极客时间算法训练营
第十课
贪心

李煜东

《算法竞赛进阶指南》作者

目录

贪心算法

贪心算法（Greedy Algorithm）是一种

(1) 在每一步选择中都采取在当前状态下的最优决策（局部最优）

(2) 并希望由此导致的最终结果也是全局最优

的算法

贪心算法与一般的搜索，以及后面要讲的动态规划相比，不同之处在于：它不对整个状态空间进行遍历或计算，而是始终按照局部最优选择执行下去，不再回头。

因为这个特性，贪心算法不一定能得到正确的结果

除非可以证明，按照适当的方法做出局部最优选择，依然可以得到全局最优结果

能用贪心求解的题目，也都可以用搜索或动态规划求解，但贪心一般是最高效的

引入：零钱兑换问题

零钱兑换

https://leetcode-cn.com/problems/coin-change/

给一个硬币面额的可选集合 coins，求拼成金额 amount 最少需要多少枚硬币。

例：coins = [20, 10, 5, 1]，amount = 46

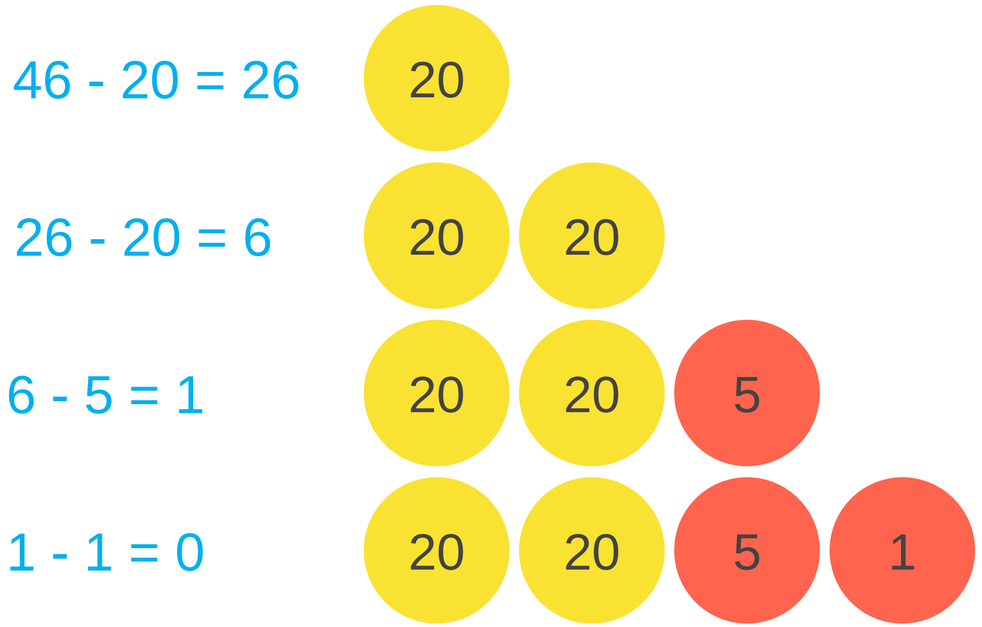
答案：46 = 20 + 20 + 5 + 1

我们将用搜索、贪心、动态规划（下一节课）三种思路来探讨这个问题

零钱兑换：贪心

根据我们平时找钱的思路，一般我们会先考虑面值大的，零钱再用面值小的凑齐

“每次都选尽量大的面值”就是一个贪心思想



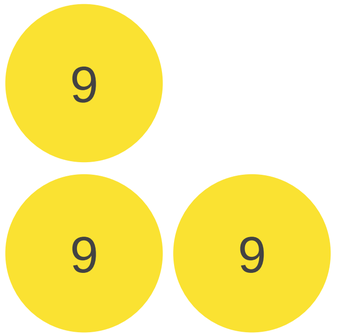
零钱兑换：贪心法的反例

coins = [10, 9, 1], amount = 18

正解：

18 - 9 = 9

9 - 9 = 0



贪心解：

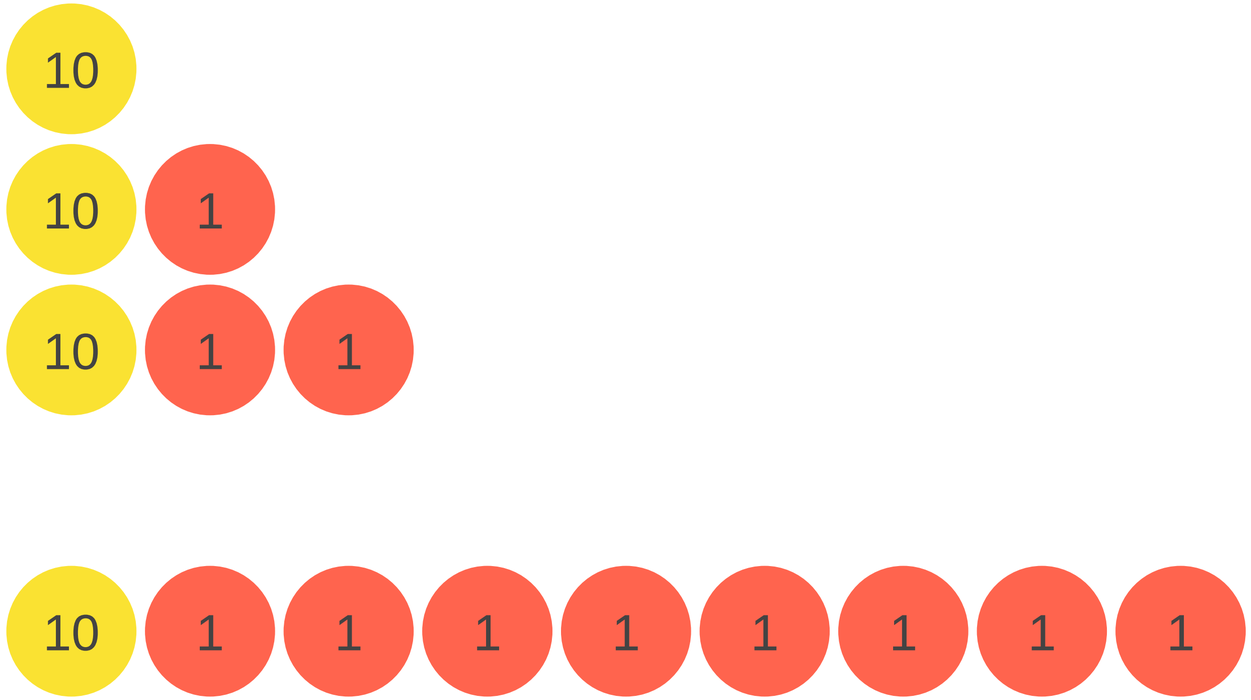
18 - 10 = 8

8 - 1 = 7

7 - 1 = 6

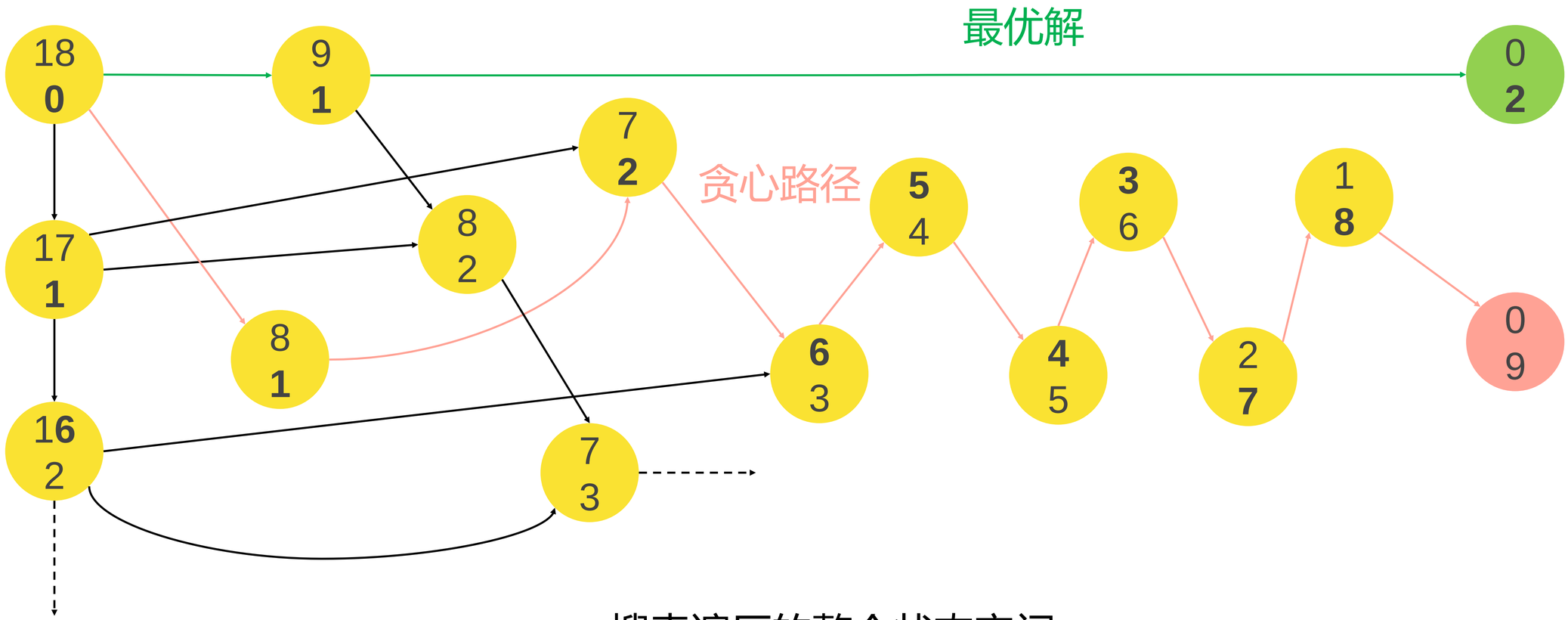
.....

1 - 1 = 0



零钱兑换：搜索

状态：剩余金额、已用硬币枚数



搜索遍历的整个状态空间

贪心算法的证明

由“零钱兑换”问题可以看出，贪心算法实际上是在状态空间中按局部最优策略找了一条路径。

贪心算法不一定能得出正确的解，在大部分题目上不能随便使用。

遇到题目，一般先想搜索、动态规划等基于全局的解法，若时间复杂度太高，再考虑贪心。

若要使用贪心算法，必须先证明其正确性。

除了反证法、数学归纳法等大家熟悉的方法外，我们再介绍几种常用的手法。

实战

柠檬水找零

https://leetcode-cn.com/problems/lemonade-change/description/

“零钱兑换”类问题在面值互相构成倍数时，贪心算法成立

在本题中，面值为[5, 10, 20]

如果能用1个10块找零，那用2个5块必然也也可以

也就是说，做出“用10块找零”这个决策，未来的可能性包含了“用2个5块找零”以后未来的可能性 —— 决策包容性

所以本题可以贪心：优先使用面值较大的找零

实战

分发饼干

https://leetcode-cn.com/problems/assign-cookies/description/

两种思路

一块饼干（尺寸s[j]）发给谁？发给满足 g[i] <= s[j] 的最大 g[i]（刚刚好能满足的孩子）

一个孩子（胃口 g[i]）吃哪块饼干？吃满足 s[j] >= g[i] 的最小 s[j]，不存在就别吃了

通俗点讲就是小饼干给小孩子，大饼干给大孩子，不能满足就不给了

决策包容性：一块饼干总是想要满足一个孩子的，满足胃口更大的孩子，未来的可能性包含了满足胃口更小孩子的可能性

把饼干和孩子排序，代码更容易实现

贪心算法的证明

决策范围扩展

在思考贪心算法时，有时候不容易直接证明局部最优决策的正确性

此时可以往后多扩展一步，有助于对当前的决策进行验证

实战

买卖股票的最佳时机 II

https://leetcode-cn.com/problems/best-time-to-buy-and-sell-stock-ii/

这是一个预言家的炒股状态——知道未来每天的价格

当前持有股票，卖不卖？往后看一天，明天还涨那肯定不卖，明天跌那肯定卖啊！

当前没有股票，买不买？往后看一天，明天涨那肯定买，明天跌那肯定先不买！

最后就是完美结果——获得所有 $prices[i] - prices[i-1] > 0$ 区间的收益

实战

跳跃游戏 II

https://leetcode-cn.com/problems/jump-game-ii/

看一下往后跳两步的所有可能性

贪心策略：若 a 能到 b1, b2, b3，而 b1, b2, b3 能到的最远位置分别为 c1, c2, c3，那应该从 a 跳到 c1, c2 ,c3 中最大的一个对应的 b。

Leetcode 示意图

决策包容性：同样都是跳 1 步，从 a 跳到 “能跳得更远” 的 b，未来的可达集合包含了跳到其他 b 的可达集合，所以这个局部最优决策是正确的。

贪心算法的证明

邻项交换

经常用于以某种顺序“排序”为贪心策略的证明

证明在任意局面下，任何局部的逆序改变都会造成整体结果变差

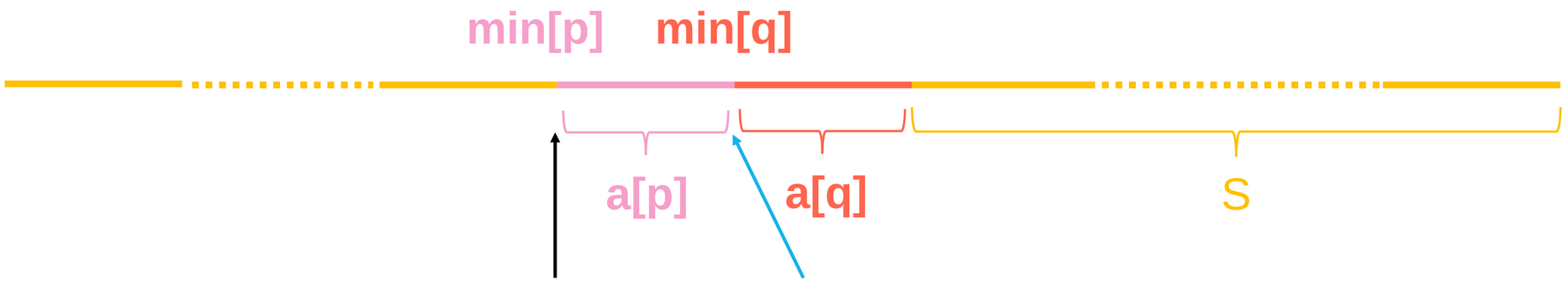
实战

完成所有任务的最少初始能量

https://leetcode-cn.com/problems/minimum-initial-energy-to-finish-tasks/

考虑任意一种做任务的顺序，设做完第 i+2 到 n 个任务所需的初始能量最少为S

对于两个相邻任务：设第 i 个和第 i+1 个完成的任务分别是 p 和 q



先做 p，所需初始能量为：max(max(minimum[q], S+actual[q])+actual[p], minimum[p])

先做 q，所需初始能量为：max(max(minimum[p], S+actual[p])+actual[q], minimum[p])

实战

完成所有任务的最少初始能量

https://leetcode-cn.com/problems/minimum-initial-energy-to-finish-tasks/

若先做 p 比较优，则应满足（拆括号，消去一样的项）

max(minimum[q] + actual[p], minimum[p]) < max(minimum[p] + actual[q], minimum[q])

因为必定有 minimum[q] + actual[p] > minimum[q]

所以上式等价于 minimum[q] + actual[p] < minimum[p] + actual[q]

即 actual[p] - minimum[p] < actual[q] - minimum[q]

贪心策略：按照 actual - minimum 升序排序，以此顺序完成任务

THANKS