Exercise 1

Задание 1 Найти h: $h^2 \le k < (h+1)^2$, где $k = 36207$

$$h = \left(36207 + \frac{36207}{36207}\right)/2 = \frac{36207+1}{2} = 18104$$

$$h = \left(18104 + \frac{36207}{18104}\right)/2 = \frac{18104+1}{2} = 9052$$

$$h = \left(9052 + \frac{36207}{9052}\right)/2 = \frac{9052+3}{2} = 4527$$

$$h = \left(4527 + \frac{36207}{4527}\right)/2 = \frac{4527+7}{2} = 2267$$

$$h = \left(2267 + \frac{36207}{2267}\right)/2 = \frac{2267+15}{2} = 1141$$

$$h = \left(1141 + \frac{36207}{1141}\right)/2 = \frac{1141+31}{2} = 586$$

$$h = \left(586 + \frac{36207}{586}\right)/2 = \frac{586+61}{2} = 323$$

$$h = \left(323 + \frac{36207}{323}\right)/2 = \frac{323+112}{2} = 217$$

$$h = \left(217 + \frac{36207}{217}\right)/2 = \frac{217+166}{2} = 191$$

$$h = \left(191 + \frac{36207}{191}\right)/2 = \frac{191+189}{2} = 190$$

$$h = \left(190 + \frac{36207}{190}\right) = \frac{190+190}{2} = 190$$

Ответ $h = 190$

Задание 2 Факторизовать число $c = 2002$

$\sqrt{c} \approx 44$; найдем все простые числа не превышающие $\sqrt{c}$ и вычислим остатки от деления c на найденные числа.

$2002 = 2 \cdot 1001$
$2002 = 3 \cdot 667 + 1$
$2002 = 5 \cdot 400 + 2$
$2002 = 7 \cdot 286$
$2002 = 11 \cdot 182$
$2002 = 13 \cdot 154$
$2002 = 17 \cdot 117 + 13$

$2002 = 19 \cdot 105 + 7$
$2002 = 23 \cdot 87 + 1$
$2002 = 29 \cdot 69 + 1$
$2002 = 31 \cdot 64 + 18$
$2002 = 37 \cdot 54 + 4$
$2002 = 41 \cdot 48 + 34$
$2002 = 43 \cdot 46 + 24$

Т.о, данное число c нацело делится на числа $2, 7, 11, 13 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2002 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$

Ответ $2002 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$

Задание 3 Решить диофантово уравнение $ax+by=c$

$57x+65y=2002$

1) НОД$(57,65)=d=1$ т.к. $65=57\cdot 1+8$

$57=8\cdot 7+1$

$8=1\cdot 8$

2) $57x_0+65y_0=1$

$x_0=-8$

$y_0=7$

3) $57x_1+65y_1=2002$

$x_1=x_0\cdot\frac{c}{d}=(-8)\cdot 2002=-16016$

$y_1=y_0\cdot\frac{c}{d}=7\cdot 2002=14014$

4) Общий вид решения $\begin{cases} x=x_1+\frac{b}{d}k=-16016+65k \\ y=y_1-\frac{a}{d}k=14014-57k \end{cases}$ $k\in\mathbb{Z}$

Ответ $\begin{cases} x=-16016+65k \\ y=14014-57k \end{cases}$, $k\in\mathbb{Z}$

Задание 4 Решить уравнение $3x+344=1133$ (в 5 СС)

1 способ

$3x+344_5=1133_5$

$3x=1133_5-344_5$

$3x=234_5$

$x=43_5$

$$\begin{array}{r} 1133_5 \\ -\;344_5 \\ \hline 234_5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 234 & 3 \\ \cline{2-2} -22 & 43_5 \\ \hline 14 & \\ -14 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ответ. $x=43_5$

2 способ

$3x+344_5=1133_5$

$3_5=3$

$344_5=3\cdot 25+4\cdot 5+4=99$

$1133_5=125+25+3\cdot 5+3=168$

$3x+99=168$

$3x=168-99$

$3x=69$

$x=23=43_5$

$$\begin{array}{r|l} 23 & 5 \\ \cline{2-2} -20 & 4 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Ответ: $x=43_5$