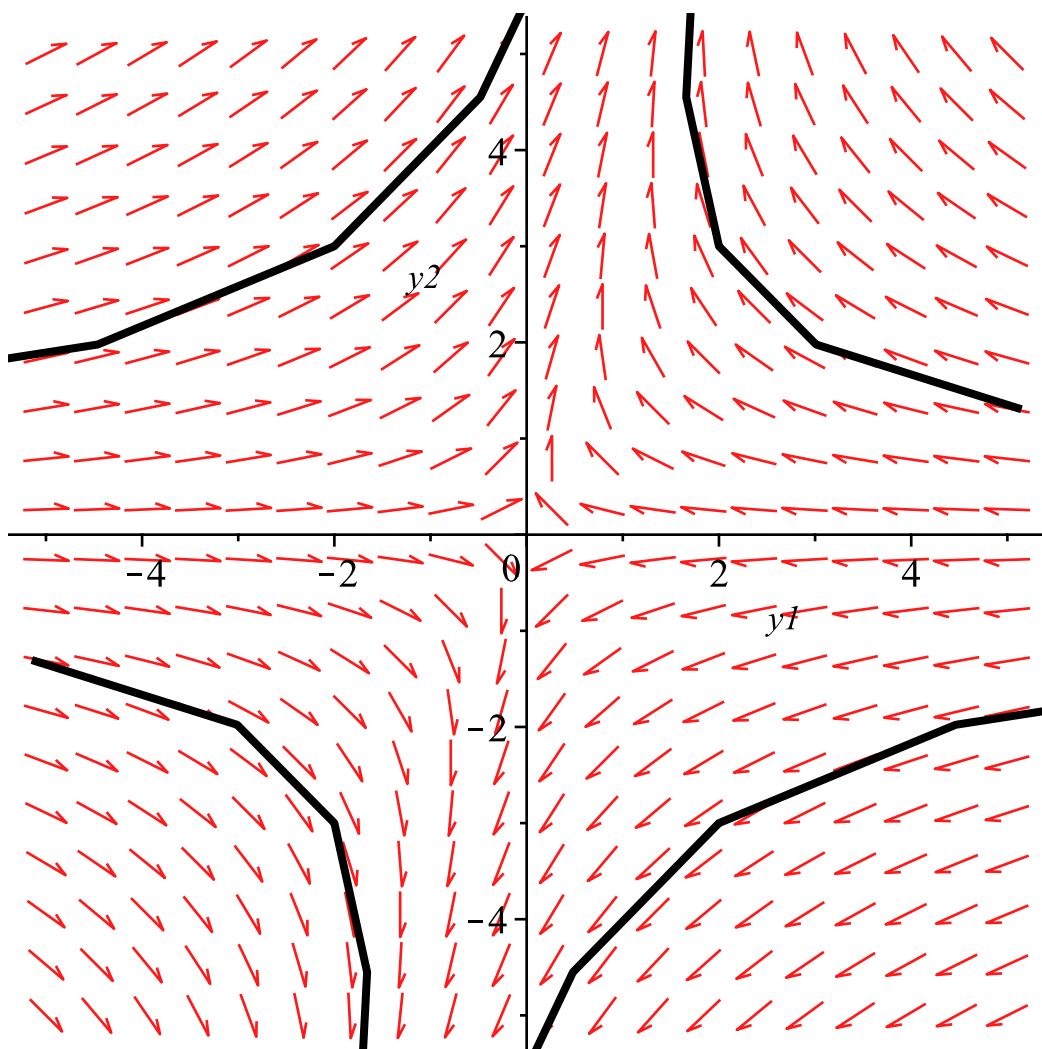


```
> # Лабораторная работа 3.3. Системы дифференциальных уравнений  
> # Выполнил студент группы 153503 Киселёва Е.А.  
> # Вариант 9
```

```
> restart;  
# Задание 1.  
# Исследуйте поведение фазовых кривых систем уравнений вблизи точки покоя  
  . Сделайте чертеж  
  . Определите тип точки покоя по фазовому портрету и собственным значениям  
    матрицы системы  
  . Найдите общее решение системы и выделите фундаментальную систему решений  
  . Сравните с результатами, полученными в Maple  
  . Постройте в прямоугольной системе  $Ox_1y_2$  пространственные кривые,  
    удовлетворяющие заданной системе и содержащие соответственно точки  $(0, y_{10},$   
     $y_{20})$ . Значения  $y_{10}, y_{20}$  возьмите те же,  
    что использовались для построения фазового портрета. Сравните чертежи,  
    полученные на плоскости и в пространстве  
  . Перейдите от системы уравнений к однородному дифференциальному уравнению 1  
    — го порядка относительно функции  $y_2(y_1)$ ,  
    постройте его поле направлений в окрестности особой точки  
  . Сравните с фазовым портретом системы.  
# 1.9.  $y_1' = -3y_1 + y_2$  и  $y_2' = 2y_2$ 
```

```
> with(DEtools) :  
phasePortrait := phaseportrait( [diff(y1(x), x) = -3*y1(x) + y2(x), diff(y2(x), x) = 2  
  ·y2(x) ], [y1(x), y2(x) ], x = -5 .. 5, [ [0, 2, 3], [0, -2, -3], [0, 2, -3], [0, -2, 3] ], y1 = -5 .. 5,  
  y2 = -5 .. 5, linecolor = black);
```



```
> restart;
# тип точки покоя по фазовому портрету - седло
A := Matrix( [[ -3 - k, 1 ], [ 0, 2 - k ] ]);
k := solve( ( -3 - k ) · ( 2 - k ) - 0 · 1 );
```

$$A := \begin{bmatrix} -3 - k & 1 \\ 0 & 2 - k \end{bmatrix}$$

$$k := -3, 2$$

(1)

```
> # тип точки покоя по собственным значениям матрицы системы - неустойчивое седло
(корни характеристического уравнения вещественные, разных знаков)
```

```
> dsolve( [diff(y1(x), x) = -3·y1(x) + y2(x), diff(y2(x), x) = 2·y2(x) ] );
```

$$\left\{ y1(x) = \frac{C2 e^{2x}}{5} + C1 e^{-3x}, y2(x) = C2 e^{2x} \right\}$$

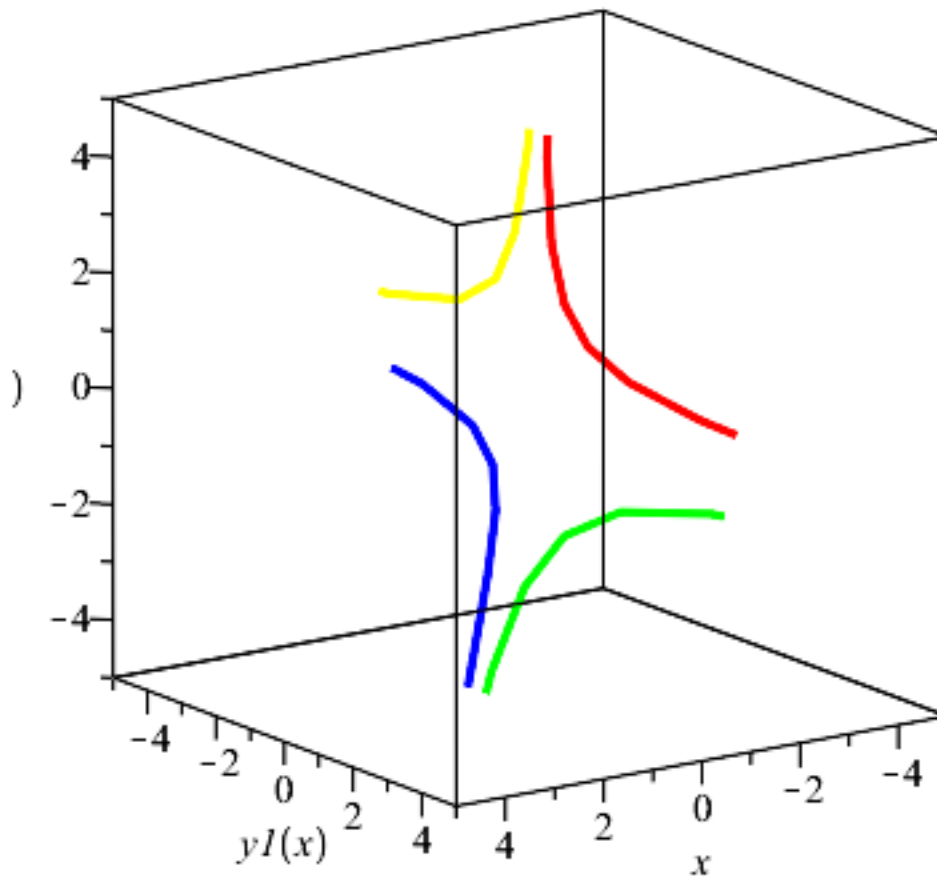
(2)

```
> with(DEtools) :
line1 := DEplot3d( [diff(y1(x), x) = -3·y1(x) + y2(x), diff(y2(x), x) = 2·y2(x) ], [y1(x),
y2(x) ], x=-5..5, [ [0, 1, 2]], y1=-5..5, y2=-5..5, linecolor=red ) :
line2 := DEplot3d( [diff(y1(x), x) = -3·y1(x) + y2(x), diff(y2(x), x) = 2·y2(x) ], [y1(x),
```

```

y2(x)], x=-5..5, [[0,-1,-2]], y1=-5..5, y2=-5..5, linecolor=blue) :
line3 := DEplot3d([diff(y1(x), x)=-3*y1(x) + y2(x), diff(y2(x), x) = 2*y2(x)], [y1(x),
y2(x)], x=-5..5, [[0, 1,-2]], y1=-5..5, y2=-5..5, linecolor=green) :
line4 := DEplot3d([diff(y1(x), x)=-3*y1(x) + y2(x), diff(y2(x), x) = 2*y2(x)], [y1(x),
y2(x)], x=-5..5, [[0,-1, 2]], y1=-5..5, y2=-5..5, linecolor=yellow) :
plots[display](line1, line2, line3, line4);

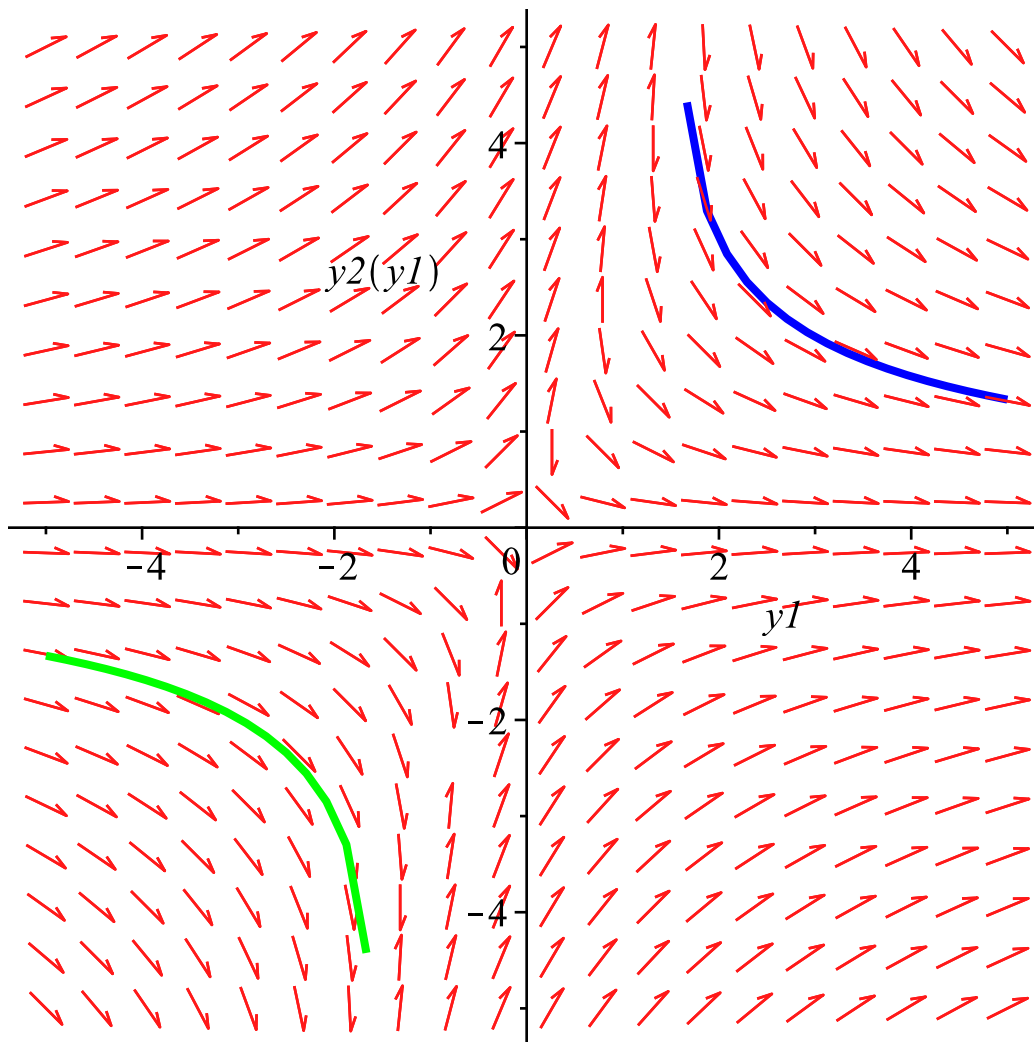
```



```

> # y2(y1);
with(DEtools) : with(plots) :
plot1 := DEplot([diff(y2(y1), y1) =  $\frac{2 \cdot y2(y1)}{-3 \cdot y1 + y2(y1)}$ ], y2(y1), y1=-5..5, y2(y1)=-5..5,
[y2(2)=3], linecolor=blue) :
plot2 := DEplot([diff(y2(y1), y1) =  $\frac{2 \cdot y2(y1)}{-3 \cdot y1 + y2(y1)}$ ], y2(y1), y1=-5..5, y2(y1)=-5..5,
[y2(-2)=-3], linecolor=green) :
plots[display](plot1, plot2);

```



```
> restart;
# Задание 2.
# Решите систему уравнений методом исключений и сравните результат с ответом,
  полученным Maple
# 2.9.  $y_1' = 5y_1 + 2y_2$  и  $y_2' = -9y_1 - 6y_2$ 
```

```
> dsolve([diff(y1(x), x) = 5·y1(x) + 2·y2(x), diff(y2(x), x) = -9·y1(x) - 6·y2(x)]);
```

$$\left\{ y_1(x) = _C1 e^{-4x} + _C2 e^{3x}, y_2(x) = -\frac{9 _C1 e^{-4x}}{2} - _C2 e^{3x} \right\}$$

(3)

```
> restart;
# Задание 3.
# Решите задачу Коши с помощью метода Лагранжа и Д'Аламбера. Сравните с
  результатом, полученным в Maple. Сделайте чертеж.
# 3.8.  $x' = x + y$  и  $y' = 4x + y + 1$   $x(0)=1, y(0)=0$ 
```

```
dsolve([diff(x(t), t) = x(t) + y(t), diff(y(t), t) = 4·x(t) + y(t) + 1, x(0) = 1, y(0) = 0]);
```

$$\left\{ x(t) = \frac{3 e^{-t}}{4} + \frac{7 e^{3t}}{12} - \frac{1}{3}, y(t) = -\frac{3 e^{-t}}{2} + \frac{7 e^{3t}}{6} + \frac{1}{3} \right\}$$

(4)

```
> with(DEtools) : with(plots) :
DEplot3d([diff(x(t), t) = x(t) + y(t), diff(y(t), t) = 4·x(t) + y(t) + 1], [x(t), y(t)], t = -5..5,
  [[x(0) = 1, y(0) = 0]], linecolor = green);
```

