

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа

Часть 1

Вариант 22

Выполнил
Зуйкова Елизавета Влади-
мировна
Р3114

Преподаватель
Поляков Владимир Ивано-
вич

Санкт-Петербург, 2025 г.

Функция $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ принимает значение 1 при $-4 \leq x_2x_3 - x_1x_4x_5 \leq 0$ и неопределенное значение при $x_2x_3 - x_1x_4x_5 = -3$.

Таблица истинности

№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_2x_3	$x_1x_4x_5$	x_2x_3	$x_1x_4x_5$	f
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
2	0	0	0	1	0	0	2	0	2	1
3	0	0	0	1	1	0	3	0	3	d
4	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
5	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
6	0	0	1	1	0	1	2	1	2	1
7	0	0	1	1	1	1	3	1	3	1
8	0	1	0	0	0	2	0	2	0	0
9	0	1	0	0	1	2	1	2	1	0
10	0	1	0	1	0	2	2	2	2	1
11	0	1	0	1	1	2	3	2	3	1
12	0	1	1	0	0	3	0	3	0	0
13	0	1	1	0	1	3	1	3	1	0
14	0	1	1	1	0	3	2	3	2	0
15	0	1	1	1	1	3	3	3	3	1
16	1	0	0	0	0	0	4	0	4	1
17	1	0	0	0	1	0	5	0	5	0
18	1	0	0	1	0	0	6	0	6	0
19	1	0	0	1	1	0	7	0	7	0
20	1	0	1	0	0	1	4	1	4	d
21	1	0	1	0	1	1	5	1	5	1
22	1	0	1	1	0	1	6	1	6	0
23	1	0	1	1	1	1	7	1	7	0
24	1	1	0	0	0	2	4	2	4	1
25	1	1	0	0	1	2	5	2	5	d
26	1	1	0	1	0	2	6	2	6	1
27	1	1	0	1	1	2	7	2	7	0
28	1	1	1	0	0	3	4	3	4	1
29	1	1	1	0	1	3	5	3	5	1
30	1	1	1	1	0	3	6	3	6	d
31	1	1	1	1	1	3	7	3	7	1

Аналитический вид

Каноническая ДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 x_5$$

Каноническая КНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})$$

Минимизация булевой функции методом Квайна–Мак-Класки

Кубы различной размерности и простые импликанты

$K^0(f)$			$K^1(f)$			$K^2(f)$		$Z(f)$
m_0	00000	✓	m_0-m_1	0000X	✓	$m_0-m_1-m_2-m_3$	000XX	X0000
m_1	00001	✓	m_0-m_2	000X0	✓	$m_2-m_3-m_6-m_7$	00X1X	X0101
m_2	00010	✓	m_0-m_{16}	X0000		$m_1-m_3-m_5-m_7$	00XX1	X1010
m_{16}	10000	✓	m_2-m_3	0001X	✓	$m_2-m_3-m_{10}-m_{11}$	0X01X	X1111
m_5	00101	✓	m_1-m_3	000X1	✓	$m_{16}-m_{20}-m_{24}-m_{28}$	1XX00	000XX
m_6	00110	✓	m_1-m_5	00X01	✓	$m_3-m_7-m_{11}-m_{15}$	0XX11	00X1X
m_{10}	01010	✓	m_2-m_6	00X10	✓	$m_{24}-m_{25}-m_{28}-m_{29}$	11X0X	00XX1
m_{24}	11000	✓	m_2-m_{10}	0X010	✓	$m_{24}-m_{26}-m_{28}-m_{30}$	11XX0	0X01X
m_3	00011	✓	$m_{16}-m_{20}$	10X00	✓	$m_{20}-m_{21}-m_{28}-m_{29}$	1X10X	1XX00
m_{20}	10100	✓	$m_{16}-m_{24}$	1X000	✓	$m_{28}-m_{29}-m_{30}-m_{31}$	111XX	0XX11
m_7	00111	✓	m_6-m_7	0011X	✓			11X0X
m_{11}	01011	✓	m_5-m_7	001X1	✓			11XX0
m_{21}	10101	✓	m_3-m_7	00X11	✓			1X10X
m_{26}	11010	✓	$m_{10}-m_{11}$	0101X	✓			111XX
m_{28}	11100	✓	m_3-m_{11}	0X011	✓			
m_{25}	11001	✓	$m_{20}-m_{21}$	1010X	✓			
m_{15}	01111	✓	$m_{24}-m_{25}$	1100X	✓			
m_{29}	11101	✓	$m_{24}-m_{26}$	110X0	✓			
m_{30}	11110	✓	$m_{24}-m_{28}$	11X00	✓			
m_{31}	11111	✓	$m_{20}-m_{28}$	1X100	✓			
			m_5-m_{21}	X0101				
			$m_{10}-m_{26}$	X1010				
			$m_{11}-m_{15}$	01X11	✓			
			m_7-m_{15}	0X111	✓			
			$m_{28}-m_{29}$	1110X	✓			
			$m_{28}-m_{30}$	111X0	✓			
			$m_{25}-m_{29}$	11X01	✓			
			$m_{26}-m_{30}$	11X10	✓			
			$m_{21}-m_{29}$	1X101	✓			
			$m_{30}-m_{31}$	1111X	✓			
			$m_{29}-m_{31}$	111X1	✓			
			$m_{15}-m_{31}$	X1111				

Таблица импликант

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам (это те, которые покрывают вершины, не покрытые другими импликантами), а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Затем вычеркнем импликанты, не покрывающие ни одной вершины.

Простые импликанты		0-кубы															
		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
		0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
		0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1
		0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
		0	1	2	5	6	7	10	11	15	16	21	24	26	28	29	31
A	X0000	X									X						
B	X0101				X							X					
C	X1010							X						X			
D	X1111									X							X
E	000XX	X	X	X													
	00X1X			X		X	X										
F	00XX1		X		X		X										
G	0X01X			X				X	X								
H	1XX00									X			X		X		
I	0XX11						X		X	X							
J	11X0X												X		X	X	
K	11XX0												X	X	X		
L	1X10X											X			X	X	
M	111XX														X	X	X

Ядро покрытия:

$$T = \{00X1X\}$$

Получим следующую упрощенную импликантную таблицу:

Простые импликанты		0-кубы															
		0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
		0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
		0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1
		0	1	5	10	11	15	16	21	24	26	28	29	31			
A	X0000	X						X									
B	X0101			X					X								
C	X1010				X						X						
D	X1111						X								X		
E	000XX	X	X														
F	00XX1		X	X													
G	0X01X				X	X											
H	1XX00							X		X		X					
I	0XX11					X	X										
J	11X0X									X		X	X				
K	11XX0									X	X	X					
L	1X10X								X			X	X				
M	111XX											X	X	X			

Метод Петрика:

Запишем булево выражение, определяющее условие покрытия всех вершин:

$$Y = (A \vee E) (E \vee F) (B \vee F) (C \vee G) (G \vee I) (D \vee I) (A \vee H) (B \vee L) (H \vee J \vee K) (C \vee K) \\ (H \vee J \vee K \vee L \vee M) (J \vee L \vee M) (D \vee M)$$

Приведем выражение в ДНФ:

$$Y = ABCDFIJ \vee ABCFHIM \vee ABCFIJM \vee ABCFIKM \vee ABDFGKM \vee ABFGIKM \vee ACDFHIL \vee ACDFIJL \vee ACDFIKL \vee ACFHILM \vee ACFIJLM \vee ACFIKLM \vee ADFGKLV \vee AFGIKLM \vee BCDEHIJ \vee BCDEHIL \vee BCEHIM \vee BDEGHKL \vee BDEGHKM \vee BEGHIKM \vee CDEFHIL \vee CEFHILM \vee DEFGHKL \vee EFGHIKLM$$

Возможны следующие покрытия:

$$C_1 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ B \\ C \\ D \\ F \\ I \\ J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X0101 \\ X1010 \\ X1111 \\ 00XX1 \\ 0XX11 \\ 11X0X \end{pmatrix} \quad C_2 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ B \\ C \\ F \\ H \\ I \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X0101 \\ X1010 \\ 00XX1 \\ 1XX00 \\ 0XX11 \\ 111XX \end{pmatrix} \quad C_3 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ B \\ C \\ F \\ I \\ J \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X0101 \\ X1010 \\ 00XX1 \\ 0XX11 \\ 11X0X \\ 111XX \end{pmatrix}$$

$$S_1^a = 28 \\ S_1^b = 36$$

$$S_2^a = 27 \\ S_2^b = 35$$

$$S_3^a = 27 \\ S_3^b = 35$$

$$C_4 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ B \\ C \\ F \\ I \\ K \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X0101 \\ X1010 \\ 00XX1 \\ 0XX11 \\ 11XX0 \\ 111XX \end{pmatrix} \quad C_5 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ B \\ D \\ F \\ G \\ K \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X0101 \\ X1111 \\ 00XX1 \\ 0X01X \\ 11XX0 \\ 111XX \end{pmatrix} \quad C_6 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ B \\ F \\ G \\ I \\ K \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X0101 \\ 00XX1 \\ 0X01X \\ 0XX11 \\ 11XX0 \\ 111XX \end{pmatrix}$$

$$S_4^a = 27 \\ S_4^b = 35$$

$$S_5^a = 27 \\ S_5^b = 35$$

$$S_6^a = 26 \\ S_6^b = 34$$

$$C_7 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ D \\ F \\ H \\ I \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X1010 \\ X1111 \\ 00XX1 \\ 1XX00 \\ 0XX11 \\ 1X10X \end{pmatrix} \quad C_8 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ D \\ F \\ I \\ J \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X1010 \\ X1111 \\ 00XX1 \\ 0XX11 \\ 11X0X \\ 1X10X \end{pmatrix} \quad C_9 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ D \\ F \\ I \\ K \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X1010 \\ X1111 \\ 00XX1 \\ 0XX11 \\ 11XX0 \\ 1X10X \end{pmatrix}$$

$$S_7^a = 27 \\ S_7^b = 35$$

$$S_8^a = 27 \\ S_8^b = 35$$

$$S_9^a = 27 \\ S_9^b = 35$$

$$C_{10} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ H \\ I \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X1010 \\ 00XX1 \\ 1XX00 \\ 0XX11 \\ 1X10X \\ 111XX \end{pmatrix} \quad C_{11} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ I \\ J \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X1010 \\ 00XX1 \\ 0XX11 \\ 11X0X \\ 1X10X \\ 111XX \end{pmatrix} \quad C_{12} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ I \\ K \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X1010 \\ 00XX1 \\ 0XX11 \\ 11XX0 \\ 1X10X \\ 111XX \end{pmatrix}$$

$$S_{10}^a = 26 \\ S_{10}^b = 34$$

$$S_{11}^a = 26 \\ S_{11}^b = 34$$

$$S_{12}^a = 26 \\ S_{12}^b = 34$$

$$C_{13} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ D \\ F \\ G \\ K \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ X1111 \\ 00XX1 \\ 0X01X \\ 11XX0 \\ 1X10X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{13}^a &= 23 \\ S_{13}^b &= 30 \end{aligned}$$

$$C_{14} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ F \\ G \\ I \\ K \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0000 \\ 00XX1 \\ 0X01X \\ 0XX11 \\ 11XX0 \\ 1X10X \\ 111XX \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{14}^a &= 25 \\ S_{14}^b &= 33 \end{aligned}$$

$$C_{15} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ D \\ E \\ H \\ I \\ J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0101 \\ X1010 \\ X1111 \\ 000XX \\ 1XX00 \\ 0XX11 \\ 11X0X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{15}^a &= 27 \\ S_{15}^b &= 35 \end{aligned}$$

$$C_{16} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ D \\ E \\ H \\ I \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0101 \\ X1010 \\ X1111 \\ 000XX \\ 1XX00 \\ 0XX11 \\ 1X10X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{16}^a &= 27 \\ S_{16}^b &= 35 \end{aligned}$$

$$C_{17} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ H \\ I \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0101 \\ X1010 \\ 000XX \\ 1XX00 \\ 0XX11 \\ 111XX \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{17}^a &= 23 \\ S_{17}^b &= 30 \end{aligned}$$

$$C_{18} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ G \\ H \\ K \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0101 \\ X1111 \\ 000XX \\ 0X01X \\ 1XX00 \\ 11XX0 \\ 1X10X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{18}^a &= 26 \\ S_{18}^b &= 34 \end{aligned}$$

$$C_{19} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ G \\ H \\ K \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0101 \\ X1111 \\ 000XX \\ 0X01X \\ 1XX00 \\ 11XX0 \\ 111XX \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{19}^a &= 26 \\ S_{19}^b &= 34 \end{aligned}$$

$$C_{20} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ E \\ G \\ H \\ I \\ K \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X0101 \\ 000XX \\ 0X01X \\ 1XX00 \\ 0XX11 \\ 11XX0 \\ 111XX \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{20}^a &= 25 \\ S_{20}^b &= 33 \end{aligned}$$

$$C_{21} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ D \\ E \\ F \\ H \\ I \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X1010 \\ X1111 \\ 000XX \\ 00XX1 \\ 1XX00 \\ 0XX11 \\ 1X10X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{21}^a &= 26 \\ S_{21}^b &= 34 \end{aligned}$$

$$C_{22} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ E \\ F \\ H \\ I \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X1010 \\ 000XX \\ 00XX1 \\ 1XX00 \\ 0XX11 \\ 1X10X \\ 111XX \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{22}^a &= 25 \\ S_{22}^b &= 33 \end{aligned}$$

$$C_{23} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ K \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ X1111 \\ 000XX \\ 00XX1 \\ 0X01X \\ 1XX00 \\ 11XX0 \\ 1X10X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{23}^a &= 25 \\ S_{23}^b &= 33 \end{aligned}$$

$$C_{24} = \begin{pmatrix} T \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \\ K \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 00X1X \\ 000XX \\ 00XX1 \\ 0X01X \\ 1XX00 \\ 0XX11 \\ 11XX0 \\ 1X10X \\ 111XX \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{24}^a &= 27 \\ S_{24}^b &= 36 \end{aligned}$$

Рассмотрим следующее минимальное покрытие:

$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 00X1X \\ X0000 \\ X1111 \\ 00XX1 \\ 0X01X \\ 11XX0 \\ 1X10X \end{array} \right\}$$

$$S^a = 23$$

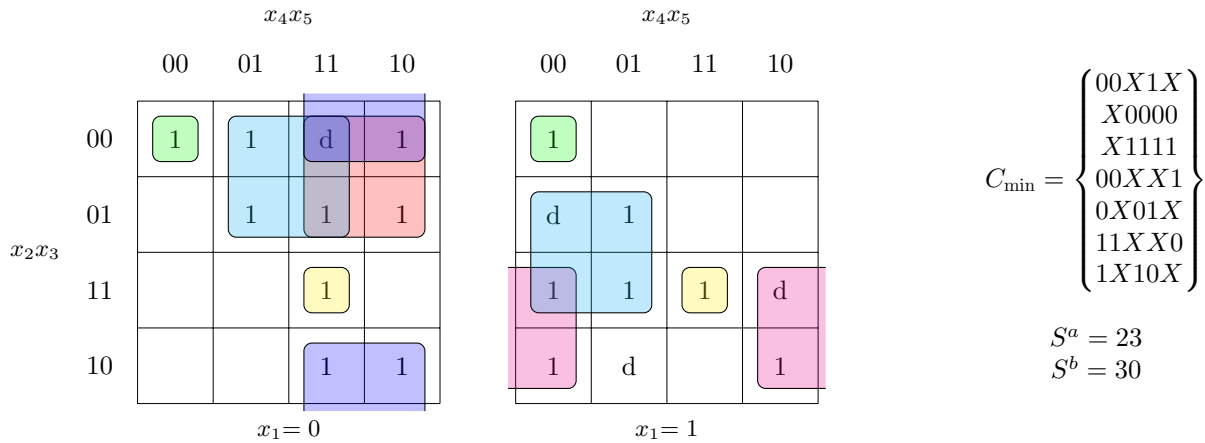
$$S^b = 30$$

Этому покрытию соответствует следующая МДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_2 x_3 x_4 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_5} \vee x_1 x_3 \overline{x_4}$$

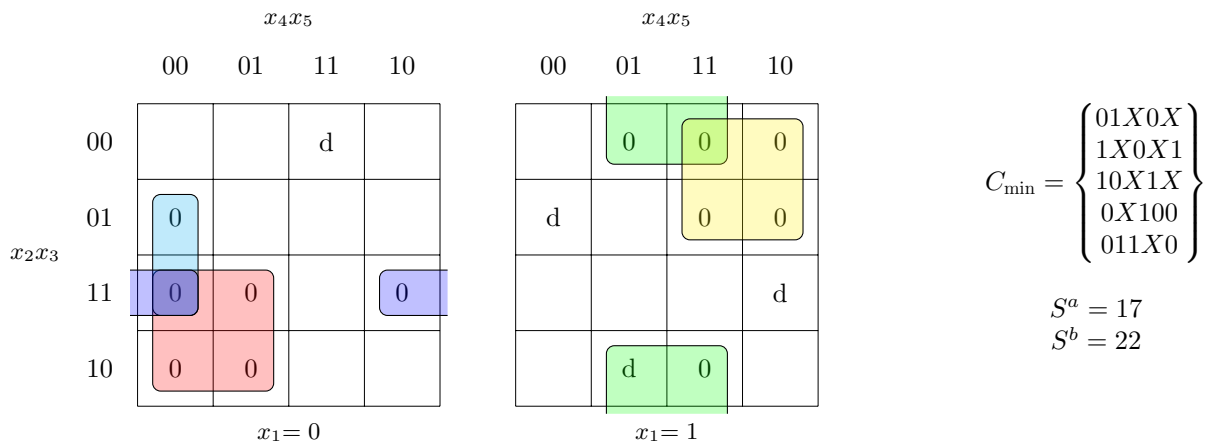
Минимизация булевой функции на картах Карно

Определение МДНФ



$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_5} \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_2 x_3 x_4 x_5$$

Определение МКНФ



$$f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_5)$$

Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторизация и декомпозиция МДНФ

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_5} \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_2 x_3 x_4 x_5 \quad S_Q = 30 \quad \tau = 2$$

$$f = \overline{x_1} x_4 (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_5 \vee x_1 x_2 \overline{x_5} \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_2 x_3 x_4 x_5 \quad S_Q = 28 \quad \tau = 3$$

$$\varphi = x_2 x_3$$

$$\overline{\varphi} = \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$$

$$f = \overline{x_1} x_4 \overline{\varphi} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_5 \vee x_1 x_2 \overline{x_5} \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \varphi x_4 x_5 \quad S_Q = 28 \quad \tau = 4$$

Декомпозиция нецелесообразна

$$f = \overline{x_1} x_4 (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_5 \vee x_1 x_2 \overline{x_5} \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_2 x_3 x_4 x_5 \quad S_Q = 28 \quad \tau = 3$$

Факторизация и декомпозиция МКНФ

$$f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_5) \quad S_Q = 22 \quad \tau = 2$$

$$f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee \overline{x_2} x_4) \quad S_Q = 19 \quad \tau = 3$$

$$\varphi = \overline{x_2} x_4$$

$$\overline{\varphi} = x_2 \vee \overline{x_4}$$

$$f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (\overline{\varphi} \vee \overline{x_1}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee \varphi) \quad S_Q = 19 \quad \tau = 4$$

Декомпозиция нецелесообразна

$$f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee \overline{x_2} x_4) \quad S_Q = 19 \quad \tau = 3$$

Синтез комбинационных схем

Будем анализировать схемы на следующих наборах аргументов:

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 1$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 1]) = 1$$

Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = \overline{x_1} x_4 (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_5 \vee x_1 x_2 \overline{x_5} \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_2 x_3 x_4 x_5 \quad (S_Q = 28, \tau = 3)$$

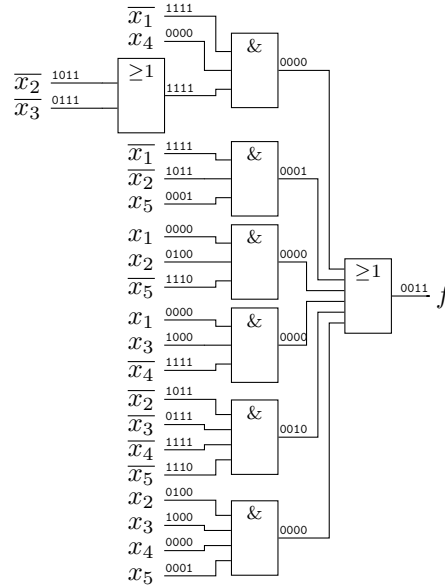
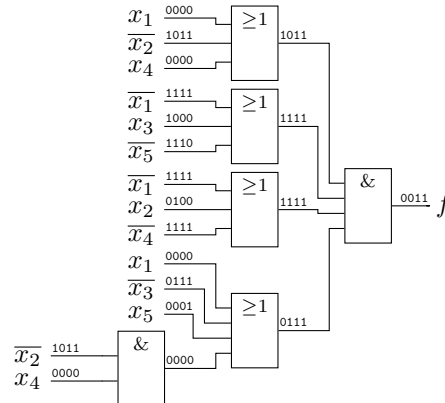


Схема по упрощенной МКНФ:

$$f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee \overline{x_2} x_4) \quad (S_Q = 19, \tau = 3)$$



Сокращенный булев базис (И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_1 x_4 \overline{\varphi} \overline{x_1 x_2 x_5 x_1 x_2 x_5 x_1 x_3 x_4 x_2 x_3 x_4 x_5 \varphi x_4 x_5}}} \quad (S_Q = 35, \tau = 6)$$

$$\varphi = x_2 x_3$$

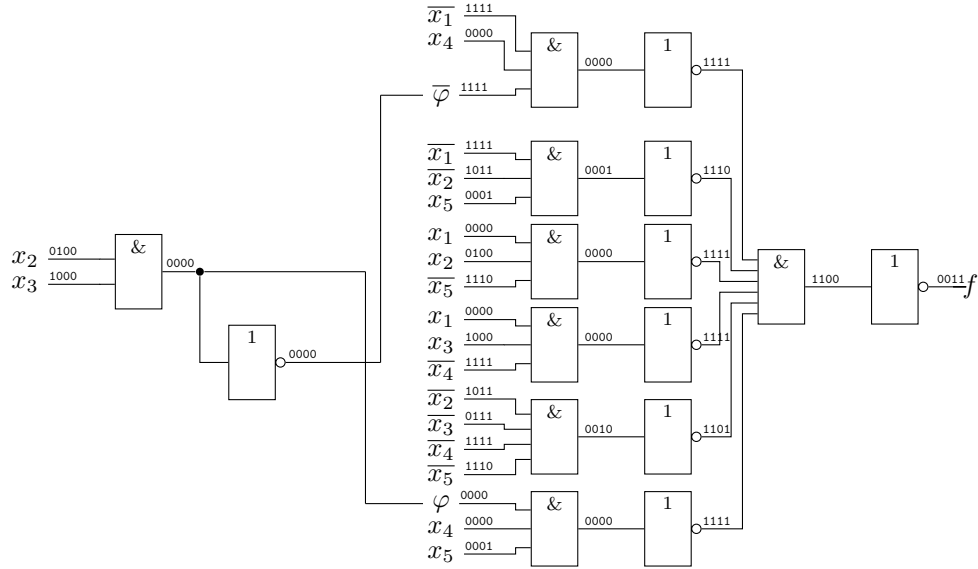
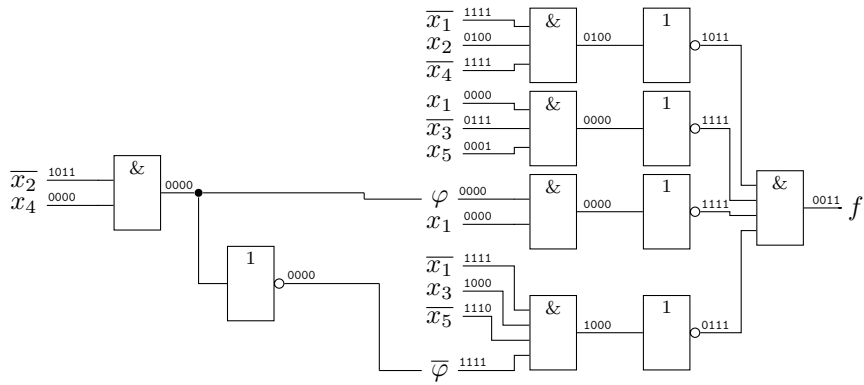


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_1 x_2 x_4 x_1 x_3 x_5 \varphi x_1 x_1 x_3 x_5 \varphi}} \quad (S_Q = 23, \tau = 5)$$

$$\varphi = \overline{x_2} x_4$$



Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = x_1 x_2 \overline{x_5} x_3 \overline{x_4} x_4 \overline{x_1} \overline{x_3} x_2 \overline{x_3} x_5 \overline{x_2} \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_5} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \quad (S_Q = 40, \tau = 8)$$

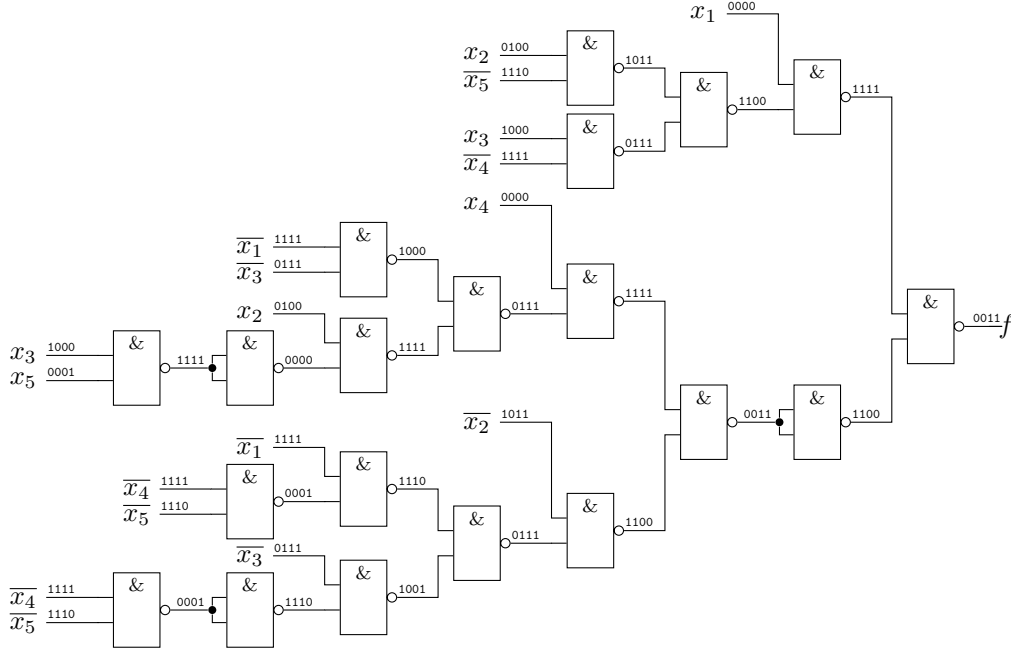


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_1} x_2 \overline{x_4} x_3 \overline{x_5} \overline{x_2} x_4 x_1 \overline{x_3} x_5 \overline{x_2} x_4 \quad (S_Q = 26, \tau = 8)$$

