

期末复习提纲（2022-2023-2 高数 A2）

第七章：微分方程

1. 微分方程的基本概念，微分方程的通解、特解和初值问题.
2. 可分离变量的微分方程，会求其通解.
3. 齐次方程，会将微分方程化为 $\frac{dy}{dx} = \varphi\left(\frac{y}{x}\right)$ 形式，会求其通解、以及满足初值条件的特解.
4. 可降阶的高阶微分方程，会求解 $y^{(n)} = f(x)$ 型的微分方程.
5. 二阶常系数齐次线性微分方程，会求其通解.
6. 二阶常系数非齐次线性微分方程，会用待定系数法求 $f(x) = e^{\lambda x} P_m(x)$ 型方程的特解，会求其通解.

第八章：向量代数与空间解析几何

1. 数量积、向量积，会计算两向量的数量积和向量积.
2. 平面及其方程，平面的一般式、点法式方程，平面束方程，会求平面方程.
3. 空间直线及其方程，直线的一般式、点向式、以及参数方程，会求直线方程.
4. 会利用直线与直线、直线与平面、平面与平面的位置关系（平行或垂直），计算平面的法向量或直线的方向向量，进而求平面或直线的方程.

第九章：多元函数微分法及其应用

1. 多元函数的基本概念.
2. 偏导数、全微分，会求多元函数的一阶、二阶偏导数，会求多元函数的全微分.
3. 多元复合函数的求导法则.
4. 隐函数的求导公式，会求一个方程的情形.
5. 多元函数微分学的几何应用，会求曲线的切向量.
6. 方向导数与梯度，会求梯度、以及沿给定方向的方向导数.
7. 多元函数的极值及其求法.

第十章：重积分

1. 二重积分的计算法，会用直角坐标、极坐标计算二重积分，会利用对称性简化计算.
2. 三重积分的计算法，会用直角坐标计算三重积分.

第十一章：曲线积分与曲面积分

1. 会求对弧长的曲线积分，会求对坐标的曲线积分.
2. 会运用格林公式及其相关性质计算曲线积分.
3. 会求对面积的曲面积分，会求对坐标的曲面积分.

第十二章：无穷级数

1. 会求幂级数的收敛域.
2. 会用逐项求导或逐项积分求幂级数的和函数.

复习题

1. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = 4x^3y^2$ 的通解.
2. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1+4x^2}$ 的通解.
3. 求方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \frac{4x}{y}$ 满足条件 $y|_{x=1} = 6$ 的解.
4. 求微分方程 $y'' - 9y' + 20y = 3xe^{4x}$ 的通解.
5. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (4, 5, 6)$ 和 $\vec{c} = (7, 8, 9)$, 求 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.
6. 求与平面 $x + 4y - 6z + 25 = 0$ 垂直, 且过点 $(2, 5, 8)$ 的直线方程.
7. 求通过直线 $l: \begin{cases} 3x + 4y + 5z - 6 = 0 \\ x + y - z + 3 = 0 \end{cases}$, 且过点 $M(3, 0, 4)$ 的平面方程.
8. 求垂直于直线 $l: \begin{cases} 3x + 4y + 5z - 6 = 0 \\ x + y - z + 3 = 0 \end{cases}$, 且过点 $M(5, 3, 9)$ 的平面方程.
9. 若 $\xi = x^2y$, $\eta = x + 3y$, 且函数 $f = e^{2\xi} \sin 3\eta$ 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial f}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.
10. 求函数 $z = \sin x + \cos x \cdot \ln y$ 的全微分.
11. 若 $z = z(x, y)$ 是由方程 $\cos x + \sin x \cdot e^y + 4z^5 + 2z = 0$ 确定的隐函数, 求点 $(-\frac{\pi}{4}, 0, 0)$ 处 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 的值.
12. 求函数 $f(x, y, z) = x^2y^3z^4$ 在点 $(1, 1, 3)$ 处沿从点 $(1, 1, 3)$ 到点 $(2, 2, 4)$ 的方向的方向导数.
13. 求函数 $f(x, y, z) = \sin^2 x + x \cos y - 6z$ 在点 $(1, 1, 3)$ 处的梯度.
14. 求空间曲线 $l: \begin{cases} x = a \cdot \cos \theta \\ y = b \cdot \sin \theta \\ z = c \cdot \theta^2 \end{cases}$ 在 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 处沿 θ 增大方向的切向量.
15. 求函数 $f(x, y) = x^5 + y^2 - 5x + 6y$ 的极值.
16. 计算二重积分 $\iint_D \sin x \cdot y^3 dx dy$, 其中区域 $D: x^2 + y^2 = 1$.
17. 计算二重积分 $\iint_D x^2 y dx dy$, 其中区域 D 是由 $y = 2x^2$ 及 $x + y = 6$ 所围成的闭区域.
18. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} yz dx dy dz$, 其中区域 Ω 是由三个坐标平面及 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 围成的在 x, y, z 均大于 0 的闭区域.
19. 若 L 为上半圆周 $y = \sqrt{1 - x^2}$, 计算曲线积分 $\int_L (x^2 + y^2) ds$.
20. 利用格林公式计算曲线积分 $\oint_L (x + y) dx + (3x + 8y) dy$, 其中 L 是顶点为 $(0, 0)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(1, 1)$ 和 $(0, 1)$ 的正方形的正向边界.
21. 利用格林公式相关性质, 计算曲线积分 $\int_L (\sin y + x^2) dx + (x \cdot \cos y - y) dy$, 其中 L 是上半圆弧 $x^2 + y^2 = 2x$ 上从点 $(0, 0)$ 到点 $(2, 0)$ 的有向弧段.
22. 若 Σ 为上半球面 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2)^3 dS$.
23. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 的收敛域与和函数.
24. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{4n+1}}{4n+1}$ 的收敛域与和函数.