

# "선형대수" 실습 안내서

★ 번호: 09

★ 제목: 4장 벡터공간 (두번째)

## 1. 목적

- 영공간, 벡터공간의 기저 등을 알아보고, Python을 이용하여 공간의 관계를 알아본다.

## 2. 기본 지식 및 자료

- 교재 4장의 4.2, 4.3의 내용을 숙지한다.
- Python 으로 영공간 구하기

행렬  $A$ 의 영공간은 동차 연립방정식  $Ax=0$ 의 해 집합으로 자유변수와 벡터의 일차결합으로 표시될 수 있다. 이때 벡터들은 영공간의 기저가 되며, Python 에서 `Matrix(A).nullspace()` 함수는 이 기저들을 구해준다.

- 공간의 차원: 벡터 집합으로 span한 공간의 차원은 집합 내의 벡터들을 column으로 stacking하여 만든 행렬의 선도 변수의 개수와 같다. 그러므로 `rref` 함수를 사용해서 구할 수 있다. 또한 `sympy` 에서 `rank`라는 함수를 제공하고 있으므로 이 함수로 구해도 된다.

## 3. 준비 사항

- Python과 한글이 설치된 PC
- 교재 지참 (과제를 풀기위하여 필수)
- 손으로 계산을 위한 연습장

## 4. 과제

### 가. 실습조교 검사 항목

#### 과제 1

다음 세 개의 벡터가 일차 독립인지 확인하고, 일차 종속이면 한 벡터를 다른 두 벡터의 선형결합으로 표현하여라. 또한 `quiver`를 이용하여 그림을 그려서 같은 평면상에 있는 지 확인 하여라.

(a)  $a=[7 \ 8 \ 9]$ ,  $b=[1 \ 2 \ 3]$ ,  $c=[4 \ 5 \ 6]$

(b)  $u=[1 \ 0 \ 2]$ ,  $v=[1 \ 2 \ 1]$ ,  $w=[-1 \ 1 \ 3]$

#### 과제 2

(1) 다음 벡터  $x$ 가  $A$ 의 영공간  $N(A)$ 의 원소 인지 Python 로 확인 하시오

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 & -3 \\ 6 & -2 & 0 \\ -8 & 4 & 1 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

(2) 다음 행렬의 영공간을 강의 ppt 의 22page에서와 같이 구하시오. 자유변수는  $s, t, u, v, w$  순으로 쓰시오

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

(3) (2) 문제를 “2. 기본 지식과 자료”를 참조하여 Python으로 구하고 위의 풀이와 비교하라!

(4) 다음 벡터들로 생성된 공간의 차원 rref를 이용하여 구하고, Matrix(A).rank()함수를 이용하여 구한 것과 같은지 확인하여라.

$$(2, 7, 6), (0, 6, 8), (2, -5, -10), (3, 0, -5)$$

$$(1, 2, 5, 10), (3, 1, 2, 5), (-2, 1, 3, 5), (4, 3, 7, 15), (5, 1, 3, 7)$$

(5) 다음 중  $\text{span}\{(1, 0, 2, 3), (-1, 2, 5, 3), (-1, 1, 0, 2)\}$ 에 속하는 것은 ?

$$(-5, 6, 11, 3), (5, 2, 4, -7)$$

(6) 다음 벡터들로 생성되는 공간의 기저를 구하시오

$$(1, 0, -3, -2), (0, 1, 2, -3), (-3, -4, 1, 6), (1, -3, -8, 7), (2, 1, -6, 9)$$

#### 나. 실습보고서 중점 기재 사항

- 한글 file에 과제들의 그림과 정답, 관찰 내용 등을 정리하여 제출할 것