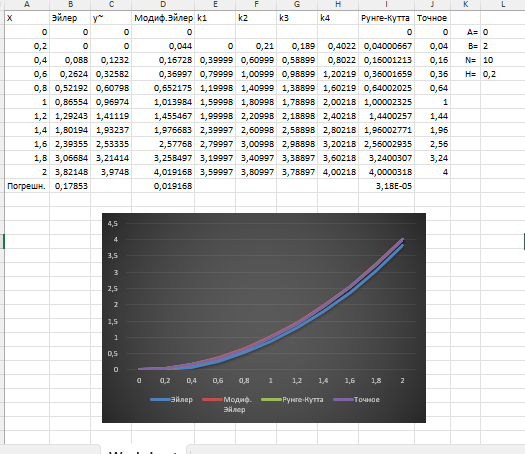
**Лабораторная работа №3-4.**

**Цель работы:** определить оптимальное решение однокритериальных и многокритериальных задач в простейших случаях. Научиться сводить произвольную задачу линейного программирования к основной задаче линейного программирования. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом.

**Часть 1.**

**Задача 1**

**Часть 2**

**Задача 1**

а) введем дополнительные переменные x4, x5. Причем в первое неравенство введем переменную x4 со знаком плюс, а во второе – переменную x5 со знаком минус.

x1-2x2+x3+x4=4

x1+x2-3x3-x5=9

x1+3x2+2x3=10

x1≥0, x2≥0,x3≥0,x4≥0,x5≥0

Переведём max на min, домножив целевую функцию на -1

F=-2x1-x2+x3+0\*x4+0\*x5→min

что и даёт эквивалентную задачу в канонической форме

б) Всякое равенство в системе ограничений равносильно системе взаимопротивоположных неравенств, тогда получим:

x1-2x2+x3≥4

x1+x2-3x3≤9

x1+3x2+2x3≤10

-x1-3x2-2x3≤10

x1≥0, x2≥0,x3≥0,x4≥0,x5≥0

F=-2x1-x2+x3+0\*x4+0\*x5→min

**Задача 2**

1) Составим математическую модель задачи

Пусть x1-единицы готовой продукции вида A, а x2-единицы готовой продукции вида B.

Цель фабрики получить максимальную прибыль от реализации всей продукции видов A и B, тогда:

Целевая функция: F=16\*x1+19\*x2 –> max.

Система ограничений:

19x1+31x2≤1121

16x1+9x2≤706

19x1+x2≤1066

Условие неотрицательности:

x1 >= 0, x2 >= 0

2) Задачу приводим к каноническому виду

19x1+31x2+x3=1121

16x1+9x2-x4=706

19x1+x2+x5=1066

x1≥0, x2≥0,x3≥0,x4≥0,x5≥0

Переведём max на min, домножив целевую функцию на -1

F=-16\*x1-19\*x2+0\*x3+0\*x4+0\*x5 –> min

3) Базисные переменные выражаем через свободные

x3=1121-19x1-31x2

x4=706-16x1-9x2

x5=1066-19x1-x2

4) Записываем начальный план

X0=(0;0; 1121; 706; 1066)

5) Строим первую симплекс-таблицу

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Свободные переменные/Базистые переменные | -x1 | -x2 | Свободные члены | Симплексные отношения |
| x3 | 19 | 31 | 1121 | 1121/19=59 |
| x4 | 16 | 9 | 706 | 706/16=44,125 |
| x5 | 19 | 1 | 1066 | 1066/16=66,625 |
| F-строка | -16 | -19 | 0 |  |

6) Начальный план не оптимален, так как в строке есть отрицательные элементы

7) Улучшение плана. Строим вторую симплекс-таблицу, элементы которой пересчитываем по соответствующим формулам

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Свободные переменные/Базистые переменные | -x1 | -x3 | Свободные члены | Симплексные отношения |
| x2 | 19/31 | 1/31 | 59 | 59 |
| x4 | 325/31 | -9/31 | 44,125 | 11797/325 |
| x5 | 570/31 | -1/31 | 66,625 | 6385/114 |
| F-строка | -135/31 | 19/31 | 0 |  |

8) План не оптимален, так как в строке есть отрицательные элементы

9) Улучшение плана. Строим третью симплекс-таблицу, элементы которой пересчитываем по соответствующим формулам

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Свободные переменные/Базистые переменные | -x3 | -x4 | Свободные члены | Симплексные отношения |
| x2 | 16/325 | -19/325 | 4522/325 | 59 |
| x1 | -9/325 | 31/325 | 11797/325 | 11797/325 |
| x5 | 31/65 | -114/65 | 23557/65 | 6385/114 |
| F-строка | 32/65 | 27/65 | 0 |  |

10) План оптимален

Ответ: x1≈36, x2≈14

**Контрольные вопросы:**

**1. Какие задачи относятся к задачам линейного программирования?**

Задачи линейного программирования (ЛП) включают:

• Оптимизацию производственных процессов (например, максимизация прибыли или минимизация затрат).

• Распределение ресурсов (например, задачи о назначениях, транспортные задачи).

• Планирование (например, задачи о расписании).

• Проблемы смешанного целочисленного программирования, где часть переменных должна быть целыми.

• Задачи о минимизации времени или расстояния в логистике.

• Экономические модели, где необходимо оптимизировать затраты и доходы

**2. Как определяется область допустимых решений (многоугольник решений)?**

Область допустимых решений в задачах ЛП определяется пересечением всех ограничений (неравенств), накладываемых на переменные.

Эта область:

• Формируется графически на плоскости для двух переменных, где каждое ограничение представляется линией. • Область допустимых решений — это многоугольник (в случае двух переменных) или многогранник (в случае большего числа переменных), который ограничен этими линиями и включает все точки, удовлетворяющие всем ограничениям.

**3. Как строится начальный вектор и что он показывает?**

Начальный вектор в контексте симплексного метода — это вектор значений переменных, который соответствует начальному опорному плану. Он показывает:

• Начальные значения переменных (обычно это базисные переменные).

• В случае стандартной задачи ЛП, начальный вектор может содержать нули для не базисных переменных и значения для базисных переменных, которые удовлетворяют ограничениям.

**4. Какие задачи линейного программирования можно решать геометрическим методом?**

Геометрический метод подходит для задач ЛП с двумя переменными. В таких задачах можно:

• Построить графики ограничений.

• Найти область допустимых решений.

• Определить вершины многоугольника решений и проверить их на оптимальность.

**5. Каков признак оптимальности в симплексном методе?**

Признак оптимальности в симплексном методе заключается в том, что если все коэффициенты в строке целевой функции (для не базисных переменных) неотрицательные (для задачи максимизации), то достигнуто оптимальное решение. Если хотя бы один коэффициент отрицательный, значит, можно улучшить значение целевой функции.

**6. Как строится опорный план?**

Опорный план строится следующим образом:

1. Выбираются базисные переменные (обычно это те переменные, которые равны нулю в начальном решении).

2. Определяются значения базисных переменных из системы уравнений, полученной из ограничений.

3. Остальные переменные принимаются равными нулю.

Опорный план — это набор значений переменных, который соответствует одной из вершин области допустимых решений.

**7. Как определяется ведущий столбец и ведущая строка симплексной таблице?**

• **Ведущий столбец**:

Определяется по критерию улучшения целевой функции. Это столбец с наиболее отрицательным коэффициентом в строке целевой функции (для задач максимизации).

• **Ведущая строка**:

Определяется по правилу минимального отношения. Для каждого элемента ведущего столбца рассчитывается отношение свободного члена к соответствующему элементу столбца. Ведущая строка — это строка с минимальным положительным отношением.

**8. Как осуществляется перерасчет элементов симплексной таблицы?**

Перерасчет элементов симплексной таблицы выполняется следующим образом:

1. Находится новый базисный план, где ведущая строка и ведущий столбец определены.

2. Все элементы новой строки рассчитываются с использованием метода Гаусса или других методов, чтобы обеспечить, что новая базисная переменная равна единице, а остальные элементы в ведущем столбце равны нулю.

3. Пересчитываются значения остальных элементов таблицы, включая строки целевой функции.

**9. Оцените по рациональности метода и сложности методы решения задач ЛП.**

• **Рациональность методов**: Симплексный метод является очень эффективным для большинства практических задач ЛП и часто работает быстрее, чем ожидалось теоретически. Однако он может не всегда находить решение за полиномиальное время из-за особенностей структуры задачи.

• **Сложность**: Симплексный метод имеет временную сложность, которая зависит от структуры задачи, но в среднем работает за полиномиальное время для большинства практических случаев.

• **Метод внутренней точки** является альтернативным подходом, который также имеет полиномиальную сложность и может быть более эффективным для больших задач. В целом, выбор метода зависит от конкретной задачи, её размеров и структуры.

**1. Какие задачи называются транспортными?**

Транспортные задачи — это класс задач линейного программирования, которые связаны с оптимизацией распределения ресурсов (например, товаров или услуг) от нескольких источников (поставщиков) к нескольким пунктам назначения (потребителям) с целью минимизации транспортных затрат.

**2. В чем суть классической транспортной задачи?**

Суть классической транспортной задачи заключается в том, чтобы найти оптимальный способ доставки товаров от нескольких поставщиков к нескольким потребителям, при этом учитывая:

• Количество товаров, которые каждый поставщик может предоставить.

• Спрос каждого потребителя.

• Транспортные затраты между каждым поставщиком и потребителем.

Цель — минимизировать общие транспортные расходы, соблюдая ограничения по поставкам и спросу.

**3. Что означает термин «транспортный тариф»?**

Транспортный тариф — это стоимость перевозки единицы товара между поставщиком и потребителем. Тарифы могут варьироваться в зависимости от расстояния, типа груза, условий доставки и других факторов.

**4. Как записывается условие баланса?**

Условие баланса в транспортной задаче записывается следующим образом:

• Сумма поставок от всех поставщиков должна быть равна сумме спроса всех потребителей.

**5 В чем суть метода северо-западного угла?**

Метод северо-западного угла — это один из способов нахождения начального опорного решения для транспортной задачи. Он заключается в следующем:

1. Начинается с верхнего левого (северо-западного) угла таблицы.

2. Заполняются клетки, начиная с этой позиции, пока не будет удовлетворен либо спрос потребителя, либо предложение поставщика.

3. Затем перемещается к следующей клетке вправо или вниз, в зависимости от того, что было исчерпано.

**6. Основная идея метода наименьшей стоимости?**

Основная идея метода наименьшей стоимости заключается в том, чтобы на каждом шаге выбирать клетку с наименьшим транспортным тарифом и заполнять её максимальным возможным количеством товаров (согласно ограничениям по спросу и предложению). Это позволяет быстро находить более оптимальные решения.

**7. В чем суть метода потенциалов?**

Метод потенциалов — это метод оптимизации для решения транспортных задач, который использует концепцию потенциалов для оценки стоимости перевозки. Суть метода заключается в следующем:

1. Определяются потенциалы для строк и столбцов таблицы.

2. Вычисляются стоимости перевозки с учетом потенциалов.

3. Если стоимость перевозки не соответствует оптимальному решению, выполняется перебор контуров для поиска улучшений.

**8. Какие клетки называются потенциальными?**

Потенциальные клетки — это клетки таблицы, которые могут стать базисными в результате улучшения текущего решения. Эти клетки определяются на основе разности между фактическими тарифами и значениями потенциалов. Если разность положительна, то клетка считается потенциальной.

**9. Какие виды контуров вы знаете?**

В контексте метода потенциалов выделяют несколько видов контуров:

1. **Замкнутые контуры**: Контуры, которые возвращаются в исходную клетку и образуют замкнутую цепь.

2. **Открытые контуры**: Контуры, которые не замыкаются и могут быть использованы для нахождения новых базисных клеток.

3. **Чередующиеся контуры**: Контуры, содержащие как положительные, так и отрицательные изменения в значениях клеток.

Эти контуры используются для нахождения оптимального решения путем корректировки значений в базисных клетках.