# APERTURA

Las **funciones exponenciales** están definidas como  donde  es la base de los logaritmos naturales. Si  se define .

Las **funciones trigonométricas o circulares** definidas en términos de funciones exponenciales son:



Para las funciones trigonométricas complejas, se cumple:



Las **funciones hiperbólicas** se definen como:



También, para las funciones hiperbólicas complejas son válidas las propiedades siguientes:



Adicionalmente, son válidas las siguientes relaciones:



**Funciones logarítmicas**:



**Funciones trigonométricas inversas:**



**Funciones hiperbólicas inversas:**



**Funciones algebraicas y trascendentales:**



Ejemplo:

Demostrar 

Probar que se cumple:  al escoger la rama principal  de para la cual 

Sea , mostrar que  son los puntos de ramificación de .

**Límite de una función de variable compleja.**

Sea  definida y unívoca en una vecindad de  con la posible excepción de  (o sea, en una vecindad reducida de ). Decimos que el número  es el límite de  cuando  tiende a  y escribimos  si para cualquier número positivo  (posiblemente muy pequeño) podemos encontrar algún número positivo  (generalmente depende de ) tal que  cuando .

**Teoremas sobre límites**

Si  y , entonces

1. 
2. 
3. 
4. 

Por medio de la transformación  el punto  (o sea, el origen) es aplicado en , llamado el punto en el infinito en el plano . Análogamente denotamos por  el punto en el infinito en el plano .

**Límite cuando** 

Decimos que  o que  tiende a  cuando  tiende a infinito, si para cualquier  podemos encontrar  tal que  cuando .

**Límite cuando** 

Decimos que  o que  tiende a infinito cuando  tiende a , si para cualquier  podemos encontrar  tal que  cuando .

**Continuidad de una función de variable compleja**

Sea  definida y unívoca en una vecindad de  así como en . La función  se llama continua en , si . Observe que para que  sea continua en  debe cumplir:

1.  debe existir
2.  debe existir, o sea  está definida en 
3. 

**Continuidad uniforme**

Una función  es llamada continua en una región si es continua en todos los puntos de la región. Entonces por definición, en cada punto  de la región y para cada , podemos encontrar  (el cual en general depende de  y del punto particular ) tal que  cuando . Si podemos encontrar  que dependa de  pero no del punto particular  se dice que  es uniformemente continua en la región.

# EJEMPLOS

Utilizando teoremas sobre límites comprobar:

1. 
2. 
3. 

## CIERRE

Estudiar: *Derivada de funciones de variable compleja.*