

```
> # Лабораторная работа 4. Элементы операционного исчисления
> # Выполнил студент группы 153503 Киселёва Е.А.
> # Вариант 9
```

```
> restart;
# Задание 1.
# По данному графику функции — оригинала найдите ее изображение Лапласа
. Получите ответ в системе Maple и сравните результаты.
# 1.9
```

```
> # Задание кусочно-непрерывной функции - piecewise
# Оригинал
```

```
f := piecewise( t < 0, 0, 0 < t < a, 1/a * t - 1, a < t < 2 a, 0, 2 a < t < 4 a, 1/2 * t - 1, t > 4 a,
0 );
```

$$f := \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{t}{a} - 1 & 0 < t \text{ and } t < a \\ 0 & a < t \text{ and } t < 2a \\ \frac{1}{2} \frac{t}{a} - 1 & 2a < t \text{ and } t < 4a \\ 0 & 4a < t \end{cases} \quad (1)$$

```
> # Изображение оригинала по определению
```

```
int_0^inf f * exp(-p*t) dt assuming(a > 0);
```

$$-\frac{p a + e^{-p a} - 1}{p^2 a} - \frac{1}{2} \frac{2 e^{-4 p a} a p + e^{-4 p a} - e^{-2 p a}}{p^2 a} \quad (2)$$

```
> restart;
# Задание 2.
# Найдите оригинал по заданному изображению «вручную» и с помощью Maple.
```

```
# 2.9. (2 * p + 1) / ((p + 1) * (p^2 + 2 * p + 3))
```

```
> # Изображение
```

```
F := (2 * p + 1) / ((p + 1) * (p^2 + 2 * p + 3));
```

$$F := \frac{2 p + 1}{(p + 1) (p^2 + 2 p + 3)} \quad (3)$$

```
> # Оригинал
```

```
inttrans[invlaplace](F, p, t);
```

$$\frac{1}{2} e^{-t} (-1 + \cos(\sqrt{2} t) + 2 \sqrt{2} \sin(\sqrt{2} t)) \quad (4)$$

```
> restart;
# Задание 3.
```

#Найдите решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее условиям $y(0) = 0$ и $y'(0) = 0$, операторным методом
 # (используя интеграл Дюамеля) и методом Лагранжа
 . Сравните результаты и проконтролируйте их с помощью системы Maple.

$$\# 3.9. y'' - y' = \frac{e^{2t}}{2 + e^t}$$

> # Исходное ДУ

$$DY_3 := \text{diff}(y(t), t\$2) - \text{diff}(y(t), t) = \frac{\exp(2 \cdot t)}{2 + \exp(t)};$$

$$DY_3 := \frac{d^2}{dt^2} y(t) - \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) = \frac{e^{2t}}{2 + e^t} \quad (5)$$

> # Решение задачи Коши

$\text{dsolve}(\{DY_3, y(0) = 0, D(y@@1)(0) = 0\}, y(t));$

$$y(t) = (2 + e^t) \ln(2 + e^t) + 1 - e^t - e^t \ln(3) - 2 \ln(3) \quad (6)$$

> restart;

Задание 4.

Операторным методом решите задачу Коши и сравните с решением в Maple.

$$\# 4.9. y'' + y' - 2y = e^{-t}, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 0.$$

> # Исходное ДУ

$$DY_4 := \text{diff}(y(t), t\$2) + \text{diff}(y(t), t) - 2 y(t) = \exp(-t);$$

$$DY_4 := \frac{d^2}{dt^2} y(t) + \frac{d}{dt} y(t) - 2 y(t) = e^{-t} \quad (7)$$

> # Решение задачи Коши

$\text{dsolve}(\{DY_4, y(0) = -1, D(y@@1)(0) = 0\}, y(t), \text{method} = \text{laplace});$

$$y(t) = -\cosh(t) \quad (8)$$

> restart;

Задание 5.

Решите систему дифференциальных уравнений операторным методом

. Сравните с решением, полученным в Maple

$$\# 5.9. x' = -2x + 6y + 1 \text{ и } y' = 2x + 2y, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1$$

> # Исходная система ДУ

$$\text{System_DY} := \text{diff}(x(t), t) = -2 \cdot x(t) + 6 \cdot y(t) + 1, \text{diff}(y(t), t) = 2 \cdot x(t) + 2 \cdot y(t);$$

$$\text{System_DY} := \frac{d}{dt} x(t) = -2 x(t) + 6 y(t) + 1, \frac{d}{dt} y(t) = 2 x(t) + 2 y(t) \quad (9)$$

> # Решение задачи Коши

$\text{dsolve}(\{\text{System_DY}, x(0) = 0, y(0) = 1\}, \{x(t), y(t)\}, \text{method} = \text{laplace});$

$$\left\{ x(t) = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cosh(4t) + \frac{7}{4} \sinh(4t), y(t) = -\frac{1}{8} + \frac{9}{8} \cosh(4t) + \frac{1}{2} \sinh(4t) \right\} \quad (10)$$

>