# APERTURA

Ejemplo: Demuestre que 

Ejemplo: Usar la expresión para la suma de una serie geométrica para sumar . Determinar la región de convergencia.

La serie  diverge si  , considerar 

Ejemplo: Demostrar que la serie  diverge para 

**CRITERIO DEL COCIENTE**

Sea la serie  y 

1. La serie converge si  y la convergencia es absoluta.
2. La serie diverge sí .
3. Cuando el límite no existe y  no se proporciona información acerca de la convergencia de la serie.

Ejemplo: Usar el criterio del cociente y el criterio del término n-ésimo para estudiar la convergencia de la serie .

**Definición**: Convergencia uniforme

Decimos que la serie , cuya n-ésima suma parcial es , converge uniformemente a  en la región  si para todo  existe un número  que no depende de  tal que para todo  de 



**Teorema**: Criterio  de Weierstrass

Sea  una serie convergente cuyos términos  son constantes positivas. La serie  converge uniformemente en una región  si  para todo  de .

**Teorema**: Sea  una serie que converge uniformemente a  en cierta región . Sea  una función acotada en , es decir, tal que  ( es constante) en todo punto de . Entonces, en 



La serie converge uniformemente a .

Ejemplo: 

**Teorema**: Integración término a término

Sea  una serie que converge uniformemente a  en  y suponga que todos los términos  son continuos en . Sea  un contorno en , entonces

,

Es decir, cuando una serie de funciones continuas que converge uniformemente se integra término a término, la serie que resulta de la operación tiene por suma la integral de la suma de la serie original.

**Teorema**: Analiticidad de la suma de una serie

Si  converge uniformemente a  para todo  en  y si  son funciones analíticas en  entonces  es analítica en .

**Teorema**: Diferenciación término a término

Sea  una serie que converge uniformemente a  en una región . Si  son funciones analíticas en , entonces en todo punto interior de dicha región .

**SERIES DE POTENCIAS**



Ejemplo: Desarrollar la función  como a) Serie de Maclaurin; b) Serie de Taylor en 

Ejemplo: Desarrollar la función  en la serie de Taylor  ¿Cuáles son los valores de  para los que la serie debe converger a ?

**TEOREMA**

Consideremos el desarrollo en serie de Taylor de una función  alrededor de . El mayor círculo dentro del cual esta serie converge a  en cada punto es , donde  es la distancia entre  y la singularidad de  más cercana.

Ejemplo: Calcular el radio del círculo máximo en todo punto del cual el desarrollo indicado es válido



Ejemplo: Obtenga la serie de Maclaurin de



Donde 

La función  se conoce como **función seno integral** y no puede evaluarse en términos de funciones elementales. Aparece frecuentemente al resolver problemas de radiación electromagnética.

Ejemplo: Mediante un producto de series, obtenga el desarrollo de Maclaurin de .

Ejemplo: Obtenga la serie de Maclaurin de  a partir de las series de Maclaurin de  y .

Aplicación

Las integrales de Fresnel  y  se usan en óptica y en el diseño de antenas de microondas. Están definidas por





Ejemplo: Desarrollar  en serie de Taylor alrededor del punto .

Ejemplo: Desarrollar  en serie de Maclaurin.

## CIERRE

Estudiar: *Series de Laurent.*