> # Лабораторная работа 1. Операции с математическими выражениями и функциями в Maple.
> # Вариант 2
> # Выполнил студент группы 153503 Киселёва Е.А.

>

Задание 1. Упростите алгебраическое выражение.

$$expr1 := \frac{\left(5 \cdot x^4 + 10 \cdot x^3 - 100 \cdot x^2 - 330 \cdot x + 225\right)}{\left(x^4 + x^3 - 7 \cdot x^2 - x + 6\right)} :$$

$$expr2 := \frac{\left(x^2 - 2 \cdot x - 15\right)}{\left(x^2 - 3 \cdot x + 2\right)} :$$

simplify(expr) — универсальная команда для упрощения выражений.

$$simplify\left(\frac{expr1}{expr2}\right);$$

$$\frac{5\left(x^4 + 2x^3 - 20x^2 - 66x + 45\right)}{\left(x^2 - 2x - 15\right)\left(x^2 + 4x + 3\right)} \qquad \textbf{(1)}$$

> # Задание 2. Приведите выражение к многочлену стандартного вида.

Командой expand(expr) осуществляется раскрытие скобок в выражении expr.

$$expand\left((3 \cdot x - 2) \cdot \left(5 \cdot x^2 + 6\right) \cdot (2 \cdot x + 3)\right)$$

$$30x^4 + 25x^3 + 6x^2 + 30x - 36 \qquad \textbf{(2)}$$

> # Задание 3. Разложите многочлен на множители.

Командой factor(expr) осуществляется разложение выражения expr, в *данном случае многочлена, на множители.*

$factor\left(3x^4 + x^3 - 22x^2 - 4x + 40\right)$

$$(3x-5)(x-2)(x+2)^2 \quad (3)$$

> # *Задание 4. Постройте график многочлена* $P_5(x)$ и *найдите все его корни.*

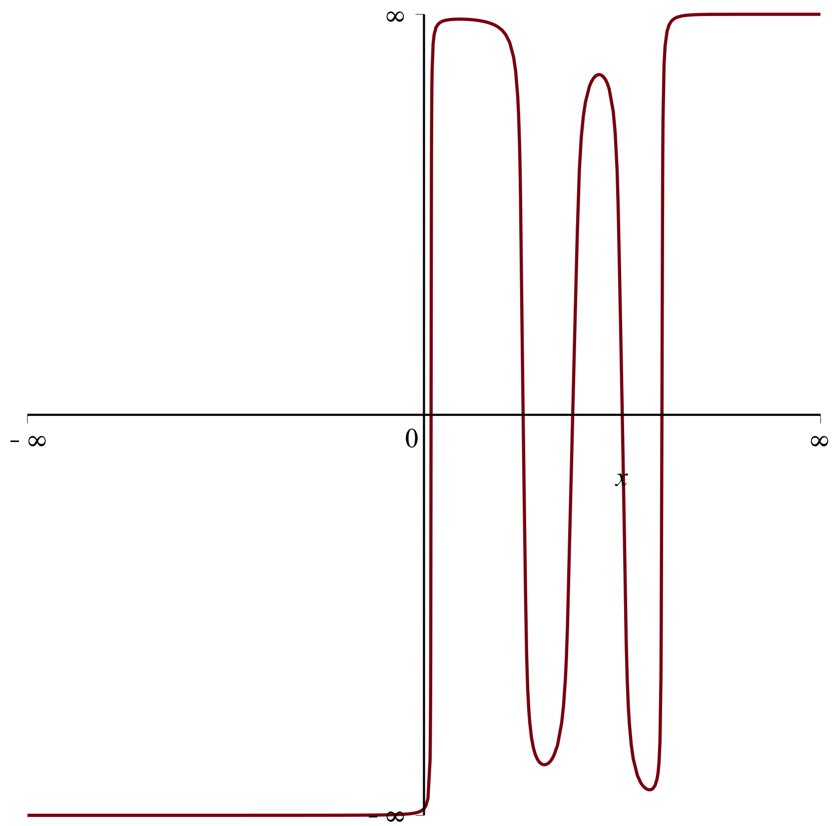
Использование команды plot(f(x), **options***)* – *это самый простой способ для построения графика действительной функции* $f(x)$, *зависящей от одной переменной, .*

solve(eq, x) – *универсальная команда для решения уравнений в Maple.*

$P := 7x^5 - 99x^4 + 511x^3 - 1149x^2 + 994x - 120:$

$plot(P, x = -infinity..infinity);$

$solve(P, x)$



$$2, 3, 4, 5, \frac{1}{7} \tag{4}$$

> *# Задание 5. Разложите рациональную дробь на сумму простейших дробей.*

 # convert(expr, param) – универсальная команда, с помощью которой осуществляется преобразование выражения expr в указанный тип param.

 # parfrac – параметр, который можно указать для разложения алгебраической дроби на сумму простейших дробей.

$$P := \frac{\left(4x^4 + 6x^3 + 5x - 4\right)}{\left(x^2 + 3\right) \cdot (x-1)^2 \cdot \left(x^2 - 4\right)} :$$

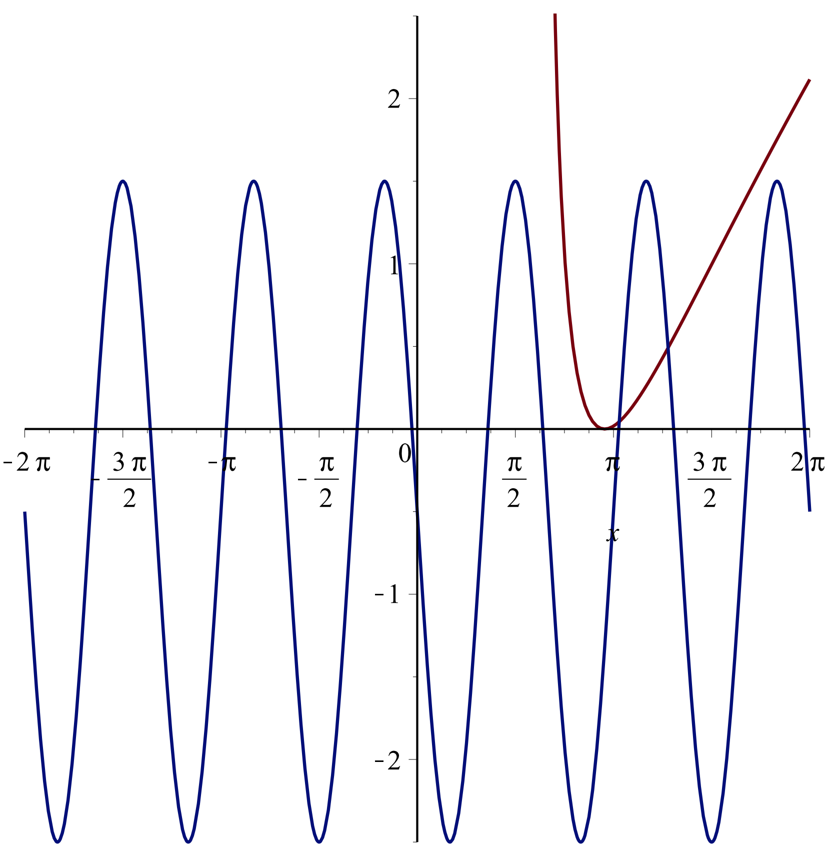
$convert(P, parfrac)$

$$\frac{1}{56} \frac{-45x - 7}{x^2 + 3} - \frac{245}{72(x-1)} + \frac{59}{14(x-2)} - \frac{11}{12(x-1)^2} - \frac{1}{126(x+2)} \quad \textbf{(5)}$$

> *#Задание 6. Решите графически уравнение и найдите его приближенные корни с точностью до 10^{-5}.*

 # Значения функций plot and fsolve смотреть в 4-ом задании.

$left := \ln^2(x-2) :$
$right := -2 \cdot \sin(3 \cdot x) - 0.5 :$
$plot([left, right]);$
$fsolve(left = right);$
$fsolve(left = right, x = 3.2 ..5);$



3.233418254
4.015893039 **(6)**

> *# Задание 7.*

 # Докажите, что $\lim_{n \to \infty} a_n = a$*, определив номер* n_ε*,*
начиная с которого все члены последовательности (a_n)
попадут в ε *— окрестность точки a,*
 # проиллюстрируйте полученный результат с помощью чертежа в Maple, положив ε*= 0,1.*

$$\# \ a_n = \frac{(4 \cdot n - 1)}{(3 \cdot n - 1)}, \ a = \frac{4}{3}$$

#*Число* a *называется пределом числовой последовательности* a_n, *если* $\forall\varepsilon>0\ \exists\ N=N(\varepsilon)\ :\ \forall\ n > N(\varepsilon) : |a_n - a| < \varepsilon$

$\mathrm{epsilon} := 0.1 :$

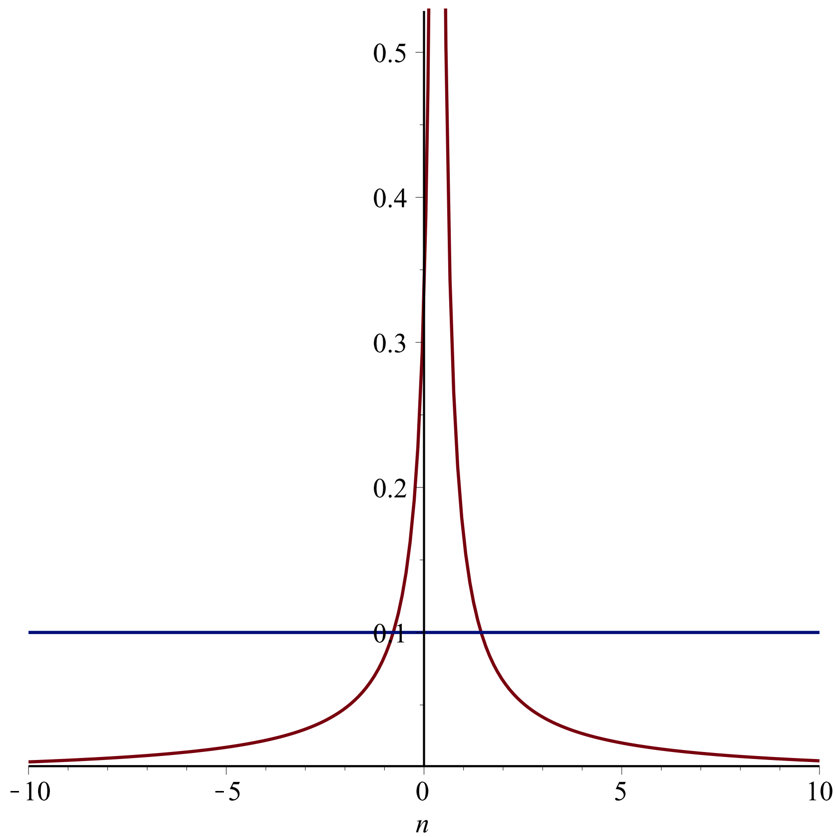
$a := \frac{4}{3} :$

$an := \frac{(4 \cdot n - 1)}{(3 \cdot n - 1)} :$

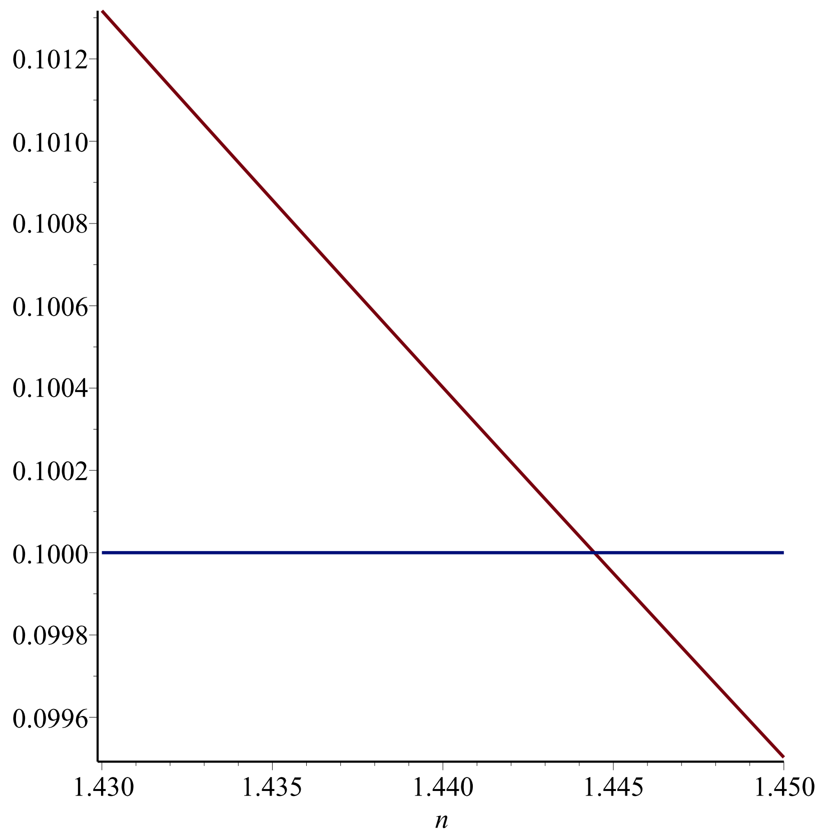
$solve(\{\mathrm{abs}(an - a) < \mathrm{epsilon}, n > 0\}, \{n\});$
$MyLimit := evalf(limit(an, n = a));$
$plot([\mathrm{abs}(an - a), \mathrm{epsilon}]);$
$plot([\mathrm{abs}(an - a), \mathrm{epsilon}], n = 1.43 ..1.45);$

$$\{1.444444444 < n\}$$

$$MyLimit := 1.444444444$$



0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
-10
-5
0
5
10
n



> *# Задание 8. Вычислите пределы числовой последовательности.*

$$MyLimit1 := limit\left(n \cdot \left(\sqrt{n \cdot (n-2)} - \sqrt{n^2 - 3}\right), n = infinity\right);$$

$$expr := \left(\frac{2\,n^2 + 21\,n - 7}{2\,n^2 + 18\,n + 9}\right)^{2\,n\ +1} :$$

$$MyLimit2 := limit(expr, n = infinity)\ ;$$

$$MyLimit1 := -\infty$$

$$MyLimit2 := e^3 \tag{7}$$

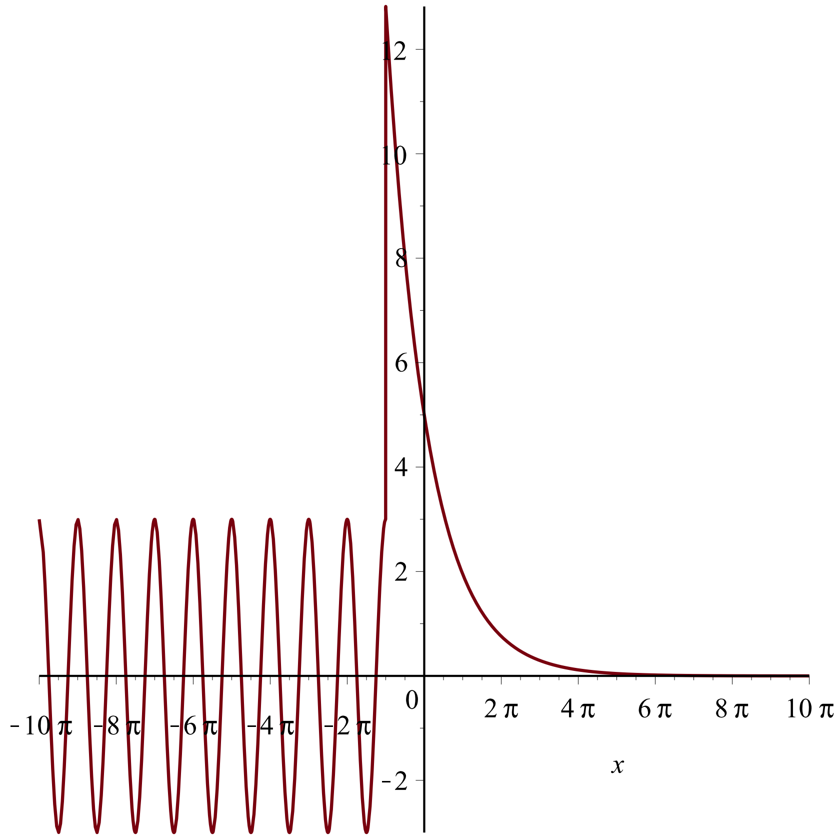
> *# Задание 9. Для заданной кусочно-непрерывной функции выполните следующие действия:*

 # 1. Определите ее через функциональный оператор и постройте график. (piesewise − кусочно-непрерывная функция)

$f := piecewise(x < -\mathrm{Pi}, 3\cdot\cos(2\,x), x \geq -\mathrm{Pi}, 5\cdot\exp(-0.3\cdot x));$

$plot(f, x = -10\,\mathrm{Pi}\,..10\,\mathrm{Pi});$

$$f := \begin{cases} 3\cos(2\,x) & x < -\pi \\ 5\,e^{-0.3\,x} & -\pi \leq x \end{cases}$$



> # *Задание 9.*
> # *2. В точке разрыва и на бесконечности найдите односторонние пределы.*

$Limit\_Pi\_Right := limit(f, x = -\mathrm{Pi}, right);$
$Limit\_Pi\_Left := limit(f, x = -\mathrm{Pi}, left);$
$Limit\_Inf\_Righ := limit(f, x = infinity);$
$Limit\_Inf\_Left := limit(f, x = -infinity);$

$$Limit\_Pi\_Right := 12.83166198$$
$$Limit\_Pi\_Left := 3.$$
$$Limit\_Inf\_Righ := 0.$$
$$Limit\_Inf\_Left := -3. ..3. \qquad (8)$$

> # *Задание 9.*
> # *3. Найдите производную и неопределенный интеграл на*

каждом из промежутков непрерывности.

 # Производная
$MyDiff := evalf(diff(f, x), 3);$

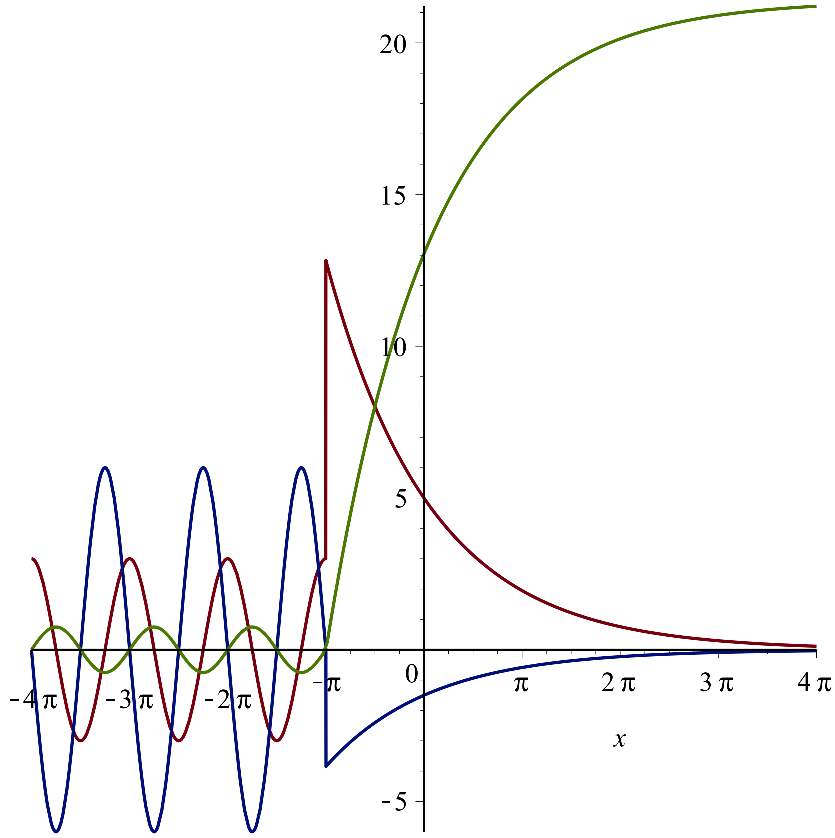
 # Неопределенный интеграл
$MyIntegral := evalf(int(f, x), 3);$

$$MyDiff := \begin{cases} -6.\ \sin(2.\ x) & x < -3.14 \\ Float(undefined) & x = -3.14 \\ -1.50\ \mathrm{e}^{-0.300\,x} & -3.14 < x \end{cases}$$

$$MyIntegral := \begin{cases} 1.50\ \sin(2.\ x) & x \leq -3.14 \\ -16.7\ \mathrm{e}^{-0.300\,x} + 42.8 & -3.14 < x \end{cases} \qquad \textbf{(9)}$$

> *# Задание 9.*
> *# 4. Постройте в одной системе координат графики функции, производной и какой-нибудь первообразной.*

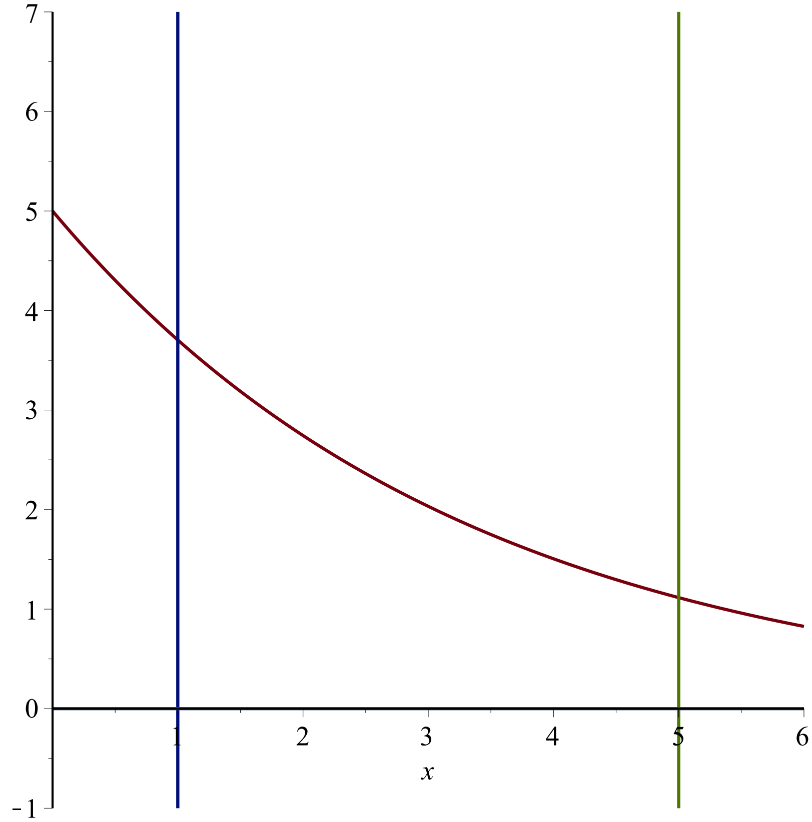
$plot([f, MyDiff, 0.5 \cdot MyIntegral], x = -4\mathrm{Pi}\,..4\mathrm{Pi});$



 # Задание 9.
 # 5. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции и прямыми x=1, x=5, y=0. Сделайте чертеж.

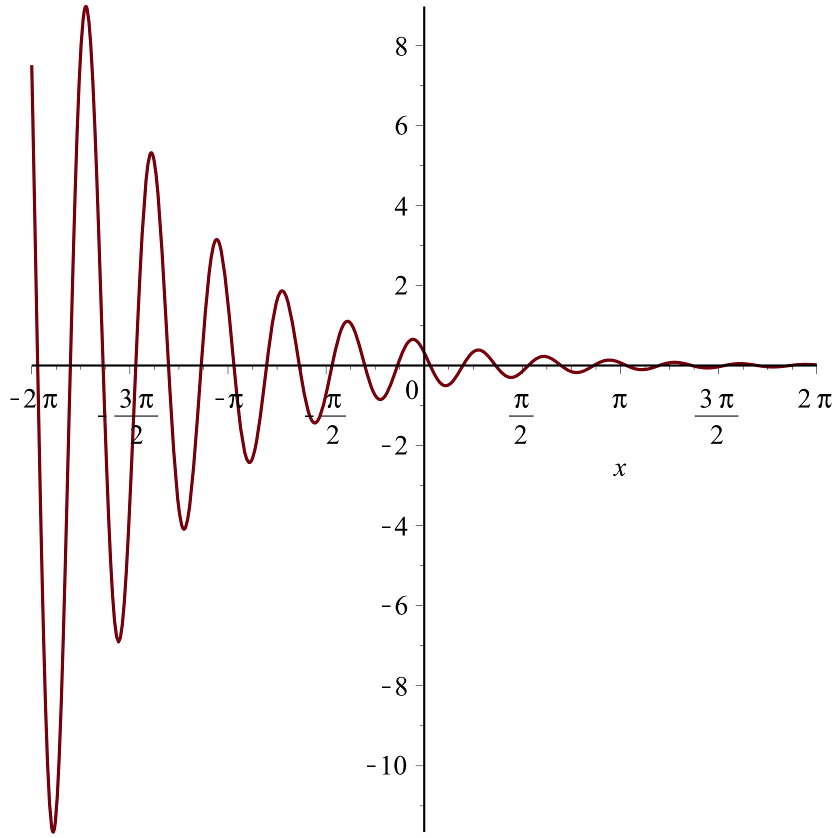
$$plot([f, [1, t, t=-1..7], [5, t, t=-1..7], 0], x=0..6);$$

$$S := \int_1^5 f \, \mathrm{d}x;$$



$$S := 8.628134342 \qquad \textbf{(10)}$$

> *# Задание 10. Постройте кривые на плоскости. Для кривой 2-го порядка (пункт 2) найдите каноническое уравнение* с *помощью ортогонального преобразования.*
>
> *# 1.*
>
> $plot(0.6\cdot\exp(-0.5\cdot x)\cdot\cos(6\cdot x+1));$



> *# Задание 10.*
> *# 2.*

$with(plots) : with(LinearAlgebra) :$

$MyFunc := 9x^2 + 12x \cdot y + 4y^2 - 24x - 16y + 7 = 0;$

$plots[implicitplot](MyFunc, x = -10 ..10, y = -10 ..10);$

#Матрица квадратичной формы

$M := Matrix([[9, 6], [6, 4]]) ;$

#Собственные значения и собственные векторы

$v := LinearAlgebra[Eigenvectors](M);$

#Нормализация собственных векторов

$e1 := Normalize(Column(v[2], [1]), Euclidean);$

$e2 := Normalize(Column(v[2], [2]), Euclidean);$

#Выражение новых координат через старые и подстановка новых в исходное выражение

$$expr := simplify\left(subs\left(x = e1[1]\cdot x1 + e2[1]\cdot y1, y = e1[2]\cdot x1 + e2[2]\cdot y1, 9\,x^2 + 12\,x\cdot y + 4\,y^2 - 24\,x - 16\,y + 7\right)\right);$$

#Выделение полных квадратов

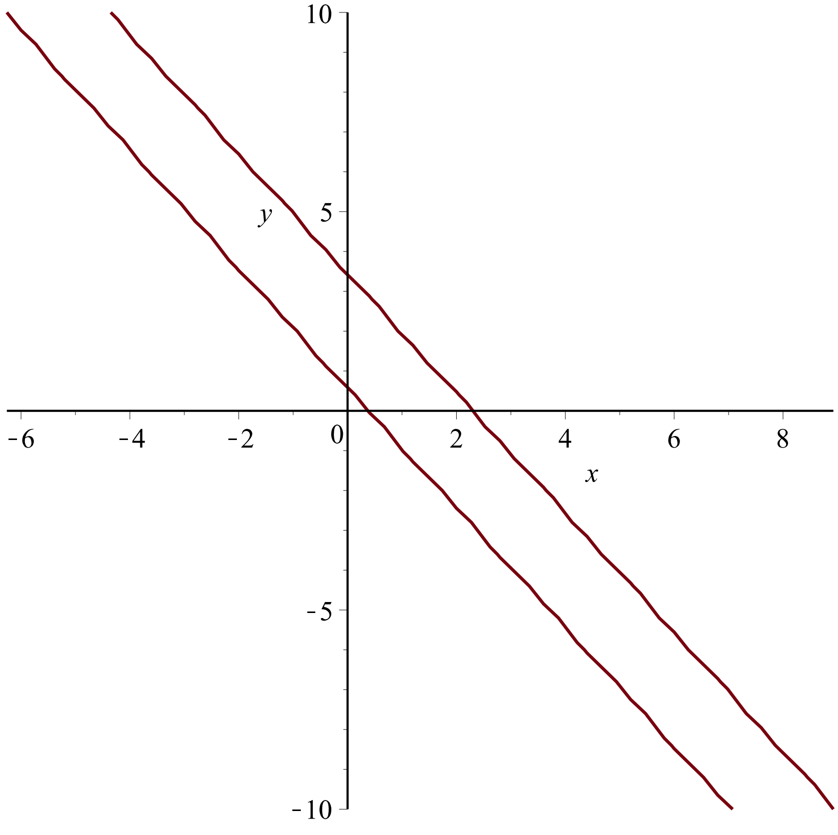
$expr\_PredCanon := Student[Precalculus][CompleteSquare](expr);$

#Канонический вид

$$expr\_Canon := subs\left(y1 = y2 + \frac{4}{13}\,\mathrm{sqrt}(13), expr\_PredCanon\right);$$

$plots[implicitplot](expr\_Canon = 0,\ x = -10\,..10, y2 = -10\,..10, scaling = constrained);$

$MyFunc := 9\,x^2 + 12\,x\,y + 4\,y^2 - 24\,x - 16\,y + 7 = 0$



$$M := \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$v := \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{3}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

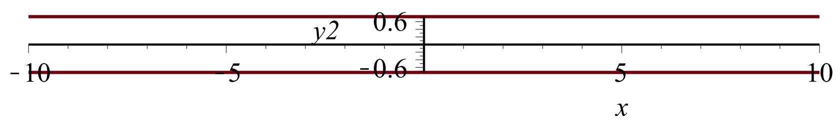
$$e1 := \begin{bmatrix} -\frac{2}{13}\sqrt{13} \\ \frac{3}{13}\sqrt{13} \end{bmatrix}$$

$$e2 := \begin{bmatrix} \frac{3}{13}\sqrt{13} \\ \frac{2}{13}\sqrt{13} \end{bmatrix}$$

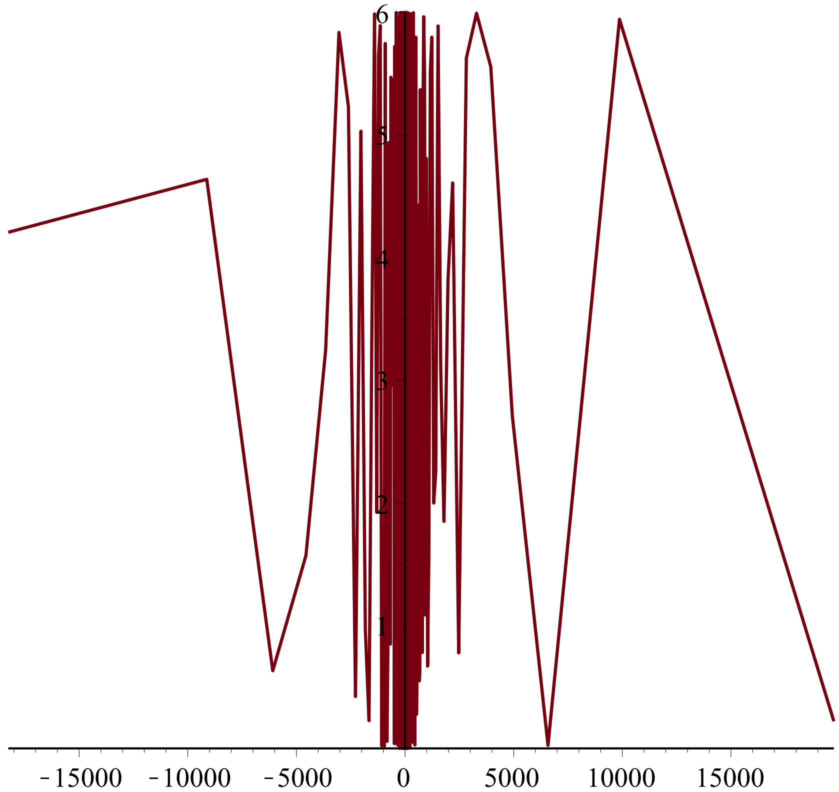
$$expr := 13\, y1^2 - 8\, y1 \sqrt{13} + 7$$

$$expr\_PredCanon := 13\left(y1 - \frac{4}{13}\sqrt{13}\right)^2 - 9$$

$$expr\_Canon := 13\,y2^2 - 9$$

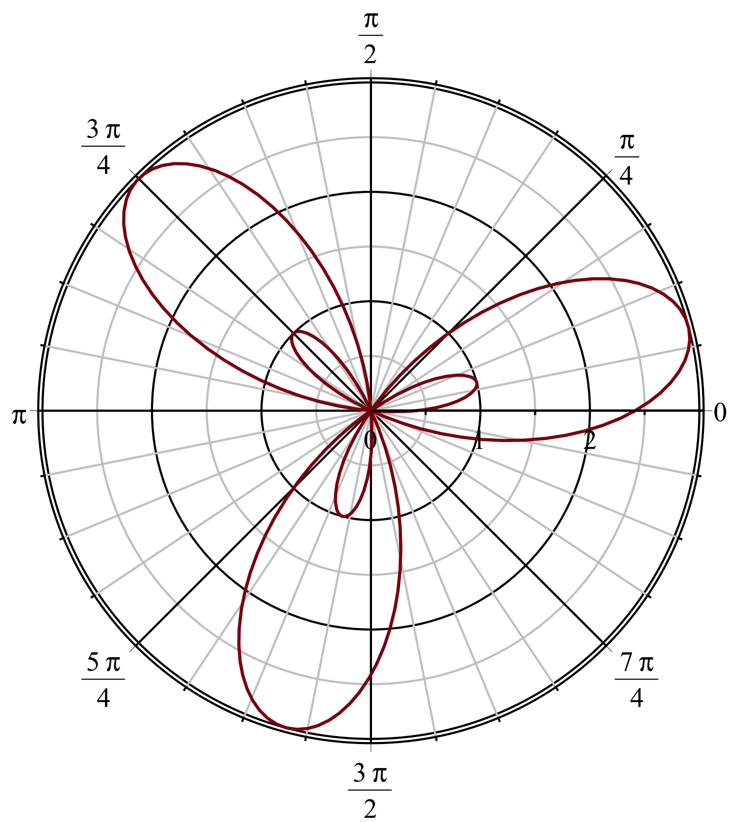



```
> # Задание 10.
  # 3
  plot([3(t − sin(t)), 3(1 − cos(t)), t=−infinity..infinity]);
```



> *# Задание 10.*
> *# 4. polarplot - параметр, преобразующий график в полярные координаты.*

$$plots[polarplot]\left(1+2\cos\left(3\,\phi-\frac{\mathrm{Pi}}{4}\right)\right);$$



π/2
3π/4
π/4
π
0
0
1
2
5π/4
7π/4
3π/2