УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа

Часть 2

Вариант 1

Выполнила
Зуйкова Елизавета Владимировна
P3114

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург, 2025 г.

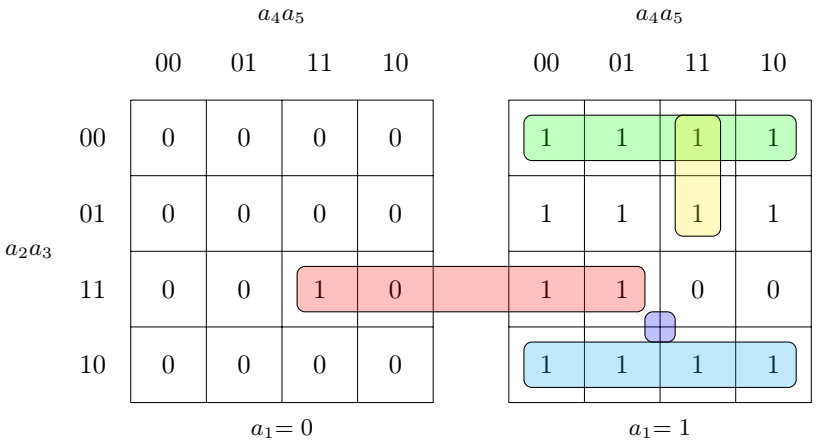
Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = (A + 1) \mod 31$ (C — 5 бит, A — 5 бит).

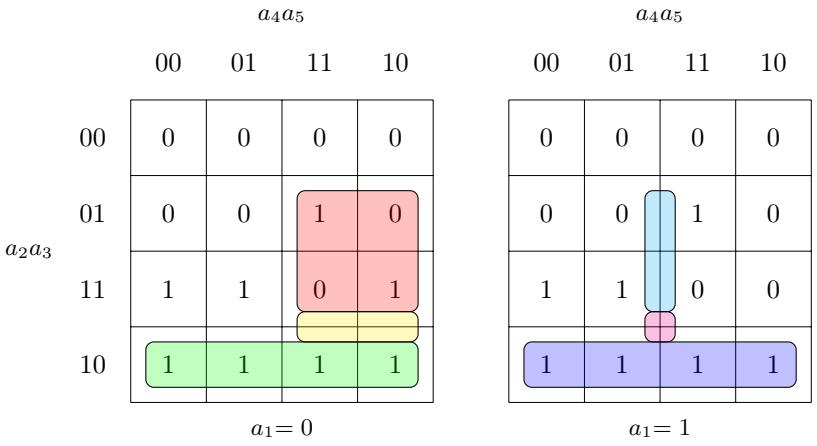
Таблица истинности

№	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
3	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
5	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
6	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
7	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
8	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
9	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
11	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
12	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1
13	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0
14	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
15	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
16	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
17	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
18	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1
19	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0
20	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1
21	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
22	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1
23	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
24	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1
25	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0
26	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1
27	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0
28	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1
29	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
30	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
31	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1

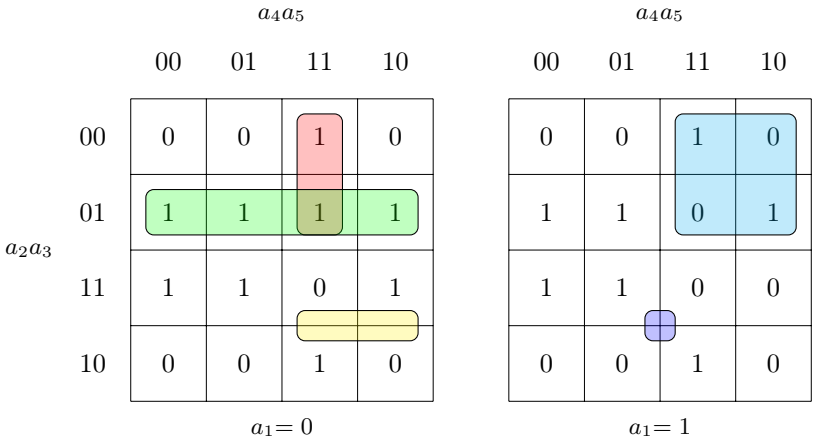
Минимизация булевых функций на картах Карно



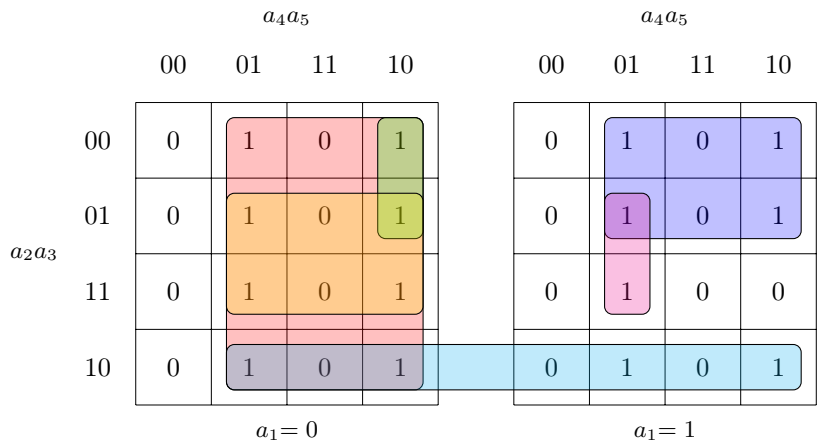
$$c_1 = a_1\,\overline{a_4}\,\overline{a_5} \vee a_1\,\overline{a_2}\,a_4 \vee a_1\,a_2\,\overline{a_3} \vee a_1\,a_3\,\overline{a_5} \quad (S_Q = 16)$$



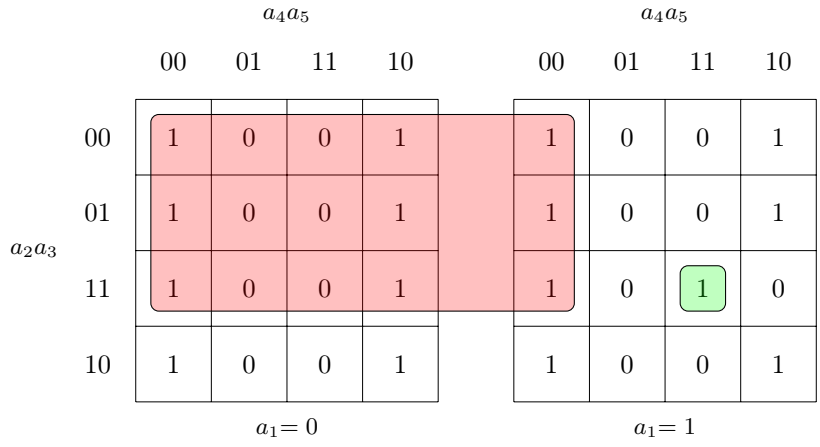
$$c_2 = \overline{a_1}\,a_2\,a_3 \vee a_1\,\overline{a_4}\,\overline{a_5} \vee a_1\,\overline{a_2}\,a_4 \vee a_1\,a_2\,\overline{a_3} \vee a_1\,a_3\,\overline{a_5} \quad (S_Q = 18)$$



$$c_3 = \overline{a_1}\,a_3\,a_4 \vee \overline{a_1}\,a_2\,\overline{a_4} \vee a_1\,\overline{a_2}\,a_4 \vee a_1\,a_2\,\overline{a_3} \vee a_1\,a_3\,\overline{a_5} \quad (S_Q = 17)$$



$$c_4 = \overline{a_3}\, a_5 \vee a_2\, \overline{a_4} \vee \overline{a_2}\, a_4 \quad (S_Q = 8)$$



$$c_5 = \overline{a_5} \quad (S_Q = 1)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} c_1 = a_1\, \overline{a_4}\, \overline{a_5} \vee a_1\, \overline{a_2}\, a_4 \vee a_1\, a_2\, \overline{a_3} \vee a_1\, a_3\, \overline{a_5} & (S_Q^{c_1} = 16) \\ c_2 = \overline{a_1}\, a_2\, a_3 \vee a_1\, \overline{a_4}\, \overline{a_5} \vee a_1\, \overline{a_2}\, a_4 \vee a_1\, a_2\, \overline{a_3} \vee a_1\, a_3\, \overline{a_5} & (S_Q^{c_2} = 18) \\ c_3 = \overline{a_1}\, a_3\, a_4 \vee \overline{a_1}\, a_2\, \overline{a_4} \vee a_1\, \overline{a_2}\, a_4 \vee a_1\, a_2\, \overline{a_3} \vee a_1\, a_3\, \overline{a_5} & (S_Q^{c_3} = 17) \\ c_4 = \overline{a_3}\, a_5 \vee a_2\, \overline{a_4} \vee \overline{a_2}\, a_4 & (S_Q^{c_4} = 8) \\ c_5 = \overline{a_5} & (S_Q^{c_5} = 1) \end{cases}$$

$$(S_Q = 60)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} c_1 = a_1\,(\overline{a_4}\,\overline{a_5} \vee \overline{a_2}\,a_4 \vee a_2\,\overline{a_3} \vee a_3\,\overline{a_5}) & (S_Q^{c_1} = 13) \\ c_2 = \overline{a_1}\,a_2\,a_3 \vee a_1\,(\overline{a_4}\,\overline{a_5} \vee \overline{a_2}\,a_4 \vee a_2\,\overline{a_3} \vee a_3\,\overline{a_5}) & (S_Q^{c_2} = 16) \\ c_3 = \overline{a_1}\,(a_3\,a_4 \vee a_2\,\overline{a_4}) \vee a_1\,(\overline{a_2}\,a_4 \vee a_2\,\overline{a_3} \vee a_3\,\overline{a_5}) & (S_Q^{c_3} = 15) \\ c_4 = \overline{a_3}\,a_5 \vee a_2\,\overline{a_4} \vee \overline{a_2}\,a_4 & (S_Q^{c_4} = 8) \\ c_5 = \overline{a_5} & (S_Q^{c_5} = 1) \end{cases}$$

$$(S_Q = 53)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = \overline{a_4}\,\overline{a_5} \vee \overline{a_2}\,a_4 \vee a_2\,\overline{a_3} \vee a_3\,\overline{a_5}$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_4}\,\overline{a_5} \vee \overline{a_2}\,a_4 \vee a_2\,\overline{a_3} \vee a_3\,\overline{a_5} & (S_Q^{\varphi_0} = 12) \\ c_1 = a_1\,\varphi_0 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ c_2 = \overline{a_1}\,a_2\,a_3 \vee a_1\,\varphi_0 & (S_Q^{c_2} = 5) \\ c_3 = \overline{a_1}\,(a_3\,a_4 \vee a_2\,\overline{a_4}) \vee a_1\,(\overline{a_2}\,a_4 \vee a_2\,\overline{a_3} \vee a_3\,\overline{a_5}) & (S_Q^{c_3} = 15) \\ c_4 = \overline{a_3}\,a_5 \vee a_2\,\overline{a_4} \vee \overline{a_2}\,a_4 & (S_Q^{c_4} = 8) \\ c_5 = \overline{a_5} & (S_Q^{c_5} = 1) \end{cases}$$

$$(S_Q = 43)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = \overline{a_2}\,a_4 \vee a_2\,\overline{a_3} \vee a_3\,\overline{a_5}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = \overline{a_2}\,a_4 \vee a_2\,\overline{a_3} \vee a_3\,\overline{a_5} & (S_Q^{\varphi_1} = 8) \\ \varphi_0 = \overline{a_4}\,\overline{a_5} \vee \varphi_1 & (S_Q^{\varphi_0} = 5) \\ c_1 = a_1\,\varphi_0 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ c_2 = \overline{a_1}\,a_2\,a_3 \vee a_1\,\varphi_0 & (S_Q^{c_2} = 5) \\ c_3 = \overline{a_1}\,(a_3\,a_4 \vee a_2\,\overline{a_4}) \vee a_1\,\varphi_1 & (S_Q^{c_3} = 8) \\ c_4 = \overline{a_3}\,a_5 \vee a_2\,\overline{a_4} \vee \overline{a_2}\,a_4 & (S_Q^{c_4} = 8) \\ c_5 = \overline{a_5} & (S_Q^{c_5} = 1) \end{cases}$$

$$(S_Q = 37)$$

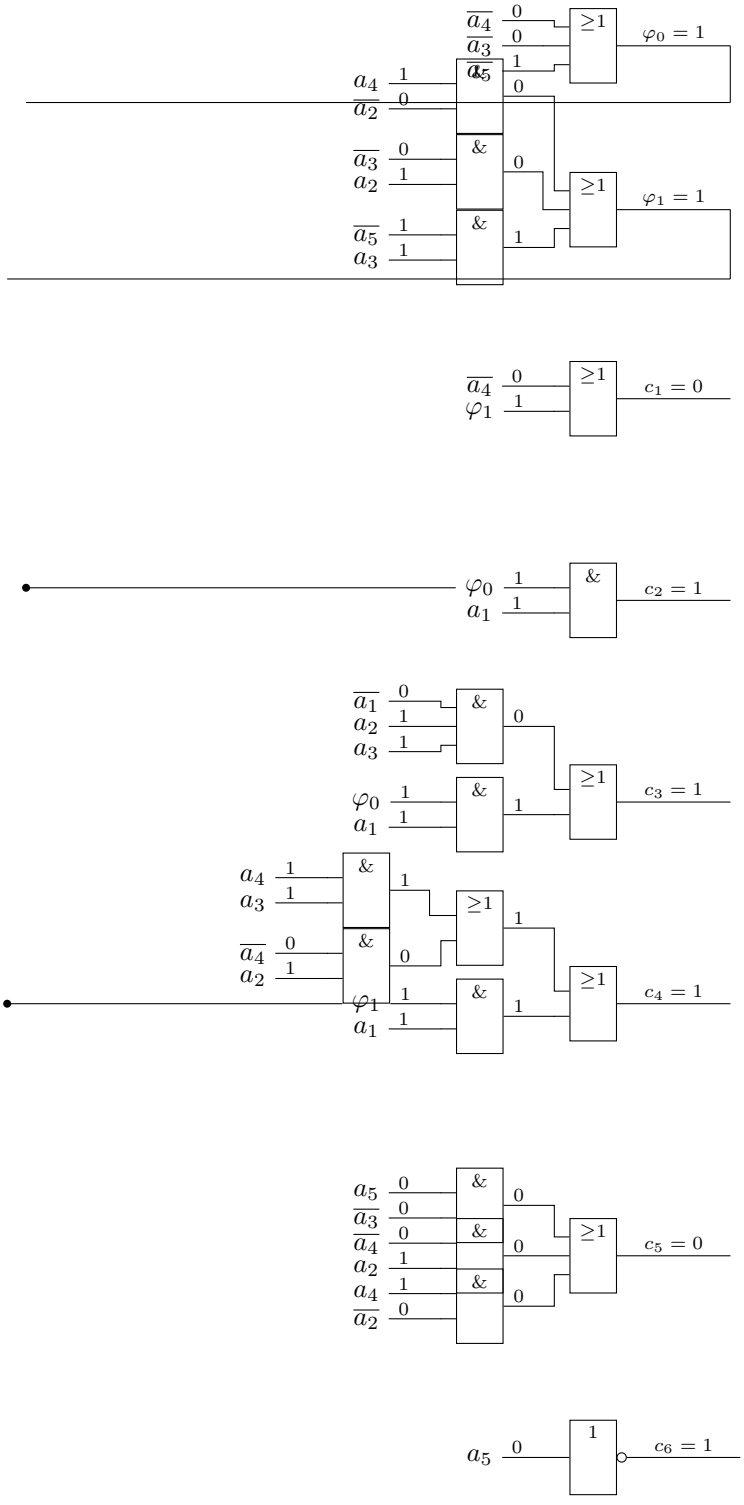
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1,\ a_2 = 1,\ a_3 = 1,\ a_4 = 1,\ a_5 = 0$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 0,\ c_2 = 0,\ c_3 = 0,\ c_4 = 0,\ c_5 = 1$$



Цена схемы: $S_Q = 37$. Задержка схемы: $T = 4\tau$.