

Задача 6

Приближенный алгоритм для поиска минимальной бисекции.

Задача вычисления минимальной ширины бисекции является NP-сложной. Поэтому на практике для решения данной задачи используют приближенные алгоритмы. Какая точность у лучшего на текущий момент приближенного алгоритма для поиска минимальной ширины бисекции, который выполняется за полиномиальное время?

Ответ: $O(\sqrt{\log N})$

Решение:

Данную оценку получили: Sanjeev Arora, Satish Rao, Umesh Vazirani.

Идея алгоритма состоит в том, чтобы расположить вершины графа в неком абстрактном пространстве, при этом не сильно растягивая ребра. И идеальное разделение графа из условия будет соответствовать разделению данного абстрактного пространства. В этом подходе скомбинированы два подхода: геометрический и исследование метрик. Вершинам сопоставляются точки на единичной сфере в R^n . Рассматриваем в качестве характеристики такого представления сумму квадратов расстояний между концами каждого из ребер. Представление хорошее, если это расстояния примерно одинаковы, то есть равны некому x .

Для разделителя может быть записано:

$$4c(1 - c) = p.$$

Из этого представления можно получить, что 2 набора должны быть расположены на расстоянии не менее $O(1/\sqrt{\log N})$