Chapter 1

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

一定用定义做 $P(A-B) = P(A\bar{B}) = P(A-AB)$

$$P(A\cup B\cup C) = P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(BC)-P(CA)+P(ABC)$$

全概率公式（B为事件S的一个划分）

$$P(A) = P(A|B_1)P(B_1)+P(A|B_2)P(B_2)+\cdots\cdots+P(A|B_n)P(B_n)$$

贝叶斯公式 $P(B_i|A) = \dfrac{P(A|B_i)P(B_i)}{P(A)}$

Tip：做之前将事件A写清楚

Chapter 2

离散性随机变量

伯努利分布（二项分布）n次独立重复性实验 $P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

$E(X) = np \quad D(X) = np(1-p)$

其中 $\lambda = np$

泊松分布 $P_k(k,\lambda) = \dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ [泊松定理，$\lim\limits_{n\to\infty} C_n^k p^k (1-p)^k = \dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$]

$E(X) = \lambda \qquad D(X) = \lambda$

$n \geq 20$，$p \leq 0.05$ 效果佳

连续性随机变量

概率密度函数

均匀分布

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & x\in(a,b)\\ 0 & \text{else}\end{cases}$$

指数分布

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}} & x>0\\ 0 & \text{else}\end{cases}$$

正态分布

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad x\in(-\infty,+\infty)$$

若 X 的概率密度为 $f(x)$ 有变量 $Y=g(x)$ 则求Y的概率密度

积分转化法

$$\int_{-\infty}^{+\infty}h(g(x))f(x)dx=\int_{\alpha}^{\beta}h(y)p(y)dy$$

则 $p(y)$ 为 y 的概率密度函数

例:

设随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布. 证明: $Y=1-e^{-2X}\sim U[0,1]$.

$$f(x)=\begin{cases}2e^{-2x} & x>0\\ 0 & \text{else}\end{cases}$$

∴由积分转换法

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(1-e^{-2x})2e^{-2x}dx = \int_0^1 h(y)dy$$

$y = 1-e^{-2x} \in [0,1]$

$\therefore dy = 2e^{-2x}dx$

故

$$g(y) = \begin{cases} 1 & y \in [0,1] \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

则 $Y \sim U(0,1)$

Chapter 3

二维随机变量 $F(x,y) = P(X \le x, Y \le y)$ 联合分布函数

求概率 $P(\square \le \square) \rightarrow$ 画出积分区域 G 则 $P(\square \le \square) = \iint_G f(x,y)dxdy$

边缘分布 $F_X(x) = P(X \le x, Y < +\infty) = F(x,\infty)$

$F_Y(y) = P(X < \infty, Y \le y) = F(\infty, y)$

联合分布律 离散型

$X \backslash Y$	y_1	y_2 ……
x_1		
x_2		

连续型

$$F(x,y)=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(u,v)\,du\,dv$$

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dy \quad , \quad f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx$$

$\downarrow$

$$F_X(x)=\int_{-\infty}^{x} f_X(x)\,dx \quad , \quad F_Y(y)=\int_{-\infty}^{y} f_Y(y)\,dy$$

若 $F(x,y)=F_X(x)F_Y(y)$ 则 X,Y 相互独立

$$P(Y=y_i \mid X=x_i)=\frac{P(X=x_i,Y=y_i)}{P(X=x_i)} \quad , \quad f_{X|Y}(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}$$

条件概率密度

二维分布函数

$Z=g(X,Y)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} h(g(x,y))f(x,y)\,dx\,dy=\int_{\alpha}^{\beta} h(z)p(z)\,dz$$

则 $p(z)$ 是 Z 的概率密度函数

例：

例 3.6.7. 设随机向量 (X,Y) 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} 3x, & 0<x<1,\ 0<y<x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求 $Z=X-Y$ 的概率密度.

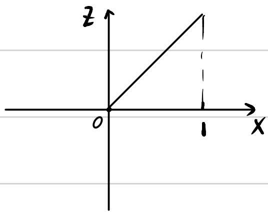
则应用积分变换法

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} h(X-Y)f(x,y)\,dx\,dy = \int_0^1\int_0^x h(X-Y)3x\,dx\,dy$$

$Z=X-Y$

$\therefore dz=-dy$

$\therefore -\int_0^1\int_x^0 h(z)3x\,dx\,dz = \int_0^1\int_0^x h(z)3x\,dx\,dz$ 交换积分次序



$$= \int_0^1\int_z^1 h(z)3x\,dx\,dz = \int_0^1 h(z)\,\frac{3}{2}x^2\Big|_z^1\,dz$$

$$= \int_0^1 h(z)\,\frac{3}{2}(1-z^2)\,dz$$

则 $Z=X-Y$ 的概率密度为 $\frac{3}{2}(1-z^2)$ $z\in(0,1)$

推导两个重要函数

$F_{max}(x) = P(\max\{X_1, X_2, \cdots X_n\} \le X) = P(X_1\le X)P(X_2\le X)\cdots P(X_n\le X) = [F(x)]^n$

$\therefore f_{max}(x) = n(F(x))^{n-1}f(x)$

$F_{min}(x) = 1 - P(\min\{X_1\cdots X_n\} > x)$

$P(\min\{X_1,\cdots X_n\} > x) = P(X_1>x)P(X_2>x)\cdots P(X_n>x) = (1-F(x))^n$

$\therefore F_{min}(x) = 1-(1-F(x))^n$

$f_{min}(x) = n(1-F(x))^{n-1}f(x)$

Chapter 4

$E(X)=\sum X_k P_k$ 或 $\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx$ $D(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}(X-E(X))^2 f(x)\,dx$

若 $Y=g(X)$

则 $E(Y)=\int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)\,dx$ $D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$

二项分布 $P(X=k)=C_n^k p^k (1-p)^k$ $E(X)=np$ $D(X)=np(1-p)$

泊松分布 $P(k;\lambda)=\dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ $E(X)=\lambda$ $D(X)=\lambda$

均匀分布 $f(x)=\dfrac{1}{b-a}$ $x\in(a,b)$ $E(X)=\frac{1}{2}(a+b)$ $D(X)=\frac{1}{12}(b-a)^2$

指数分布 $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ $x>0$ $E(X)=\dfrac{1}{\lambda}$ $D(X)=\dfrac{1}{\lambda^2}$

正态分布 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $E(X)=\mu$ $D(X)=\sigma^2$

协方差 $cov(x,y)=E(xy)-E(x)E(y)$

相关系数 $\rho_{xy}=\dfrac{cov(x,y)}{\sqrt{D_x}\sqrt{D_y}}$ $D(X+Y)=D(X)+D(Y)+2cov(x,y)$

证明 x,y 不相关，则证明 $cov(x,y)=0$

若 x, y 符合二维正态分布 $(\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, \rho)$

若 $\mathrm{cov}(x, y) = 0$ 则 x, y 不相关 $\rho = 0$ 则 X, Y 独立

k阶矩(矩估计) $E(X^k) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x)\,dx$

Chapter 5

中心极限定理

$X_1, X_2, X_3 \cdots\cdots X_n$ 为独立随机变量

$E(X_n) = \mu \quad D(X_n) = \sigma^2$

则随机变量 $\dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{1}{\sqrt{n}\sigma}\left(\sum_{k=1}^{n} X_k - n\mu\right) \leqslant x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$$

数理统计

Chapter 6

总体 $E(X) = \mu$, $D(X) = \sigma^2$

总体 抽样 $X_1, X_2 \cdots X_n$ 为样本

$S^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[X_i - \bar{X}]^2 \quad \bar{X} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

$= \dfrac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\bar{X}^2\right)$

$E(\bar{X}) = \mu \quad D(\bar{X}) = \frac{1}{n}\sigma^2$

$E(S^2) = \sigma^2 \quad D(S^2) = \dfrac{2\sigma^4}{n-1}$

总体服从正态

$X_1, X_2 \cdots X_n \sim N(0,1)$ 正态分布可加性 $X_1 \sim (\mu_1, \sigma_1^2)$ $X_2 \sim (\mu_2, \sigma_2^2)$

χ^2分布

则 $X_1 + X_2 \sim N(\mu_1+\mu_2, \sigma_1^2+\sigma_2^2)$

则 $\chi^2(n) = X_1^2 + X_2^2 + \cdots X_n^2$ 自由度为n的χ^2分布

$E(\chi^2(n)) = n \quad D(\chi^2(n)) = 2n$

t分布

$X \sim N(0,1)$ $Y \sim \chi^2(n)$ 且 X, Y 独立

$T = \dfrac{X}{\sqrt{Y/n}}$ 则 $T \sim t(n)$

F分布

$X \sim \chi^2(n_1)$ $Y \sim \chi^2(n_2)$

$F = \dfrac{X/n_1}{Y/n_2} \sim F(n_1, n_2)$

$P(X \geqslant u_\alpha) = \alpha$

数 u_α 为 X 的 **上 α 分位数** 或 **上 α 分位点**.

z_α表示 $N(0,1)$ 上α分位点,
$\chi^2_\alpha(n)$ 表示 $\chi^2(n)$ 上α分位点,
$t_\alpha(n)$, $F_\alpha(n_1,n_2)$ 同理

$z_{1-\alpha} = -z_\alpha$

$t_{1-\alpha}(n) = -t_\alpha(n)$

$F_\alpha(n_1,n_2) = \dfrac{1}{F_{1-\alpha}(n_1,n_2)}$

定理 6.3.1 (正态总体基本定理) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本，$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$，$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$. 则有

1) $\frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$, √ μ与σ均已知

2) $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$, √ 未知$\mu$ $\quad \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

3) $\overline{X}$ 与 S^2 相互独立，

4) $\frac{\overline{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} \sim t(n-1)$. √ 未知 σ

$X_1, X_2, \cdots\cdots X_n$ 来自总样本 $X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$

$Y_1, Y_2 \cdots\cdots Y_m$ 来自总样本 $Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$

$S_1^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 \quad S_2^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(Y_i - \bar{Y})^2$

$$S_w^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}$$

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{S_w\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}} \sim t(m+n-2)$$

Chapter 7

矩估计

$F(x,\theta_1,\theta_2\cdots\theta_n)$ 共有 n 个未知参数则计算 n 阶矩

即可解出 $\theta_1,\theta_2\cdots\theta_n$

极大似然估计

$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i,\theta)$ Step 1

$\frac{\partial\ln(L(\theta_i))}{\partial\theta_i}=0$ Step 2

例 7.1.4 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$\lambda>0$ 为未知参数，$X_1,\cdots,X_n$ 是来自 X 的样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是样本观察值，求 λ 的极大似然估计量.

$P(X=x)=\frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$ $\therefore L(x,\lambda)=\frac{\lambda^{\sum_{i=1}^{n}x_i}e^{-n\lambda}}{\prod_{i=1}^{n}x_i!}$

$\therefore \ln L(x,\lambda)=\ln\lambda\sum_{i=1}^{n}x_i-n\lambda-\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)!$

$\therefore \frac{\partial\ln L(x,\lambda)}{\partial\lambda}=\frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}x_i-n=0$

$\therefore \hat{\lambda}=\overline{X}$

极大似然估计不变性 求出 $\hat{\lambda}=\overline{x}$ 则 $\hat{P}(X=0)=e^{-\hat{\lambda}}=e^{-\overline{x}}$

表 7.1 常见分布中参数的估计量

分布	矩估计	极大似然估计	性质
两点分布 $B(1,p)$	$\hat{p}=\overline{X}$	$\hat{p}=\overline{X}$	有效估计、相合估计
二项分布 $B(N,p)$	$\hat{p}=\frac{\overline{X}}{N}$	$\hat{p}=\frac{\overline{X}}{N}$	无偏估计、相合估计
泊松分布(参数λ)	$\hat{\lambda}=\overline{X}$	$\hat{\lambda}=\overline{X}$	有效估计、相合估计
正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$	$\hat{\mu}=\overline{X}$ $\hat{\sigma}^2=\frac{n-1}{n}S^2$ $\hat{\sigma}=\sqrt{\frac{n-1}{n}}S$	$\hat{\mu}=\overline{X}$ $\hat{\sigma}^2=\frac{n-1}{n}S^2$ $\hat{\sigma}=\sqrt{\frac{n-1}{n}}S$	$\hat{\mu}=\overline{X}$ 是 μ 的有效、相合估计； S^2 为 σ^2 的渐近有效估计、一致最小方差无偏估计、相合估计； S 为 σ 的相合估计、有偏估计
正态分布 $N(\mu,\sigma_0^2)$ （σ_0^2 已知）	$\hat{\mu}=\overline{X}$	$\hat{\mu}=\overline{X}$	有效估计、相合估计
正态分布 $N(\mu_0,\sigma^2)$ （μ_0 已知）	$\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n(X_i-\mu_0)^2$	$\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n(X_i-\mu_0)^2$	有效估计、相合估计
指数分布(参数λ) (记 $\theta=\frac{1}{\lambda}$)	$\hat{\lambda}=\frac{1}{\overline{X}}$ $\hat{\theta}=\overline{X}$	$\hat{\lambda}=\frac{1}{\overline{X}}$ $\hat{\theta}=\overline{X}$	$\hat{\lambda}=\frac{1}{\overline{X}}$ 是 λ 的相合估计， $\frac{1}{\overline{X}}-\frac{1}{n\overline{X}}$ 是 λ 的一致最小方差无偏估计、相合估计； $\hat{\theta}=\overline{X}$ 是 θ 的有效、相合估计
均匀分布 $U(0,\theta)$	$\hat{\theta}=2\overline{X}$	$\hat{\theta}=\max_{i\le n} X_i$	$2\overline{X}$ 是 θ 的无偏、相合估计； $\frac{n+1}{n}\max_{i\le n} X_i$ 是 θ 的一致最小方差无偏估计、相合估计
均匀分布 $U(a,b)$	$\hat{a}=\overline{X}-\sqrt{3}\sqrt{\frac{n-1}{n}}S$ $\hat{a}=\overline{X}+\sqrt{3}\sqrt{\frac{n-1}{n}}S$	$\hat{a}=\min_{i\le n} X_i$ $\hat{b}=\max_{i\le n} X_i$	相合估计、有偏估计

二项分布

矩估计

$$Np = E(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \overline{X}$$

$$\therefore \hat{p} = \frac{\overline{X}}{N}$$

极大似然估计

$$L(x,p) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i,p)$$

$$f(x_i,p) = P(X=x_i) = C_N^{x_i} p^{x_i}(1-p)^{n-x_i}$$

$$\therefore L(x,p) = \prod_{i=1}^{n} C_N^{x_i}\cdot p^{\sum_{i=1}^{n} x_i}(1-p)^{\sum_{i=1}^{n}(N-x_i)}$$

$$\therefore \ln L(x,p) = \ln\prod_{i=1}^{n} C_N^{x_i} + \sum_{i=1}^{n} x_i \ln p + \sum_{i=1}^{n}(N-x_i)\ln(1-p)$$

$$\therefore \frac{\partial \ln L(x,p)}{\partial p} = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{n} x_i + \frac{1}{p-1}\left(N\cdot n - \sum_{i=1}^{n} x_i\right)$$

$$= \frac{-\sum_{i=1}^{n} x_i}{p(p-1)} = \frac{-N\cdot n}{p-1}$$

$$\therefore \hat{p} = \frac{\overline{X}}{N}$$

估计量优良性

定义 7.2.2 设 $\hat{\theta}=\hat{\theta}(X_1,\cdots,X_n)$ 是未知参数 θ 的估计量. 若

$$E(\hat{\theta})=\theta,\ 对一切\ \theta\in\Theta$$

则称 $\hat{\theta}=\hat{\theta}(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是 θ 的**无偏估计量**（unbiased estimator）. 若

$$\lim_{n\to\infty}E\left(\hat{\theta}\right)=\theta,\ 对一切\ \theta\in\Theta$$

则称 $\hat{\theta}=\hat{\theta}\left(X_1,\ldots,X_n\right)$ 是 θ 的**渐近无偏估计量**（asymptotically unbiased estimator）.

怎么验证谁更有效

计算估计量的方差

$$E(\overline{X}) = E(X)$$

$$D(\overline{X}) = \frac{1}{n} D(X)$$

区间估计

正态总体均值的区间估计

σ^2已知求μ的区间估计

取 $\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

由 $P\left(\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < Z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$ 得到置信区间

σ^2未知求μ的区间估计

轴矢量 $\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

$\therefore P\left(\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} < t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right) = 1-\alpha$

正态总体方差的区间估计

已知μ

$$\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2 \sim \chi^2(n)$$

$$P\left(\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}} < \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2 < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$$

未知 μ

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

$$P\left(\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) < \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right) = 1-\alpha$$

Chapter 8

假设检验

正态总体均值与方差假设检验

① 单个正态总体的 μ 检验 σ 已知

取统计量 $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ （σ 已知）

原假设	备选假设	检验统计量	拒绝域 W
$\mu=\mu_0$	$\mu\neq\mu_0$	$\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\left\{\left\lvert\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right\rvert > Z_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$
$\mu=\mu_0$ $\mu<\mu_0$	$\mu>\mu_0$	$\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\left\{\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > Z_\alpha\right\}$
$\mu=\mu_0$ $\mu>\mu_0$	$\mu<\mu_0$	$\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\left\{\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < -Z_\alpha\right\}$

σ^2未知

原假设	备选假设	检验统计量	拒绝域 W
$\mu=\mu_0$	$\mu\neq\mu_0$	$\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$\left\{\left\lvert\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\right\rvert > t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\}$
$\mu=\mu_0$ $\mu\le\mu_0$	$\mu>\mu_0$	同上	$\left\{\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} > t_{\alpha}(n-1)\right\}$
$\mu=\mu_0$ $\mu\ge\mu_0$	$\mu<\mu_0$	同上	$\left\{\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} < -t_{\alpha}(n-1)\right\}$

②单个正态总体 σ^2 检验

	原假设	备选假设	检验统计量	拒绝域 X_0
μ未知时	$\sigma^2=\sigma_0^2$	$\sigma^2\neq\sigma_0^2$	$\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$\left\{\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} > \chi_{\frac{\alpha}{2}}{}^2(n-1)或\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} < \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}{}^2(n-1)\right\}$
	$\sigma^2=\sigma_0^2$ $\sigma^2\le\sigma_0^2$	$\sigma^2>\sigma_0^2$	同上	$\left\{\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} > \chi_{\alpha}{}^2(n-1)\right\}$
	$\sigma^2=\sigma_0^2$ $\sigma^2\ge\sigma_0^2$	$\sigma^2<\sigma_0^2$	同上	$\left\{\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} < \chi_{1-\alpha}{}^2(n-1)\right\}$
μ已知时	$\sigma^2=\sigma_0^2$	$\sigma^2\neq\sigma_0^2$	$\dfrac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$	$\left\{\dfrac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)或\dfrac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)\right\}$
	$\sigma^2=\sigma_0^2$ $\sigma^2\le\sigma_0^2$	$\sigma^2>\sigma_0^2$	同上	$\left\{\dfrac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 > \chi^2_{\alpha}(n)\right\}$
	$\sigma^2=\sigma_0^2$ $\sigma^2\ge\sigma_0^2$	$\sigma^2<\sigma_0^2$	同上	$\left\{\dfrac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 < \chi^2_{1-\alpha}(n)\right\}$

③ 两个正态总体均值差

1. σ_1^2, σ_2^2 已知 $\mu_1-\mu_2$ 检验

原假设	备选假设	检验统计量	拒绝域 X_0
$\mu_1-\mu_2=0$	$\mu_1-\mu_2\neq 0$	$(\bar{x}-\bar{y})\Big/\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$	$\left\{\left\lvert\frac{\bar{x}-\bar{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}\right\rvert>z_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$
$\mu_1-\mu_2=0$ $\mu_1-\mu_2\le 0$	$\mu_1-\mu_2>0$	同上	$\left\{(\bar{x}-\bar{y})\Big/\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}>z_\alpha\right\}$
$\mu_1-\mu_2=0$ $\mu_1-\mu_2\ge 0$	$\mu_1-\mu_2<0$	同上	$\left\{(\bar{x}-\bar{y})\Big/\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}<-z_\alpha\right\}$

2. σ_1^2, σ_2^2 未知但 $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$, $\mu_1-\mu_2$ 检验

原假设	备选假设	检验统计量	拒绝域 X_0
$\mu_1-\mu_2=0$	$\mu_1-\mu_2\neq 0$	$\frac{\bar{x}-\bar{y}}{S_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$	$\left\{\left\lvert\frac{\bar{x}-\bar{y}}{S_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\right\rvert>t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)\right\}$
$\mu_1-\mu_2=0$ $\mu_1-\mu_2\le 0$	$\mu_1-\mu_2>0$	同上	$\left\{\frac{\bar{x}-\bar{y}}{S_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}>t_\alpha(n_1+n_2-2)\right\}$
$\mu_1-\mu_2=0$ $\mu_1-\mu_2\ge 0$	$\mu_1-\mu_2<0$	同上	$\left\{\frac{\bar{x}-\bar{y}}{S_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}<-t_\alpha(n_1+n_2-2)\right\}$