# CHAPTER 07 컨볼루션(Convolution)\_1

### contents

- 7.1 컨볼루션(convolution)
- 7.2 에지 검출
- 7.3 기타 필터링
- 7.4 모폴로지(morphology)

# 7.1 컨볼루션(convolution)

- 7.1.1 공간 영역의 개념과 컨볼루션
- 7.1.2 블러링
- 7.1.3 샤프닝

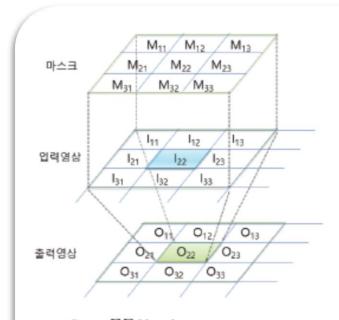
#### 7.1.1 공간 영역의 개념과 컨볼루션

- 화소 기반 처리
  - 화소값 각각에 대해 여러 가지 연산 수행
- 역 기반 처리
  - 마스크(mask)라 불리는 규정된 영역을 기반으로 연산 수행
    - 커널(kernel), 윈도우(window), 필터(filter)

The general expression of a convolution is

$$g(x,y) = \omega * f(x,y) = \sum_{dx=-a}^a \sum_{dy=-b}^b \omega(dx,dy) f(x+dx,y+dy),$$

where g(x,y) is the filtered image, f(x,y) is the original image,  $\omega$  is the filter kernel. Every element of the filter kernel is considered by  $-a \le dx \le a$  and  $-b \le dy \le b$ .

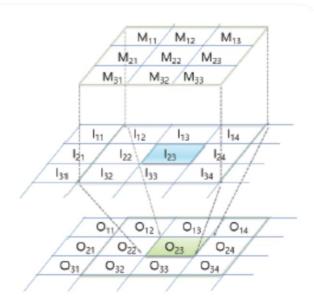


$$O_{22} = \sum \sum M_{ij} \cdot I_{ij}$$

$$= M_{11} \cdot I_{11} + M_{12} \cdot I_{12} + M_{13} \cdot I_{13}$$

$$+ M_{21} \cdot I_{21} + M_{22} \cdot I_{22} + M_{23} \cdot I_{23}$$

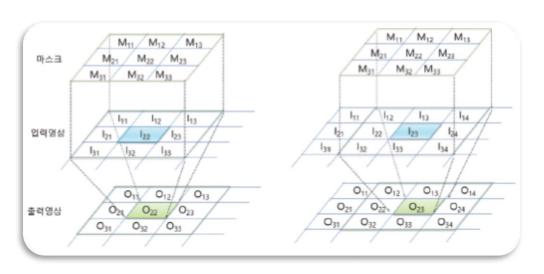
$$+ M_{31} \cdot I_{31} + M_{32} \cdot I_{32} + M_{33} \cdot I_{33}$$



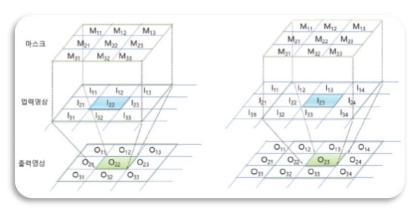
$$\begin{split} & = \sum \sum M_{ij} \cdot I_{ij} \\ & = M_{11} \cdot I_{11} + M_{12} \cdot I_{12} + M_{13} \cdot I_{13} \\ & + M_{21} \cdot I_{21} + M_{22} \cdot I_{22} + M_{23} \cdot I_{23} \\ & + M_{31} \cdot I_{31} + M_{32} \cdot I_{32} + M_{33} \cdot I_{33} \end{split} \qquad \begin{split} & O_{23} = \sum \sum M_{ij} \cdot I_{ij} \\ & = M_{11} \cdot I_{12} + M_{12} \cdot I_{13} + M_{13} \cdot I_{14} \\ & + M_{21} \cdot I_{22} + M_{22} \cdot I_{23} + M_{23} \cdot I_{24} \\ & + M_{31} \cdot I_{32} + M_{32} \cdot I_{33} + M_{33} \cdot I_{34} \end{split}$$

〈그림 7.1.1〉 회선의 과정에 대한 이해

```
for each image row in input image:
   for each pixel in image row:
       set accumulator to zero
       for each kernel row in kernel:
           for each element in kernel row:
                if element position corresponding* to pixel position them
                   multiply element value corresponding* to pixel value
                   add result to accumulator
               endif
        set output image pixel to accumulator
```



Operation	Kernel ω	Image result g(x,y)		
Identity	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$			

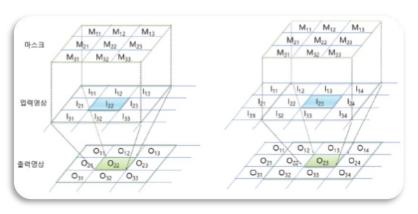




0	0	0
0	1	0
0	0	0

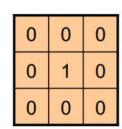
?

Original



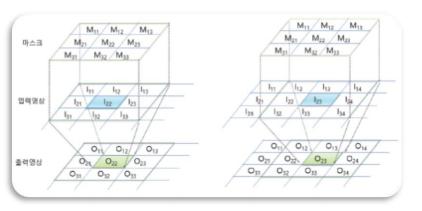


Original





Filtered (no change)

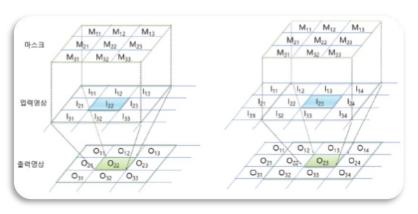






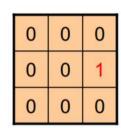
0	0	0
0	0	1
0	0	0

?





Original





Shifted left By 1 pixel

#### 선형 필터의 특성

- 선형성(Linearity)
  - imfilter(I, f1 + f2) = imfilter(I, f1) + imfilter(I, f2)
- 이동 불변성(shift invariance)
  - Imfilter(I, shift(f)) = shift(imfilter(I, f))
- 교환 법칙(commutative): a\*b=b\*a
  - 개념적으로는 필터와 이미지의 차이는 없으나, 실질적인 구현에서는 영향을 줄수 있음
- 결합 법칙(associative): a\*(b\*c) = (a\*b)\*c
  - 이미지에 여러 개의 필터를 여러 번 적용할 경우: (((a\*b)\*c)\*d)
  - 필터끼리 먼저 처리 후 이미지에 적용해도 된다: a\*(b\*c\*d)

- 블러링 현상
  - 디지털카메라로 사진 찍을 때, 초점이 맞지 않으면 → 사진 흐려짐
  - → 이러한 현상을 이용해서 영상의 디테일한 부분을 제거하는 아웃 포커싱(out focusing) 기법
    - 포토샵을 이용한 '뽀샵'
    - 사진 편집앱의 '뽀샤시' 기능
- 블러링(blurring)
  - 영상에서 화소값이 급격하게 변하는 부분들을 감소시켜 점진적으로 변하게 함으로써 영상이 전체적으로 부드러운 느낌이 나게 하는 기술

- 화소값이 급격이 변화하는 것을 점진적으로 변하게 하는 방법
  - → 블러링 마크스로 Convolution 수행
- 블러링 마스크

1	1	1
9	9	9
1	1	1
9	9	9
1	1	1
9	9	9

$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	1 25	1 25	$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	1 25	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$

〈그림 7.1.2〉 블러링 마스크의 예

공통부분의 합 = 60 + 90 + 90 + 200 + 100 + 100

			• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		
	50	60	90	50	100
	100	90	200	50	30
	100	100	100	200	100
<u>.</u> .	100	100	150	150	50
	30	90	80	70	160

0<sub>23</sub>=(50+50+200 + 공통부분의 합) / 9

75	98	90	87	58
83	99 •	104	102	88
98	116	127	114	97
87	94	116	18	122
80	92	107	110	,8

입력 영상

O<sub>22</sub>=(50+100+100 + 공통부분의 합) / 9 출력 영상

두화소 차이 줄어듬

```
예제 7.1.1
            회선이용 블러링 - 01.bluring.py
01 import numpy as np, cv2
02
   ## 회선 수행 함수 - 행렬 처리 방식(속도 면에서 유리)
   def filter(image, mask):
05
        rows, cols = image.shape[:2]
        dst = np.zeros((rows, cols), np.float32) # 회선 결과 저장 행렬
06
        ycenter, xcenter = mask.shape[0]//2, mask.shape[1]//2 마스크 중심 좌표
07
98
        for i in range(ycenter, rows - ycenter): # 입력 행렬 반복 순회
09
10
            for j in range(xcenter, cols - xcenter):
11
                 y1, y2 = i - ycenter, i + ycenter + 1 # 관심 영역 높이 범위
                 x1, x2 = j - xcenter, j + xcenter + 1 # 관심 영역 너비 범위
12
13
                 roi = image[y1:y2, x1:x2].astype('float32') # 관심 영역 형변환
                 tmp = cv2.multiply(roi, mask) # 회선 적용-원소간 곱셈
14
                 dst[i, j] = cv2.sumElems(tmp)[0] # 출력 화소 저장
15
        return dst
                                                    # 자료형 변환하여 반환
16
17
```

```
18 ## 회선 수행 함수- 화소 직접 근접
   def filter2(image, mask):
20
        rows, cols = image.shape[:2]
        dst = np.zeros((rows, cols), np.float32) # 회선 결과 저장 행렬
21
22
        ycenter, xcenter = mask.shape[0]//2, mask.shape[1]//2
                                                    # 마스크 중심 좌표
23
24
        for i in range(ycenter, rows - ycenter): # 입력 행렬 반복 순회
25
             for j in range(xcenter, cols - xcenter):
26
                 sum = 0.0
27
                 for u in range(mask.shape[0]): # 마스크 원소 순회
28
                      for v in range(mask.shape[1]):
29
                          y, x = i + u - ycenter, j + v - xcenter
                          sum += image[y, x] * mask[u, v] # 회선 수식
30
31
                 dst[i, j] = sum
32
        return dst
```

cv2.waitKey(0)

```
image = cv2.imread("images/filter_blur.jpg", cv2.IMREAD_GRAYSCALE) # 영상 읽기
    if image is None: raise Exception("영상파일 읽기 오류")
36
                                                        # 블러링 마스크 원소 지정
37
    data = [1/9, 1/9, 1/9,
38
             1/9, 1/9, 1/9,
39
             1/9, 1/9, 1/9]
    mask = np.array(data, np.float32).reshape(3, 3)
                                                        # 마스크 행렬 생성
    blur1 = filter(image, mask)
                                                         # 회선 수행- 행렬 처리 방식
    blur2 = filter2(image, mask)
                                                        # 회선 수행- 화소 직접 접근
                                                        # 행렬 표시위해 uint8형 변환
    blur1 = blur1.astype('uint8')
    blur2 = cv2.convertScaleAbs(blur2)
45
    cv2.imshow("image", image)
                                                                 ■ blur1
    cv2.imshow("blur1", blur1)
    cv2.imshow("blur2", blur2)
```







#### 7.1.3 샤프닝

- 샤프닝(sharpening)
  - 출력화소에서 이웃 화소끼리 차이를 크게 해서 날카로운 느낌이 나게 만드는 것
  - 영상의 세세한 부분을 강조할 수 있으며, 경계 부분에서 명암대비가 증가되는 효과
- 사프닝 마스크
  - 마스크 원소들의 값 차이가 커지도록 구성
  - 마스크 원소 전체합이 1이 되어야 입력영상 밝기가 손실 없이 출력영상 밝기로 유지



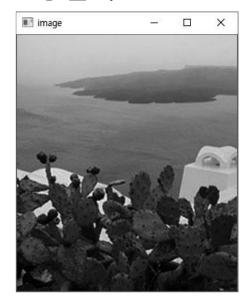
#### 7.1.3 샤프닝

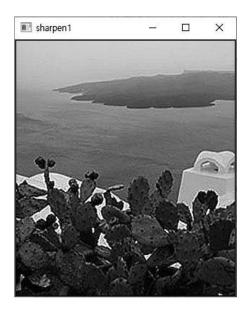
cv2.waitKey(0)

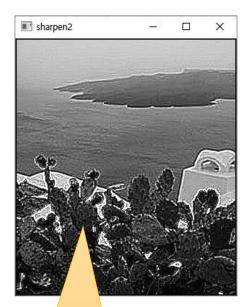
```
예제 7.1.2
             회선이용 샤프닝 - 02.sharpening.py
    import numpy as np, cv2
    from Common.filters import filter
                                                        # filters 모듈의 filter() 함수 임포트
03
    image = cv2.imread("images/filter sharpen.jpg", cv2.IMREAD GRAYSCALE)
    if image is None: raise Exception("영상파일 읽기 오류")
96
                                                                                  convolution
    ## 샤프닝 마스크 원소 지정
                                                        # 1차원 리스트
    data1 = [0, -1, 0,
             -1, 5, -1,
09
             0, -1, 0]
10
                                                        # 2차원 리스트
    data2 = [[-1, -1, -1],
             [-1, 9, -1],
12
13
            [-1, -1, -1]]
    mask1 = np.array(data1, np.float32).reshape(3, 3) # ndarray 객체 생성 및 형태 변경
    mask2 = np.array(data2, np.float32)
16
    sharpen1 = filter(image, mask1)
                                                        # 회선 수행 - 저자 구현 함수
    sharpen2 = filter(image, mask2)
    sharpen1 = cv2.convertScaleAbs(sharpen1)
                                                        # 윈도우 표시 위한 형변환
20
    sharpen2 = cv2.convertScaleAbs(sharpen2)
21
    cv2.imshow("image", image)
                                                        # 결과 행렬을 윈도우에 표시
    cv2.imshow("sharpen1", sharpen1)
    cv2.imshow("sharpen2", sharpen2)
```

### 7.1.3 샤프닝

### • 실행결과







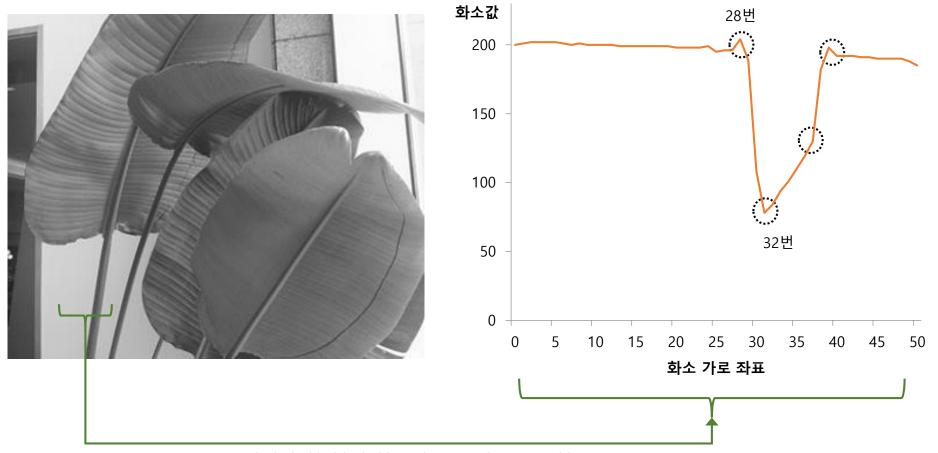
너무 강한 샤프닝 마스크를 적 용하여 결과 영상이 날카롭고 거친 느낌

### 7.2 에지 검출

- 7.2.1 차분 연산을 통한 에지 검출
- 7.2.2 1차 미분 마스크
- 7.2.4 2차 미분 마스크

### 7.2 에지 검출

• 화소값의 그래프 표현



범위안 한 행의 화소값을 그래프로 표현

#### 7.2.2 1차 미분 마스크

- 미분
  - 함수의 순간 변화율을 구하는 계산 과정을 의미
  - 에지가 화소의 밝기가 급격히 변하는 부분이기 때문에 함수의 변화율을 취하는 미분 연산을 이용해서 에지 검출 가능
- 밝기의 변화율을 검출하는 방법
  - 밝기에 대한 기울기(gradient)를 계산

$$G[f(x,y)] = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$G_x = \frac{f(x+dx,y)-f(x,y)}{dx} \doteq f(x+1,y)-f(x,y), \ dx = 1$$

$$G_y = \frac{f(x,y+dy)-f(x,y)}{dy} \doteq f(x,y+1)-f(x,y), \ dy = 1$$

$$G[f(x,y)] \doteq \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \approx |G_x| + |G_y|$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$

$$7|S_y| : \text{에지의 방향}$$

## 1) 로버츠(Roberts) 마스크

• 대각선 방향으로 1과 -1을 배치하여 구성

	-1	0	0		0	0	-1
$G_x =$	0	1	0	$G_y =$	0	1	0
	0	0	0		0	0	0
	대각빙	향 마	스크 1		대각병	향미	스크 2
			(	$O(i, j) = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$			
		(그림	7.2.3	) 3×3 크기의 로버츠 마	스크		

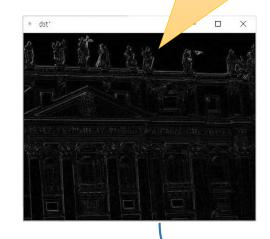
### 1) 로버츠(Roberts) 마스크

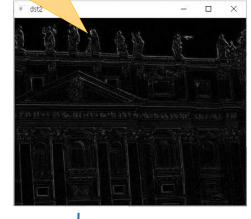
• 실행결과

각 대각선 방향 에지 검출 영상



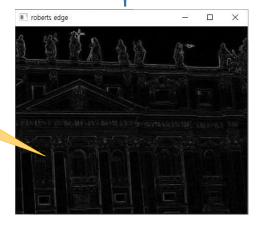






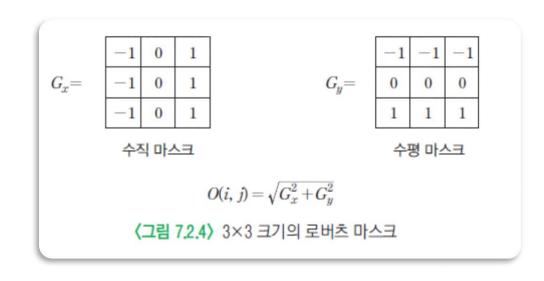
$$O(i, j) = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

각 대각선 방향 에지의 크기로 에지 강도 검출



### 2) 프리윗(Prewitt) 마스크

- 로버츠 마스크의 단점을 보완하기 위해 고안
  - 수직 마스크 원소의 배치가 수직 방향으로 구성, 에지의 방향도 수직
  - 수평 마스크 원소의 배치가 수평 방향으로 구성, 에지의 방향도 수평



### 2) 프리욋(Prewitt) 마스크

• 실행결과

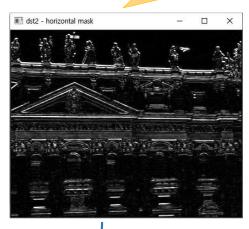


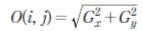
입력영상

#### 수직방향 에지 검출 영상



수평방향 에지 검출 영상



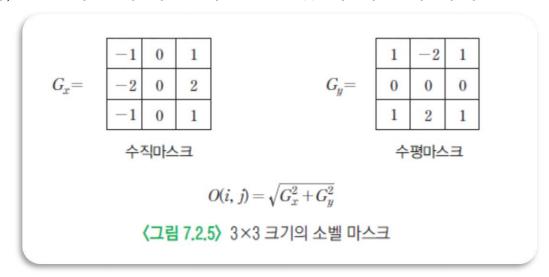


두 방향 에지의 크기로 에지 강도 검출



### 3) 소벨(Sobel) 마스크

- 프리윗 마스크와 유사, 중심화소의 차분에 대한 비중을 2배 키운 것이 특징
  - 수직, 수평 방향 에지 추출
  - 특히, 중심화소의 차분 비중을 높였기 때문에 대각선 방향 에지 검출

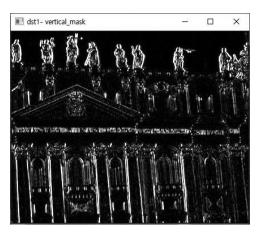


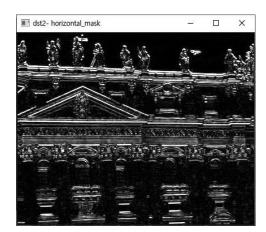
### 3) 소벨(Sobel) 마스크

• 실행결과

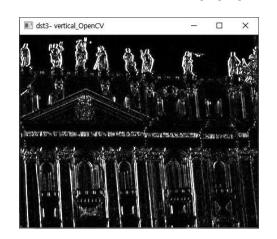


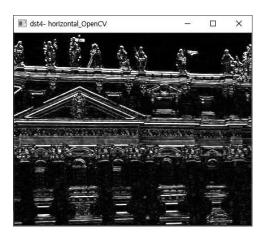
입력영상





저자 구현 함수 적용





OpenCV 제공 함수 적용

#### 7.2.4 2차 미분 마스크

- 1) 라플라시안 에지 검출
  - 피에르시몽 라플라스라는 프랑스의 수학자 이름을 따서 지은 것
  - 함수 f 에 대한 그래디언트의 발산으로 정의

$$\Delta f = \nabla^2 f = \nabla \nabla f \qquad \Rightarrow \qquad \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

2차워 좌표계

$$\begin{split} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= \frac{\partial f(x+1,y)}{\partial x} - \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ &= [f(x+1,y) - f(x,y)] - [f(x,y) - f(x-1,y)] \\ &= f(x+1,y) - 2 \cdot f(x,y) + f(x-1,y) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &= \frac{\partial f(x,y+1)}{\partial y} - \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \\ &= [f(x,y+1) - f(x,y)] - [f(x,y) - f(x,y-1)] \\ &= f(x,y+1) - 2 \cdot f(x,y) + f(x,y-1) \end{split}$$

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x-1, y) + f(x+1, y) + f(x, y-1) + f(x, y+1) - 4 \cdot f(x, y)$$

### 7.2.4 2차 미분 마스크

• 최종 수식

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x-1, y) + f(x+1, y) + f(x, y-1) + f(x, y+1) - 4 \cdot f(x, y)$$

0 -1 0	0 1 0	-1 -1 -1	1   1   1			
-1 4 $-1$	1 -4 1	$-1 \ 8 \ -1$	1 -8 1			
0 -1 0	0 1 0	-1  $ -1 $ $ -1 $	1 1 1			
(a) 4방향 마스크 (b) 8방향 마스크						
<그림 7.2.6〉 라플라시안 마스크의 예						

### 1) 라플라시안 에지 검출

#### 예제 7.2.6 라플라시안 에지 검출 - 06.edge\_laplacian.py

```
01
    import numpy as np, cv2
```

- 02 image = cv2.imread("images/laplacian.jpg", cv2.IMREAD GRAYSCALE) 03
  - if image is None: raise Exception("영상파일 읽기 오류")
    - 4방향 라플라시안 마스크 원소
  - data1 = [ [0, 1, # 4 방향 필터 0],
- 97 [1, -4, 1], 8방향 라플라시안 마스크 원소
- 98 [0, 1, 0]]
- data2 = [ [-1, -1, *0*9 -1],
- 10 [-1, 8, -1],
- [-1, -1, -1]] 11 12 mask4 = np.array(data1, np.int16)

04 05

06

15

23

cv2.waitKey(0)

- 13 mask8 = np.array(data2, np.int16)
- 14 dst1 = cv2.filter2D(image, cv2.CV\_16S, mask4)
- 16 dst2 = cv2.filter2D(image, cv2.CV 16S, mask8) 17 dst3 = cv2.Laplacian(image, cv2.CV 16S, 1) # OpenCV 라플라시안 수행 함수

# 8 방향 필터

# 음수로 인해 int16형 행렬 선언

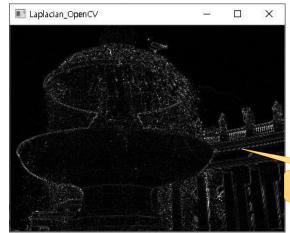
# OpenCV 회선 함수 호출

- 18
- cv2.imshow("image", image) 19 cv2.imshow("filter2D 4-direction", cv2.convertScaleAbs(dst1)) 20 # 형변환 후 영상 표시
- 21 cv2.imshow("filter2D 8-direction", cv2.convertScaleAbs(dst2))
- cv2.imshow("Laplacian OpenCV", cv2.convertScaleAbs(dst3))
- 음수값 정리를 위해 절대값 및 uchar 변환 한번에 수행

### 1) 라플라시안 에지 검출

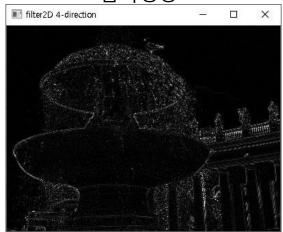
### • 실행결과

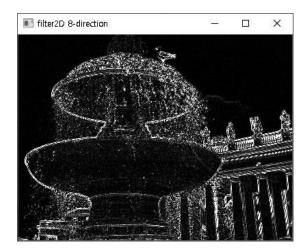




OpenCV 라플라시안

입력영상





### 2) LoG압 DoG

- LoG(Laplacian of Gaussian)
  - 라플라시안은 잡음에 민감한 단점
  - 먼저 잡음 제거후 라플라시안 수행
    - 가우시안 필터링(블러) > 잡음에 강한 에지 검출 가능
  - 다양한 잡음 제거 방법 있음
    - 비선형 필터링은 계산에서 속도 저하문제 발생
    - 선형 필터링으로 단일 마스크 생성

$$\Delta [G_{\!\sigma}(x,y) \ * \ f(x,y)] = [\Delta \ G_{\!\sigma}(x,y)] \ * \ f(x,y) = LoG \ * \ f(x,y)$$

$$LoG(x, y) = \frac{1}{\pi \sigma^4} \left[ 1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right] \cdot e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

자세한 내용은: http://fourier.eng.hmc.edu/e161/lectures/gradient/node8.html

### 2) LoG알 DoG

- DoG(Difference of Gaussian)
  - 단순한 방법으로 2차 미분 계산
  - 가우시안 스무딩 필터링의 차이를 이용해서 에지를 검출하는 방법

$$DoG(x,y) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma_1^2} \cdot e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2\sigma_1^2}}\right) - \left(\frac{1}{2\pi\sigma_2^2} \cdot e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2\sigma_2^2}}\right) \quad (\stackrel{\leftarrow}{\to}, \ \sigma_1 < \sigma_2)$$

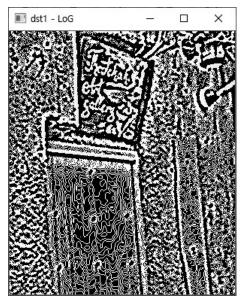
### 2) LoG알 DoG

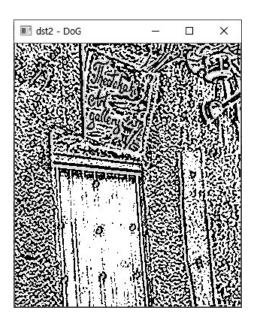
```
예제 7.2.7
            LoG/DoG 에지 검출 -- 07.edge_DOG.py
   import numpy as np, cv2
02
    image = cv2.imread("images/dog.jpg", cv2.IMREAD_GRAYSCALE)
    if image is None: raise Exception("영상파일 읽기 오류")
05
    gaus = cv2.GaussianBlur(image, (7, 7), 0, 0) # 가우시안 마스크 적용
07
    dst1 = cv2.Laplacian(gaus, cv2.CV_16S, 7) # 라플라시안 수행
98
    gaus1 = cv2.GaussianBlur(image, (3, 3), 0)
                                                   # 가우사안 블러링
    gaus2 = cv2.GaussianBlur(image, (9, 9), 0)
    dst2 = gaus1 - gaus2
                                                     # DoG 수행
12
    cv2.imshow("image", image)
    cv2.imshow("dst1- LoG", dst1.astype('uint8')) # 형변환 후 영상 표시
    cv2.imshow("dst2- DoG", dst2)
16
   cv2.waitKey(0)
```

### 2) LoG압 DoG

• 실행결과







입력영상

#### 단원 요익

- 컨볼루션(회선, convolution)은 마스크 내의 원소값과 공간 영역에 있는 입력 영상의 화소값들을 대응되게 곱하여 출력 화소값을 계산하는 것 을 말한다.
  - 이때, 입력 영상에 곱해지는 이 마스크를 커널(kernel), 윈도우(window), 필터 (filter) 등 용어로 부른다.

### 실습 과제

- (과제) 연습문제 10. (p.352)
  - Common.filters.filter()는 명암도 영상에서 필터링을 수행한다. Filter() 함수를 이용해서 컬러 영상에서 블러링과 샤프닝을 구현해보자.
    - 컬러 영상의 채널을 분리해서 각 채널에 블러링과 샤브닝을 수행 후 합쳐보자.
    - 컬러 영상에서 바로 OpenCV 함수인 cv2.filter2D()를 적용해 보자.

- (보너스) 2차원 컨볼루션 구현
  - 아래 수식/설명을 토대로 컨볼루션을 구현하고(교과서와 PPT를 참고하지 않고), 입력 이미지(gray-scale)에 각종 컨볼루션 연산을 적용해 보시오.

The general expression of a convolution is

$$g(x,y) = \omega * f(x,y) = \sum_{dx=-a}^a \sum_{dy=-b}^b \omega(dx,dy) f(x+dx,y+dy),$$

where g(x,y) is the filtered image, f(x,y) is the original image,  $\omega$  is the filter kernel. Every element of the filter kernel is considered by  $-a \le dx \le a$  and  $-b \le dy \le b$ .

### 7. 실습 규칙

- 실습 과제는 실습 시간내로 해결해야 합니다.
  - 해결 못한경우 실습 포인트를 얻지 못합니다.
  - -> 집에서 미리 예습하고 오길 권장합니다.
- 코드 공유/보여주기 금지. 의논 가능.
- 보너스문제까지 해결한 학생은 조기 퇴실 가능