Sujet de Grand Oral - Simulation de l'atterrissage de Apollo 11 sur la Lune

Elliot Jullier

May 5, 2021

Contents

1 - Etapes de l'Atterissage

1.1 - Parametres initiaux : Orbite Circulaire

Nous cherchons à modeliser la mission de Apollo 11 du 20-21 Juillet 1969 comme exemple d'atterissage de fusée sur la Lune car cela donne un modèle avec beaucoups de statistiques grace à sa sigificance historique.
Il y a deux capsules en orbite a 111 km d'altitude au-dessus de la surface de la Lune. La *Command and Service Module* - CSM, partie qui reste en orbite avec l'astronaut Michael Collins, et le *Lunar Module* - LM, avec Neil Armstrong et Edwin 'Buzz' Aldrin. En sachant que les deux parties attachés sont en orbite circulaire a une altitude de 111 km on peut calculer la vitesse initiale $\|\overrightarrow{v}\| = 1628.9\ m \cdot s^{-1}$.

1.2 - Transfer de Hohmann : Ellipse Intermédiaire

On sépare ensuite les deux modules et on assure une séparation de au moins 10 m puis on pointe le moteur de la LM dans la direction du vecteur vitesse mais dans le sens opposé. On effectue un changement $\Delta\overrightarrow{v} = -21,6\ m \cdot s^{-1}$ ce qui met la fusée en une orbite elliptique avec un aposélene à la location du changement (à 111 km) et avec un perisélene à 180° et une altitude de $15,2\ km$.

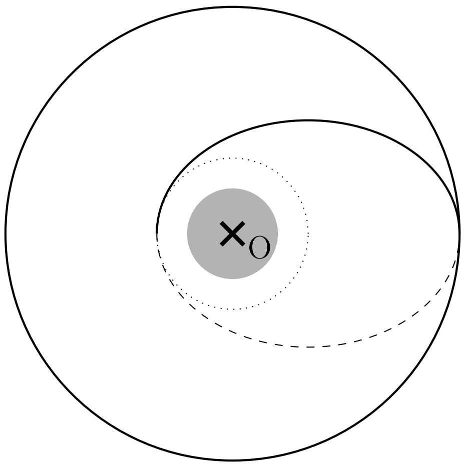

Figure 1 - Transfer de Hohmann pour approcher la Lune

2 - La méchanique dans le modèle

2.1 - Implementation de la position, vitesse et acceleration

2.1.1 - Relations physique

Dans le chapitre de la méchanique, on a vu la relation entre les vecteurs de position, vitesse et acceleration:

$$\overrightarrow{a}\begin{pmatrix}x''\\y''\\z''\end{pmatrix} = \frac{d\overrightarrow{v}}{dt}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$$

2.1.2 - Implementation par approximation

La manière dont on a implémenté cette relation dans le programme est d'approximer la continuité et l'evolution des vecteurs en les approximants en valeurs discretes.
Pour Unity le programme qu'on a utilisé pour la simulation, la valeur de temps entre chaque 'update' est de $\frac{1}{50}$ de seconde.
On calcule l'acceleration et on 'ajoute' ce vecteur a celui de la vitesse. Cela est comme faire: $v_{\text{future}} = v_{\text{courante}} + \Delta v$, cette action est répété toute les $50^{\text{ième}}$ de seconde. On peut donc assimiler ajouter l'acceleration au vecteur vitesse comme ajoutant le Δv, les unités de l'acceleration en $m \cdot s^{-2}$ multiplié par des s donne des $m \cdot s^{-1}$. En ajoutant le vecteur acceleration toute les $50^{\text{ième}}$ de seconde, on calcule le nouveau vecteur vitesse.
Similairement, pour la position, on prends la vitesse et on calcul la nouvelle position apres que la fusée ait bougée pendant $\frac{1}{50}$ s.

2.2 - Evolution de l'acceleration

Le moteur d'une fusée à un pourcentage de la 'puissance' maximale fourni une force constante.
De plus:

$$F = ma$$

Par ailleur, le moteur d'une fusée brule la masse d'essence proportionellement a la 'puissance' fournie. Cela a pour consequence que la fusée a une augmentation d'acceleration au fur et à mesure qu'elle utilise son carburant.

2.3 - Force Appliqués sur la Fusée

2.3.1 - Orbite Circulaire

Dans une orbite circulaire uniforme, il y a seul la force de gravité qui agit sur la fusée.
On a:

$$\overrightarrow{F} = \frac{GMm}{r^2}\overrightarrow{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{a} = \frac{GM}{r^2}\overrightarrow{n}$$

Avec G : la constante gravitationelle en $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$, M : la masse de la Lune en kg, m : la masse de la fusée, r : le rayon de l'orbite ($R_{\text{Lune}} + d_{\text{hauteur}}$), $\overrightarrow{n}$: le vecteur unitaire qui pointe vers le centre d'inertie de la Lune.

De plus on est dans un mouvement circulaire donc: $\overrightarrow{a} = \frac{v^2}{r}\overrightarrow{n}$
Ce qui donne:

$$\frac{v^2}{r}\overrightarrow{n} = \overrightarrow{a} = \frac{GM}{r^2}\overrightarrow{n} \Leftrightarrow v^2 = \frac{GM}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Avec la direction de la vitesse étant tangantielle à la trajectoire circulaire à prendre.

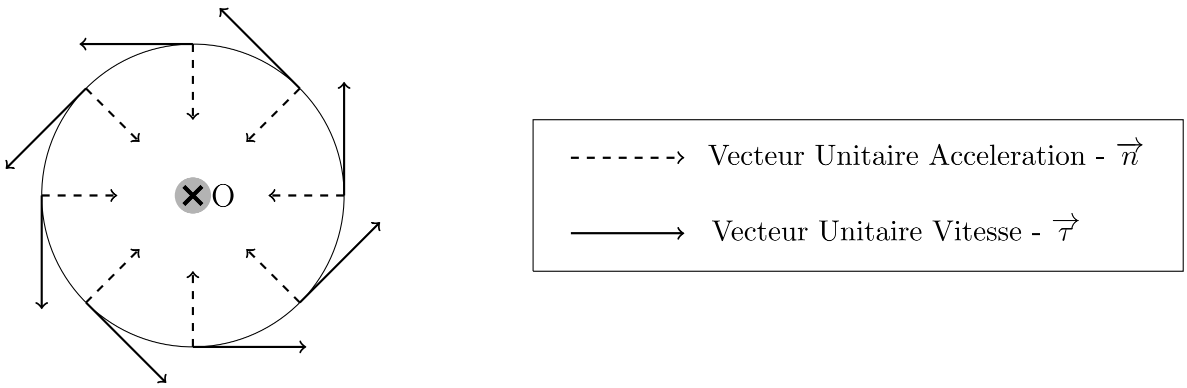

Figure 1 - Vecteurs Vitesses et Accelerations dans une Orbite Circulaire