# APERTURA

**INTEGRALES INDEFINIDAS**

Si  y  son analíticas en una región  tal que , entonces  se llama *integral indefinida o antiderivada* de  denotada por .

**INTEGRALES COMPLEJAS DE LÍNEA**

Sea  continua en todos los puntos de una curva  de longitud finita. Se llama integral compleja de línea definida desde  a  lo largo de la curva .



Si  es analítica en todos los puntos de una región  y si  es una curva en , entonces  es integrable a lo largo de . Si , entonces



**PROPIEDADES DE LAS INTEGRALES**

Si  y  son integrables a lo largo de , entonces

1. 
2. , A es una constante
3. 
4. ,  están en 
5.  donde  o sea  es una cota superior de  sobre  y  es la longitud de .

**REGIONES SIMPLE Y MULTIPLEMENTE CONEXAS**

Una región  se llama simplemente conexa si cualquier curva simple cerrada contenida en  se puede contraer a un punto sin salirnos de . Una región  que no es simplemente conexa se llama múltiplemente conexa.

**FORMA COMPLEJA DEL TEOREMA DE GREEN**

Sea  continua y con derivadas parciales continuas en una región  y sobre su frontera , donde ,  son las coordenadas conjugadas complejas. Entonces, el Teorema de Green se puede escribir en la forma  donde  representa el elemento diferencial de área .

**TEOREMA DE CAUCHY-GOURSAT**

Sea  analítica en una región  y sobre su frontera . Entonces

.

Este teorema fundamental, llamado usualmente el **Teorema integral de Cauchy** es válido para regiones simple y múltiplemente conexas.

**TEOREMA DE MORERA**

Sea  continua en una región  simplemente conexa y supongamos que



Alrededor de cada curva simple cerrada  en . Por esta razón,  es analítica en . Este teorema, debido a Morera (1856-1909), se llama con frecuencia el *recíproco del teorema de Cauchy*.

**INTEGRALES DEFINIDAS**

Sea una función de valor complejo  de una variable real 







Para cada constante compleja 





Consideremos que el valor de la integral definida es un número complejo diferente de cero. Si  es el módulo y  es el argumento de ese número entonces 

Se tiene: 

Se tiene: 

**CONTORNOS**

Un arco  es un conjunto de puntos  en el plano complejo tal que  donde  y  son funciones continuas del parámetro real .

Ejemplo: Analizar 

Ejemplo: Analizar la curva cerrada simple .

Longitud de arco ; si  entonces ; por lo que .

Ejemplos: Evaluar ; Evaluar ; Derivar la función .

## CIERRE

Estudiar: *Integrales de línea de variable compleja.*