> # Лабортаорная работа 4. Элементы операционного исчисления

> # Выполнил студент группы 153503 Киселёва Е.А.

> # Вариант 9

> restart;
Задание 1.
По данному графику функции — оригинала найдите ее изображение Лапласа . Получите ответ в системе Maple и сравните результаты.
1.9

> # Задание кусочно-непрерывной функции - piecewise
Оригинал

$f := piecewise\left(t<0, 0, 0<t<a, \frac{1}{a}\cdot t-1, a<t<2\,a, 0, 2\,a<t<4\,a, \frac{1}{2\,a}t\text{-}1, t>4\,a, 0\right);$

$$f := \begin{cases} 0 & t<0 \\ \frac{t}{a}-1 & 0<t \textbf{ and } t<a \\ 0 & a<t \textbf{ and } t<2\,a \\ \frac{1}{2}\,\frac{t}{a}-1 & 2\,a<t \textbf{ and } t<4\,a \\ 0 & 4\,a<t \end{cases} \tag{1}$$

> # Изображение оригинала по определению

$\int_0^{\infty} f\cdot \exp(-p\cdot t)\,\mathrm{d}t \text{ assuming}(a>0);$

$$-\frac{p\,a+e^{-p\,a}-1}{p^2\,a}-\frac{1}{2}\,\frac{2\,e^{-4\,p\,a}\,a\,p+e^{-4\,p\,a}-e^{-2\,p\,a}}{p^2\,a} \tag{2}$$

> restart;
Задание 2.
#Найдите оригинал по заданному изображению «вручную» и с помощью Maple.

2.9. $\frac{(2\cdot p+1)}{(p+1\ )\cdot(p^2+2\cdot p+3)}$

> # Изображение

$F := \frac{2\cdot p+1}{(p+1\ )\cdot(p^2+2\cdot p+3)};$

$$F := \frac{2\,p+1}{(p+1)\,(p^2+2\,p+3)} \tag{3}$$

> # Оригинал
inttrans[invlaplace](F, p, t);

$$\frac{1}{2}\,e^{-t}\left(-1+\cos(\sqrt{2}\,t)+2\sqrt{2}\,\sin(\sqrt{2}\,t)\right) \tag{4}$$

> restart;
Задание 3.

#Найдите решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее условиям $y(0)=0$ и $y'(0)=0$ *, операторным методом*
#(используя интеграл Дюамеля) и методом Лагранжа
. Сравните результаты и проконтролируйте их с помощью системы Maple.

\# 3.9. $y''-y'=\dfrac{e^{2t}}{2+e^{t}}$

\> *# Исходное ДУ*

$DY\_3 := diff(y(t), t\$2) - diff(y(t), t) = \dfrac{\exp(2\cdot t)}{2+\exp(t)};$

$$DY\_3 := \frac{d^2}{dt^2}\,y(t) - \left(\frac{d}{dt}\,y(t)\right) = \frac{e^{2t}}{2+e^{t}} \qquad (5)$$

\> *#Решение задачи Коши*

$dsolve(\{DY\_3, y(0)=0, D(y@@1)(0)=0\}, y(t));$

$$y(t) = \left(2+e^{t}\right)\ln\left(2+e^{t}\right) + 1 - e^{t} - e^{t}\ln(3) - 2\ln(3) \qquad (6)$$

\> *restart*;

 # Задание 4.

 # Операторным методом решите задачу Коши и *сравните* с *решением* в *Maple.*

 # 4.9. $y''+y'-2y=e^{-t}$, $\quad y(0)=-1, \quad y'(0)=0.$

\> *# Исходное ДУ*

$DY\_4 := diff(y(t), t\$2) + diff(y(t), t) - 2\,y(t) = \exp(-t);$

$$DY\_4 := \frac{d^2}{dt^2}\,y(t) + \frac{d}{dt}\,y(t) - 2\,y(t) = e^{-t} \qquad (7)$$

\> *# Решение задачи Коши*

$dsolve(\{DY\_4, y(0)=-1, D(y@@1)(0)=0\}, y(t));$

$$y(t) = -\frac{1}{2}\,e^{t} - \frac{1}{2}\,e^{-t} \qquad (8)$$

\> *restart*;

 # Задание 5.

\# Решите систему дифференциальных уравнений операторным методом
. Сравните с решением, полученным в Maple

 # 5.9. $x'=-2x+6y+1$ *и* $y'=2x+2y$, $\quad x(0)=0, \quad y(0)=1$

\> *# Исходная система ДУ*

$System\_DY := diff(x(t), t) = -2\cdot x(t) + 6\cdot y(t) + 1, diff(y(t), t) = 2\cdot x(t) + 2\cdot y(t);$

$$System\_DY := \frac{d}{dt}\,x(t) = -2\,x(t) + 6\,y(t) + 1,\ \frac{d}{dt}\,y(t) = 2\,x(t) + 2\,y(t) \qquad (9)$$

\> *# Решение задачи Коши*

$dsolve([System\_DY, x(0)=0, y(0)=1]);$

$$\left\{x(t) = \frac{13}{16}\,e^{4t} - \frac{15}{16}\,e^{-4t} + \frac{1}{8},\ y(t) = \frac{13}{16}\,e^{4t} + \frac{5}{16}\,e^{-4t} - \frac{1}{8}\right\} \qquad (10)$$

\>