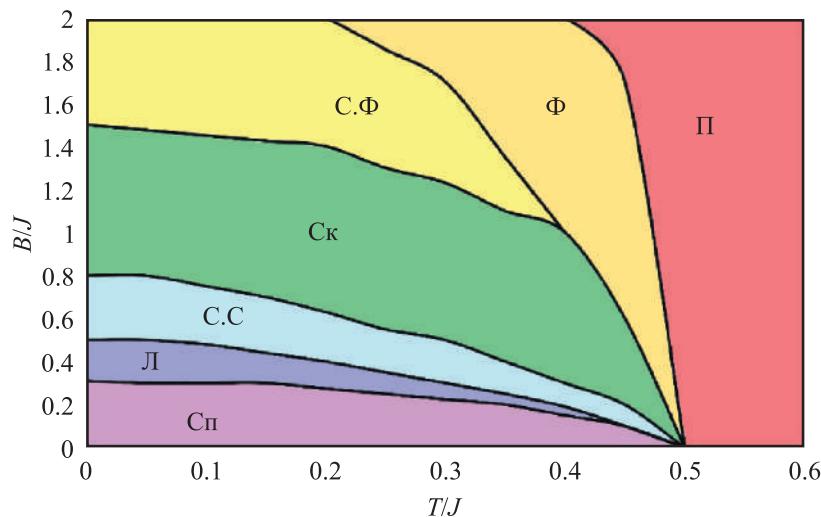


Рис. 2. Фазовая диаграмма в плоскости (T, B) при $D = 1.3$. Аббревиатуры П, Сп, Л, С.С, Ск, С.Ф, Ф обозначают: парамагнитные, спиральные, лабиринтные, спираль-скирмионные, скирмионные, скирмион-ферромагнитные и ферромагнитные фазы соответственно

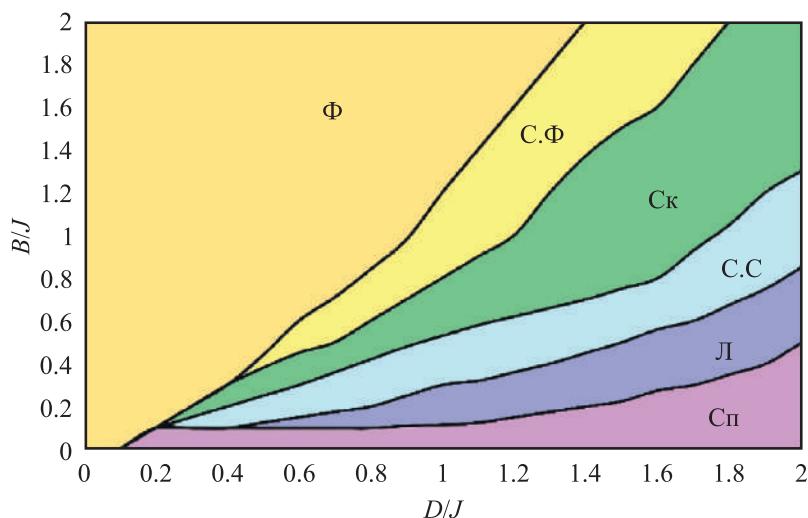


Рис. 3. Фазовая диаграмма в плоскости (D, B) при $T = 0.4$. Аббревиатуры П, Сп, Л, С.С, Ск, С.Ф, Ф обозначают: парамагнитные, спиральные, лабиринтные, спираль-скирмионные, скирмионные, скирмион-ферромагнитные и ферромагнитные фазы соответственно

Влияние внешнего магнитного поля на формирование различных состояний системы с ДМ-взаимодействием

Рассмотрим процесс зарождения скирмионных структур. Представленные состояния были получены путем моделирования системы с учетом ДМ-взаимодействия $D = 1$, при фиксированной температуре $T = 0.4$, такие величины для констант были выбраны после анализа построенных фазовых диаграмм.

В магнитной пленке, при увеличении напряженности магнитного поля, выделяют различные фазы, в которые переходит система спинов Гейзенберга. Мы выделили семь фаз (см. рис. 4).

1. Парамагнитная.

В этой фазе спины расположены в случайном порядке, что соответствует парамагнитному состоянию вещества при $T \rightarrow \infty$.

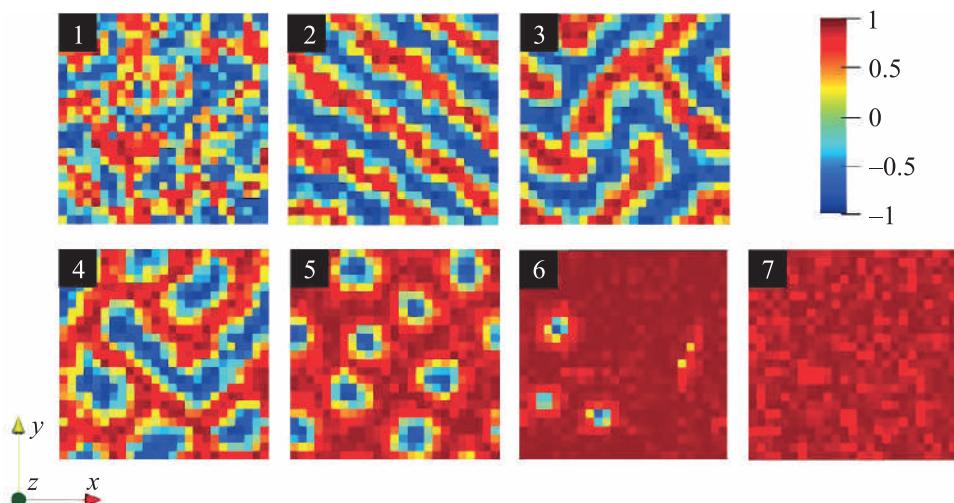


Рис. 4. Семь спиновых состояний в различном диапазоне перпендикулярного магнитного поля. Напряженность внешнего магнитного поля составляет 0; 0.2; 0.4; 0.6; 0.8; 1; 1.2 соответственно. Каждый пиксель представляет собой отдельный спин в системе из $N = 625$. Цвет пикселей представляет собой функцию координаты z между направлением спина вниз -1 (синий пиксель) и вверх $+1$ (красный пиксель)

2. Спиральная.

В отсутствие магнитного поля, как было описано выше, ДМ-взаимодействие и прямой обмен формируют полосы [Ezawa, 2011]. Спины остаются перпендикулярными друг другу, но при этом разворачиваются, преобразовывая систему в полосовой домен, тем самым формируя спирали. Наблюдается в диапазоне поля от 0 до 0.1.

3. Лабиринтная.

Приложение более сильного магнитного поля перпендикулярно плоскости xy , заставляет спины поворачиваться в направлении, перпендикулярном полю, оставаясь почти параллельными друг другу. Так как направление доменных границ в плоскости ничем не фиксировано (нет анизотропии), а величина внешнего поля относительно невелика, то наблюдаются хаотично направленные лабиринтные доменные структуры. Наблюдается в диапазоне поля от 0.1 до 0.3.

4. Спираль-скирмионная.

При увеличении магнитного поля некоторые спины в спиралях начинают вращаться против магнитного поля, что ведет к локальному образованию скирмионов. Наблюдается в диапазоне поля от 0.3 до 0.5.

5. Скирмионная.

После выравнивания полос против магнитного поля в системе формируются стабильные скирмионы. В этих скирмионах спины ядра направлены против магнитного поля. В данном исследовании формировались скирмионы блоховского типа. В итоге образуется устойчивая скирмионная решетка. Наблюдается в диапазоне поля от 0.5 до 0.8.

6. Скирмион-ферромагнитная.

Последующее увеличение магнитного поля ведет к уменьшению числа скирмионов, поскольку их центральные спины становятся сонаправлены полю. Система начинает входить в ферромагнитное состояние. Оставшиеся скирмионы уменьшаются в количестве и размере и распределяются случайным образом по системе. Наблюдается в диапазоне поля от 0.8 до 1.2.

7. Ферромагнитная.

Когда магнитное поле достаточно велико, система переходит в ферромагнитное состояние. Скирмионы полностью исчезают, образуется однородный домен, в котором все спины сонаправлены с магнитным полем. Наблюдается при поле > 1.2 .

В ходе Монте-Карло моделирования было наглядно показано, что различные спиновые структуры получаются путем варьирования параметров D — величины взаимодействия Дзялошинского – Мория и B — внешнего магнитного поля при достаточно низких температурах. При $T \rightarrow \infty$ влияние D и B здесь незначительно.

Заключение

В рамках классической двумерной модели Гейзенберга была смоделирована спиновая система с прямым короткодействующим обменом, а также было проведено исследование его конкуренции с взаимодействием Дзялошинского – Мории. Благодаря энергии прямого обмена соседние спины системы коллинеарно выравниваются; в свою очередь, энергия взаимодействия Дзялошинского – Мории способствует отклонению спинов от параллельной ориентации. В итоге появляется конкуренция между коллинеарным и неколлинеарным выравниваниями спинов, что приводит к переходу системы спинов от ферромагнитного к спиральному основному состоянию. При наличии внешнего магнитного поля в таких системах зарождаются стабильные топологические структуры — магнитные скирмионы.

Различные состояния системы были исследованы путем определения зависимостей между магнитным полем и величиной взаимодействия Дзялошинского – Мории, а также была изучена термическая стабильность скирмионов в присутствии внешнего магнитного поля. Было показано, что скирмионы стабильны в отношении температурных флуктуаций в достаточно широком диапазоне температур при величине внешнего магнитного поля B от 0.8 до 1.5, что указывает на потенциальную возможность их практического использования в качестве носителей информации в трековой памяти в будущем.

Были визуализированы различные фазы, в которые переходит двумерная магнитная система классических спинов Гейзенберга, и определены границы между различными фазами: спиральной, скирмионной, ферромагнитной и другими. Полученные в ходе численных экспериментов данные будут использованы в наших дальнейших исследованиях при определении модельных параметров системы для формирования стабильного скирмионного состояния, как в виде отдельных скирмионов, так и скирмионных решеток, и разработки методов контроля скирмионов в магнитных полосках для потенциального практического применения в магнитных носителях, работающих на новых принципах чтения/записи битов информации.

Список литературы (References)

Зинченко Д. А., Никонов Э. Г., Зинченко А. И. Моделирование и анализ основных характеристик внутренней трековой системы многофункционального детектора частиц MPD методом Монте-Карло // Компьютерные исследования и моделирование. — 2019. — Т. 11, № 1. — С. 87–94.

Zinchenko D. A., Nikonorov E. G., Zinchenko A. I. Modelirovaniye i analiz osnovnykh kharakteristik vnutrenney trekovoy sistemy mnogofunktsional'nogo detektora chastits MPD metodom Monte-Carlo [Monte Carlo simulation and analysis of the main characteristics of the internal track system of a multifunctional MPD particle detector] // Computer Research and Modeling. — 2019. — Vol. 11, No. 1. — P. 87–94 (in Russian).

Капитан В. Ю., Васильев Е. В., Шевченко Ю. А., Пержсу А. В., Капитан Д. Ю. и др. Термодинамические свойства систем спинов Гейзенберга на квадратной решетке с взаимодействием Дзялошинского – Мория // Дальневосточный математический журнал. — 2020. — Т. 20, № 1. — С. 63–73.

- Kapitan V. Yu., Vasil'ev E. V., Shevchenko Yu. A., Perzhu A. V., Kapitan D. Yu. et al.* Termodinamicheskie svoistva sistem spinov Heisenberga na kvadratnoi reshetke s vzaimodeistviem Dzyaloshinskogo – Moriya [Thermodynamic properties of Heisenberg spin systems on a square lattice with the Dzyaloshinskii – Moriya interaction] // Dal'nevostochnyi Matematicheskii Zhurnal [Far Eastern Mathematical Journal]. — 2020. — Vol. 20, No. 1. — P. 63–73 (in Russian).
- Прудников В. В., Прудников П. В., Пospelov Е. А.* Компьютерное моделирование неравновесного критического поведения трехмерной модели Изинга // Компьютерные исследования и моделирование. — 2014. — Т. 6, № 1. — С. 119–129.
- Prudnikov V. V., Prudnikov P. V., Pospelov E. A.* Komp'yuternoye modelirovaniye neravnovesnogo kriticheskogo povedeniya trekhmernoy modeli Izinga [Computer simulation of the nonequilibrium critical behavior of the three-dimensional Ising model] // Computer Research and Modeling. — 2014. — Vol. 6, No. 1. — P. 119–129 (in Russian).
- Шаповалова К. В., Капитан В. Ю., Макаров А. Г. и др.* Методы канонического и мультиканонического семплирования пространства состояний векторных моделей // Дальневосточный математический журнал. — 2017. — Т. 17, № 1. — С. 124–130.
- Shapovalova K. V., Kapitan V. Yu., Makarov A. G. et al.* Metody kanonicheskogo i mul'tikanonicheskogo semplirovaniya prostranstva vektornykh modeley [Methods of canonical and multicanonical sampling of the space of vector models] // Dal'nevostochnyi Matematicheskii Zhurnal [Far Eastern Mathematical Journal]. — 2017. — Vol. 17, No. 1. — P. 124–130 (in Russian).
- Шаповалова К. В., Андрющенко П. Д., Недедев К. В. и др.* Зачем суперкомпьютер Дальневосточному федеральному университету? // Современные наукоемкие технологии. — 2017. — № 1. — С. 81–87.
- Shapovalova K. V., Andryushchenko P. D., Nefedev K. V. et al.* Zachem superkomp'yuter Dal'nevostochnomu federal'nomu universitetu? [Why does Far East Federal University need supercomputer?] // Sovremennye naukoemkie tekhnologii [Modern high technologies]. — 2017. — No. 1. — P. 81–87 (in Russian).
- Ayachit U.* The paraview guide: a parallel visualization application. — Kitware, Inc., 2015.
- Belemuk A. M., Stishov S. M.* Phase transitions in chiral magnets from Monte Carlo simulations // Physical Review B. — 2017. — Vol. 95, No. 22. — P. 224433.
- Belokon V. I., Kapitan V. Yu., Dyachenko O. I.* Concentration of magnetic transitions in dilute magnetic materials // Journal of Physics: Conference Series. — 2014. — Vol. 490, No. 1. — P. 012165.
- Bloch F.* Nuclear induction // Physical review. — 1946. — Vol. 70, No. 7–8. — P. 440.
- Bogdanov A., Hubert A.* The properties of isolated magnetic vortices // Physica status solidi (b). — 1994a. — Vol. 186, No. 2. — P. 527–543.
- Bogdanov A., Hubert A.* Thermodynamically stable magnetic vortex states in magnetic crystals // Journal of magnetism and magnetic materials. — 1994b. — Vol. 138, No. 3. — P. 255–269.
- Do Yi S., Onoda S., Nagaosa N., Han J. H.* Skyrmions and anomalous Hall effect in a Dzyaloshinskii – Moriya spiral magnet // Physical Review B. — 2009. — Vol. 80, No. 5. — P. 054416.
- Dzyaloshinsky I.* A thermodynamic theory of “weak” ferromagnetism of antiferromagnetics // Journal of Physics and Chemistry of Solids. — 1958. — Vol. 4, No. 4. — P. 241–255.
- Ezawa M.* Compact merons and skyrmions in thin chiral magnetic films // Physical Review B. — 2011. — Vol. 83, No. 10. — P. 100–408.
- Fert A., Cros V., Sampaio J.* Skyrmions on the track // Nature Nanotech. — 2013. — Vol. 8. — P. 152–156.
- Hog S. El., Bailly-Reyre A., Diep H. T.* Stability and phase transition of skyrmion crystals generated by Dzyaloshinskii – Moriya interaction // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2018. — Vol. 455. — P. 32–38.
- Kang W., Huang Y., Zheng C. et al.* Voltage Controlled Magnetic Skyrmion Motion for Racetrack Memory // Sci. Rep. — 2016. — Vol. 6. — P. 23164.
- Kapitan V. Yu., Nefedev K. V.* Labyrinth domain structure in the models with long-range interaction // Journal of Nano- and Electronic Physics. — 2014. — Vol. 6, No. 3. — P. 03005–1.

- Kapitan V. Yu., Shevchenko Yu. A., Perzhu A. V., Vasiliev E. V.* Thermodynamic Properties of Heisenberg Spin Systems // Key Engineering Materials. — 2019. — Vol. 806, No. 4. — P. 142–154.
- Makarov A. G., Makarova K. V., Shevchenko Yu. A., Andriushchenko P. D., Kapitan V. Yu., Soldatov K. S., Perzhu A. V., Rybin A. E., Kapitan D. Yu., Vasiliev E. V. et al.* On the Numerical Calculation of Frustrations in the Ising Model // JETP Letters. — 2019. — Vol. 110, No. 10. — P. 702–706.
- Marrows C. H.* An inside view of magnetic skyrmions // Physics. — 2015. — Vol. 8. — P. 40.
- Metropolis N., Rosenbluth A. W., Rosenbluth M. N., Teller A. H., Teller E.* Equation of state calculations by fast computing machines // The journal of chemical physics. — 1953. — Vol. 21, No. 6. — P. 1087–1092.
- Moriya T.* Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism // Physical Review. — 1960. — Vol. 120, No. 1. — P. 91.
- Neel L.* Anisotropie magnetique superficielle et surstructures d'orientation // Journal de Physique et le Radium. — 1954. — Vol. 15, No. 4. — P. 225–239.
- Parkin S., Hayashi M., Thomas L.* Magnetic domain-wall racetrack memory // Science. — 2008. — Vol. 320, No. 5873. — P. 190–194.
- Parkin S., Yang S.-H.* Memory on the racetrack // Nature nanotechnology. — 2015. — Vol. 10, No. 3. — P. 195–198.
- Prudnikov P. V., Prudnikov V. V., Mamanova M. V., Piskunova N. I.* Influence of anisotropy on magnetoresistance in magnetic multilayer structures // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2019. — Vol. 482, No. 10. — P. 201–205.
- Shevchenko Yu. A., Makarov A. G., Andriushchenko P. D., Nefedev K. V.* Multicanonical sampling of the space of states of $(2, n)$ -vector models // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 2017. — Vol. 124, No. 6. — P. 982–993.
- Soldatov K. S., Nefedev K. V., Kapitan V. Yu., Andriushchenko P. D.* Approaches to numerical solution of 2D Ising model // Journal of Physics: Conference Series. — 2016. — Vol. 741, No. 1. — P. 012199.
- Soldatov K. S., Peretyatko A. A., Andriushchenko P. D., Nefedev K. V., Okabe Yu.* Comparison of diluted antiferromagnetic Ising models on frustrated lattices in a magnetic field // Physics Letters A. — 2019. — Vol. 383, No. 12. — P. 1229–1234.
- Suess D., Vogler C., Bruckner F. et al.* Spin Torque Efficiency and Analytic Error Rate Estimates of Skyrmion Racetrack Memory // Sci Rep. — 2019. — Vol. 9. — P. 4827.
- Szulc K., Lisiecki F., Makarov A. et al.* Remagnetization in arrays of ferromagnetic nanostripes with periodic and quasiperiodic order // Physical Review B. — 2019. — Vol. 99, No. 6. — P. 064412.
- Wang F., Landau D. P.* Efficient, multiple-range random walk algorithm to calculate the density of states // Physical review letters. — 2001. — Vol. 86, No. 10. — P. 2050.
- Wiesendanger R.* Nanoscale magnetic skyrmions in metallic films and multilayers: a new twist for spintronics // Nature Reviews Materials. — 2016. — Vol. 1, No. 7. — P. 16044.

