04/10/2017

Synthèse sur les solutions d'équation non-linéaires

Projet 1

Eloise Vannier
GMC1035

Table des matières

Détermination de l'équation et des méthodes de résolutions

Afin de déterminer la demi-épaisseur maximale d'après la formule donnée, il faut trouver le point auquel la dérivée s'annule.

$$t(x) = T\left(3.7\sqrt{x} - 3.4x - 0.3x^4\right)$$

$$t'(x) = \frac{1.85}{\sqrt{x}} - 3.4 - 1.2x^3$$

On cherche donc la valeur de x appartenant à l'intervalle I = [0 ;1] pour laquelle $t'(x) = 0$. Pour cela, nous avons trois méthodes à notre disposition : la dichotomie (ou bissection), le point fixe et Newton-Raphson.

Méthode 1 : Dichotomie

Cette méthode consiste à réduire successivement l'intervalle I jusqu'à avoir sur un intervalle suffisamment petit : on veut $\frac{|x_2 - x_1|}{2\times|x_m|} < \varepsilon$ où ε est l'erreur, x_1 et x_2 sont les bornes de l'intervalle et x_m et le milieu de celui-ci. Quand cette condition est atteinte, on dit alors que x_m est la racine.

Méthode 2 : Point fixe

A partir de $t'(x) = 0$ on définit une nouvelle fonction $g_1(x)$ tel que $g_1(x) = x$:

$$g_1(x) = \left(\frac{2}{(3.4 + 1.2x^3)\times 3.7}\right)^2$$

Il suffit ensuite de calculer successivement x_{n+1}, à partir du x_0 donné, tel que :

$$x_{n+1} = g_1(x_n)$$

L'algorithme s'arrête lorsque l'erreur $\frac{|x_{n+1} - x_n|}{|x_n|}$ est inférieure au ε donné et la racine est alors x_{n+1}.

Méthode 3 : Newton-Raphson

Cette fois ci nous chercher t''(x) :

$$t''(x) = \frac{-0.925}{x^{3/2}} - 3.6x^2$$

Il suffit ensuite de calculer successivement x_{n+1}, à partir du x_0 donné, tel que :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{t'(x_n)}{t''(x_n)}$$

Comme pour la méthode précédente, l'algorithme s'arrête lorsque l'erreur $\frac{|x_{n+1}-x_n|}{|x_n|}$ est inférieure au ε donné et la racine est alors x_{n+1}.

Le code

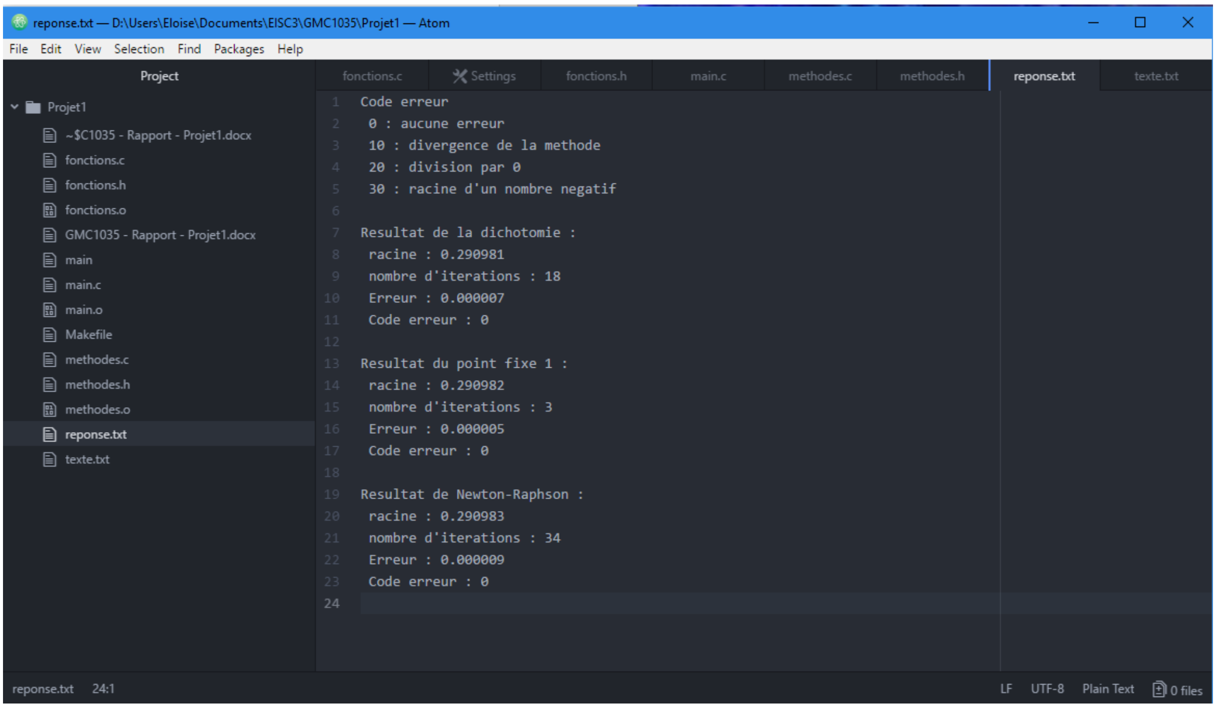
Le code est divisé en trois fichiers *.c*, deux fichiers *.h* et deux fichiers *.txt* d'entrée et sortie. Les fichiers *.h* définissent les fonctions utilisées dans le *main.c* et sont codées dans les deux autres fichiers *.c*.

Dans *methodes.h* et *methodes.h* sont définies les codes des trois différentes méthodes dans des fonctions. De même pour les fichiers *fonctions.h* et *fonction.c* où sont codée les fonctions données plus haut afin de les utiliser dans les méthodes.

Le fichier *main.c* lit les données dans le fichiers *texte.txt*, applique les méthodes et renvoie les résultats à l'écran et dans le fichier *reponse.txt*.

Résultats

Les trois méthodes ont été utilisées avec une erreur inférieur à 10^{-5} et aboutissent tous les trois sans erreurs (divergence de la racine, division par zéro, etc.). Les résultats du programme sont donnés ci-dessous :



De ces trois méthodes, la du point fixe est la plus rapide, la dichotomie étant en seconde position et la méthode de Newton-Raphson en dernière position.

J'étais persuadée que la méthode de Newton-Raphson serait la plus précise malgré qu'elle soit la moins rapide cependant son erreur est la plus grande.

Ainsi, dans le cas que nous avons étudié, la méthode du point fixe semble être la meilleure et l'on en déduit que la meilleure racine que nous ayons trouvée pour la demi-épaisseur maximale est :

$$x = 0.290982 \pm 5\times10^{-6}\, m$$