

## 期末复习提纲（2022-2023-1 高数 A1）

### 第一章：函数与极限

1. 函数的定义，常见初等函数的定义域.
2. 极限四则运算法则，两个重要极限： $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ， $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$  及其简单的变形.
3. 一些等价无穷小的结论
4. 闭区间上连续函数的性质：有界性、最大最小值定理、介值定理(了解、简单的运用)

### 第二章：导数与微分

1. 导数的定义，利用函数导数在某点 $x_0$ 的定义计算相关极限. 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 的切线方程为 $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ ，法线方程为 $y - f(x_0) = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0) (f'(x_0) \neq 0)$ .
2. 函数求导法则，基本求导公式.
3. 高阶导数的计算公式；
4. 隐函数求导.

### 第三章：微分中值定理与导数的应用

1. 中值定理的简单运用；
2. 洛必达法则（ $\frac{0}{0}$ 型）(可与等价无穷小结合运用)
3. 函数的驻点，拐点定义，会计算简单初等函数的单调区间和凹凸区间.

### 第四章：不定积分

1. 不定积分概念，基本积分表.
2. 换元法.
3. 分部积分公式.
4. 有理积分（简单的应用）

### 第五章：定积分

1. 定积分中值定理（通常是用连续函数的性质来证明、及其简单的运用）
2. 变上限积分函数的导数、牛顿-莱布尼茨公式.
3. 定积分的换元法.

### 第六章：定积分的应用

1. 利用定积分求平面图形的面积.

复习题

1. 求函数  $y = \frac{1}{x} - \sqrt{1-x^2}$  的定义域\_\_\_\_\_; 2. 函数  $y = \arcsin \frac{1}{x}$  的定义域\_\_\_\_\_

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{2n} =$  \_\_\_\_\_

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{kx} =$  \_\_\_\_\_

5. 函数  $f(x) = x \sin x$ , 则  $f''(0) =$  \_\_\_\_\_ 6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \ln \frac{\tan x}{x} =$  \_\_\_\_\_

7. 求  $\int 10^x dx =$  \_\_\_\_\_ 8. 求  $f(x) = xe^x$  的拐点为 \_\_\_\_\_

9. 求  $\int_1^2 \sin x dx =$  \_\_\_\_\_ 10. 求  $\int_1^2 xe^x dx =$  \_\_\_\_\_

11. 求  $y = e^x \sin^2 x$  求  $y^{(5)}$ .

12. 求  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x-4} - \sqrt{x}}{x-1}$

13. 若  $y = \tan(x+y)$ , 求  $y''(x)$ .

14. 求  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-x^x}{1-x+\ln x}$

15. 求  $\int \frac{1}{2+\sin x} dx$

16. 求  $\int \frac{1}{3+\sin^2 x} dx$

17.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{x} \right]$

18. 求  $\int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}} dx$

19. 求  $\int \frac{xe^x}{(1+e^x)^2} dx$

20. 求  $\int_{3/4}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}-1}$

20 求  $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+1}}$

21. 求  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x - \cos^3 x} dx$

22. 设  $f(x) = e^x \int_1^x e^{-u} \sin u du$  求  $f'$

23. 设  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续, 在  $(0,1)$  内可导,  $f(x) \neq 0$  ( $0 < x < 1$ )

证明: 在  $(0,1)$  内至少存在一点  $\xi$ , 使得  $\frac{f'(\xi)}{f(\xi)} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}$ .