

## Список вопросов к экзамену по дисциплине «Методы оптимизации и управления»

1. Выпуклая комбинация элементов линейного пространства [1; стр. 114, 115], [2; стр. 10]. Выпуклое множество элементов линейного пространства [1; стр. 114], [2; стр. 11], [3; 24, 25]. Замкнутое полупространство в линейном пространстве  $\mathbb{R}^n$  [2; стр. 12].
2. Выпуклая комбинация элементов линейного пространства [2; стр. 10]. Выпуклое множество элементов линейного пространства [2; стр. 11]. Утверждение о выпуклости пересечения выпуклых множеств [2; стр. 13]. Полиэдр и его выпуклость [2; стр. 13].
3. Утверждение о принадлежности выпуклому множеству выпуклой комбинации конечного числа его элементов [3; стр. 27, Теорема 1.2.2] [4; стр. 4].
4. Выпуклая оболочка множества элементов линейного пространства [3; стр. 26]. Утверждение о выпуклости выпуклой оболочки множества.
5. Выпуклая оболочка множества элементов линейного пространства [3; стр. 26]. Выпуклая оболочка множества  $X$  как пересечение всех выпуклых множеств, содержащих множество  $X$  [4; стр. 4, 5].
6. Аффинная комбинация элементов линейного пространства [3; стр. 28]. Аффинное подпространство [4; стр. 6]. Утверждение о замкнутости аффинного подпространства относительно аффинной комбинации [4; стр. 6].
7. Аффинная оболочка множества элементов линейного пространства. Утверждение о том, что аффинная оболочка множества является аффинным подпространством.
8. Аффинная оболочка множества  $X$  как пересечение всех аффинных подпространств, содержащих множество  $X$  [4; стр. 7].
9. Представление аффинного подпространства в виде суммы вектора и линейного подпространства [4; стр. 7, 8].
10. Размерность аффинного подпространства. Размерность множества элементов линейного пространства [3; стр. 29], [4; стр. 8].
11. Теорема Каратеодори для выпуклой оболочки [4; стр. 8], [5; стр. 20–22], [6, 7].
12. Задача линейного программирования [19; стр. 4], [20; стр. 9, 10], [21]. Допустимый и оптимальный планы. Каноническая и нормальная формы задачи линейного программирования [19; стр. 4–6], [21; стр. 24–26], [22; р. 41, 42].
13. Вершина выпуклого множества. Существование вершины полиэдра допустимых планов без прямых, на которой значение целевого функционала не меньше, чем в любой точке полиэдра [22; р. 47, 53, 54].
14. Алгебраическое описание вершины полиэдра [1; стр. 271, 281], [22; р. 45].
15. Базисный допустимый план [19; стр. 7, 8], [22; р. 44].
16. Переход от текущего базисного допустимого плана к новому базисному допустимому плану [19; стр. 11–15], [23; стр. 367–371], [20; стр. 14–19] [1; стр. 282, 283].
17. Достаточное условие оптимальности базисного допустимого плана [19; стр. 9], [20; стр. 12], [22; стр. 67].

18. Поиск начального базисного допустимого плана [19; стр. 20–23], [20; стр. 21, 22], [1; стр. 284], [22; р. 70].
19. Конус в линейном пространстве [3; стр. 40], [1; стр. 228], [24; стр. 17]. Полиэдральный и конечнопорожденный конусы. Теорема Фаркаша-Минковского-Вейля (без доказательства) [25; стр. 10].
20. Лемма Фаркаша [26; 66, 67], [25; стр. 8], [27].
21. Задача, двойственная канонической задаче линейного программирования [19; стр. 23, 24]. Теорема о слабой двойственности [19; стр. 25, Следствие 3], [28; стр. 20].
22. Теорема о сильной двойственности [19; стр. 25, Теорема], [28; стр. 20].
23. Следствие из теоремы о сильной двойственности [19; стр. 25, Следствия 1, 2 и 4], [28; стр. 21].
24. Задача, двойственная задаче линейного программирования [19; стр. 24, 25], [28; стр. 21–23].
25. Теорема о дополняющей нежесткости [28; стр. 23].
26. Базисный двойственный план и его псевдоплан [19; стр. 27], [20; стр. 47].
27. Псевдоплан как вектор, удовлетворяющий основным ограничениям канонической задачи линейного программирования. Критерий оптимальности псевдоплана [19; стр. 27, Утверждение 1], [20; стр. 48].
28. Достаточное условие несовместности канонической задачи линейного программирования [19; стр. 27, Утверждение 2], [20; стр. 50].
29. Переход от текущего базисного двойственного плана к следующему.
30. Двойственный симплекс-метод [19; стр. 28–33], [20; стр. 51, 52].

Заведующий кафедрой информатики,  
канд. физ.-мат. наук, доцент

С.И. Сиротко

### Список литературы

- [1] Поляк Б.Т., *Введение в оптимизацию*, ЛЕНАНД, Москва, 2014.
- [2] Шевченко В.Н., Золотых Н.Ю., *Линейное и целочисленное линейное программирование: Учебник*, Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, 2005.
- [3] Половинкин Е.С., Балашов М.В., *Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа*, Физматлит, Москва, 2007.
- [4] Осипенко К. Ю., *Выпуклый анализ*, МФТИ.
- [5] Bertsekas P., *Convex optimization theory*, Athena Scientific, Belmont, Massachusetts, 2009.
- [6] Carathéodory C., “Über den variabilitätsbereich der fourier’schen konstanten von positiven harmonischen funktionen”, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, **32** (1911), 193–217.
- [7] Steinitz, E., “Bedingt konvergente Reihen und konvexe Systeme”, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **143** (1913), 128–176.
- [8] Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В., *Оптимальное управление*, Физматлит, Москва, 2007.

- [9] Колмогоров А.Н., Фомин С.В., *Элементы теории функций и функционального анализа*, Физматлит, Москва, 2006.
- [10] Matoušek, *Lectures on Discrete Geometry*, Springer-Verlag, New York Berlin Heidelberg, 2002.
- [11] Bollobás B., *The art of mathematics: coffee time in Memphis*, Cambridge university press, Cambridge, 2006.
- [12] Radon J., “Mengen konvexer Körper, die einen gemeinsamen Punkt enthalten”, *Mathematische Annalen*, **83** (1921), 113–115.
- [13] Helly E., “Über Mengen konvexer Körper mit gemeinschaftlichen Punkten”, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, **32**, 175–176.
- [14] Danzer L., Grünbaum B., Klee V., “Helly’s theorem and its relatives”, *Proc. Sympos. Pure Math.*, **VII** (1963), 101–180.
- [15] Магарил-Ильяев Г. Г., Тихомиров В.М., *Выпуклый анализ и его приложения*, URSS, Москва, 2011.
- [16] Гороховик В.В., *Конечномерные задачи оптимизации*, БГУ, Минск, 2007.
- [17] Яковлев Г.Н., *Функциональные пространства*, МФТИ, Долгопрудный, 2000.
- [18] Галеев Э.М., *Оптимизация: теория, примеры и задачи*, URSS, Москва, 2013.
- [19] Костюкова О.И., *Методы оптимизации: линейное и квадратичное программирование*, БГУИР, Минск, 2001.
- [20] Габасов Р., Кириллова Ф., *Методы оптимизации*, БГУ, Минск, 1981.
- [21] Габасов Р., Кириллова Ф., Альсевич В., Калинин А., Крахотко В., Павленок Н., *Методы оптимизации*, Четыре четверти, Минск, 2011.
- [22] Matoušek J., Gärtner B., *Understanding and Using Linear Programming*, Springer, Berlin Heidelberg New York, 2007.
- [23] Стренг Г., *Линейная алгебра и ее применения*, Мир, Москва, 1980.
- [24] Емеличев В.А., Ковалев М.М., Кравцов М.К., *Многогранники, графы, оптимизация (комбинаторная теория многогранников)*, Наука, Москва, 1981.
- [25] Шевченко В.Н., *Комбинаторная теория многогранников.*, Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, 2007.
- [26] Циглер Г., *Теория многогранников*, МЦНМО, Москва, 2014.
- [27] Farkas J., “Theorie der einfachen Ungleichungen”, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **124** (1902), 1–27.
- [28] Goemans M., “Linear programming: lecture notes (<https://math.mit.edu/~goemans/18310S15/lpnotes310.pdf>)”.