

A thick dark grey vertical bar is positioned on the left side of the page. To its right, there is an orange arrow pointing right, containing the date '04/10/2017'. Further down, several thin, curved lines in black and grey originate from the left and sweep upwards and to the right.

04/10/2017

# Synthèse sur les solutions d'équation non-linéaires

Projet 1

Eloise Vannier

GMC1035

## Table des matières

---

Détermination de l'équation et des méthodes de résolutions .....	2
Méthode 1 : Dichotomie.....	2
Méthode 2 : Point fixe .....	2
Méthode 3 : Newton-Raphson.....	3
Le code.....	3
Résultats.....	4

## Détermination de l'équation et des méthodes de résolutions

---

Afin de déterminer la demi-épaisseur maximale d'après la formule donnée, il faut trouver le point auquel la dérivée s'annule.

$$t(x) = T(3.7\sqrt{x} - 3.4x - 0.3x^4)$$

$$t'(x) = \frac{1.85}{\sqrt{x}} - 3.4 - 1.2x^3$$

On cherche donc la valeur de  $x$  appartenant à l'intervalle  $I = [0 ; 1]$  pour laquelle  $t'(x) = 0$ . Pour cela, nous avons trois méthodes à notre disposition : la dichotomie (ou bisection), le point fixe et Newton-Raphson.

### Méthode 1 : Dichotomie

Cette méthode consiste à réduire successivement l'intervalle  $I$  jusqu'à avoir sur un intervalle suffisamment petit : on veut  $\frac{|x_2 - x_1|}{2 \times |x_m|} < \varepsilon$  où  $\varepsilon$  est l'erreur,  $x_1$  et  $x_2$  sont les bornes de l'intervalle et  $x_m$  est le milieu de celui-ci. Quand cette condition est atteinte, on dit alors que  $x_m$  est la racine.

### Méthode 2 : Point fixe

A partir de  $t'(x) = 0$  on définit une nouvelle fonction  $g_1(x)$  tel que  $g_1(x) = x$  :

$$g_1(x) = \left( \frac{2}{(3.4 + 1.2x^3) \times 3.7} \right)^2$$

Il suffit ensuite de calculer successivement  $x_{n+1}$ , à partir du  $x_0$  donné, tel que :

$$x_{n+1} = g_1(x_n)$$

L'algorithme s'arrête lorsque l'erreur  $\frac{|x_{n+1} - x_n|}{|x_n|}$  est inférieure au  $\varepsilon$  donné et la racine est alors  $x_{n+1}$ .

### Méthode 3 : Newton-Raphson

Cette fois ci nous chercher  $t''(x)$  :

$$t''(x) = \frac{-0.925}{x^{3/2}} - 3.6x^2$$

Il suffit ensuite de calculer successivement  $x_{n+1}$ , à partir du  $x_0$  donné, tel que :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{t'(x_n)}{t''(x_n)}$$

Comme pour la méthode précédente, l'algorithme s'arrête lorsque l'erreur  $\frac{|x_{n+1}-x_n|}{|x_n|}$  est inférieure au  $\varepsilon$  donné et la racine est alors  $x_{n+1}$ .

### Le code

Le code est divisé en trois fichiers *.c*, deux fichiers *.h* et deux fichiers *.txt* d'entrée et sortie. Les fichiers *.h* définissent les fonctions utilisées dans le *main.c* et sont codées dans les deux autres fichiers *.c*.

Dans *methodes.h* et *methodes.c* sont définies les codes des trois différentes méthodes dans des fonctions. De même pour les fichiers *fonctions.h* et *fonction.c* où sont codée les fonctions données plus haut afin de les utiliser dans les méthodes.

Le fichier *main.c* lit les données dans le fichiers *texte.txt*, applique les méthodes et renvoie les résultats à l'écran et dans le fichier *reponse.txt*.

## Résultats

Les trois méthodes ont été utilisées avec une erreur inférieure à  $10^{-5}$  et aboutissent tous les trois sans erreurs (divergence de la racine, division par zéro, etc.). Les résultats du programme sont donnés ci-dessous :

```

1 Code erreur
2 0 : aucune erreur
3 10 : divergence de la methode
4 20 : division par 0
5 30 : racine d'un nombre negatif
6
7 Resultat de la dichotomie :
8 racine : 0.290981
9 nombre d'iterations : 18
10 Erreur : 0.000007
11 Code erreur : 0
12
13 Resultat du point fixe 1 :
14 racine : 0.290982
15 nombre d'iterations : 3
16 Erreur : 0.000005
17 Code erreur : 0
18
19 Resultat de Newton-Raphson :
20 racine : 0.290983
21 nombre d'iterations : 34
22 Erreur : 0.000009
23 Code erreur : 0
24

```

De ces trois méthodes, la du point fixe est la plus rapide, la dichotomie étant en seconde position et la méthode de Newton-Raphson en dernière position.

J'étais persuadée que la méthode de Newton-Raphson serait la plus précise malgré qu'elle soit la moins rapide cependant son erreur est la plus grande.

Ainsi, dans le cas que nous avons étudié, la méthode du point fixe semble être la meilleure et l'on en déduit que la meilleure racine que nous ayons trouvée pour la demi-épaisseur maximale est :

$$x = 0.290982 \pm 5 \times 10^{-6} m$$