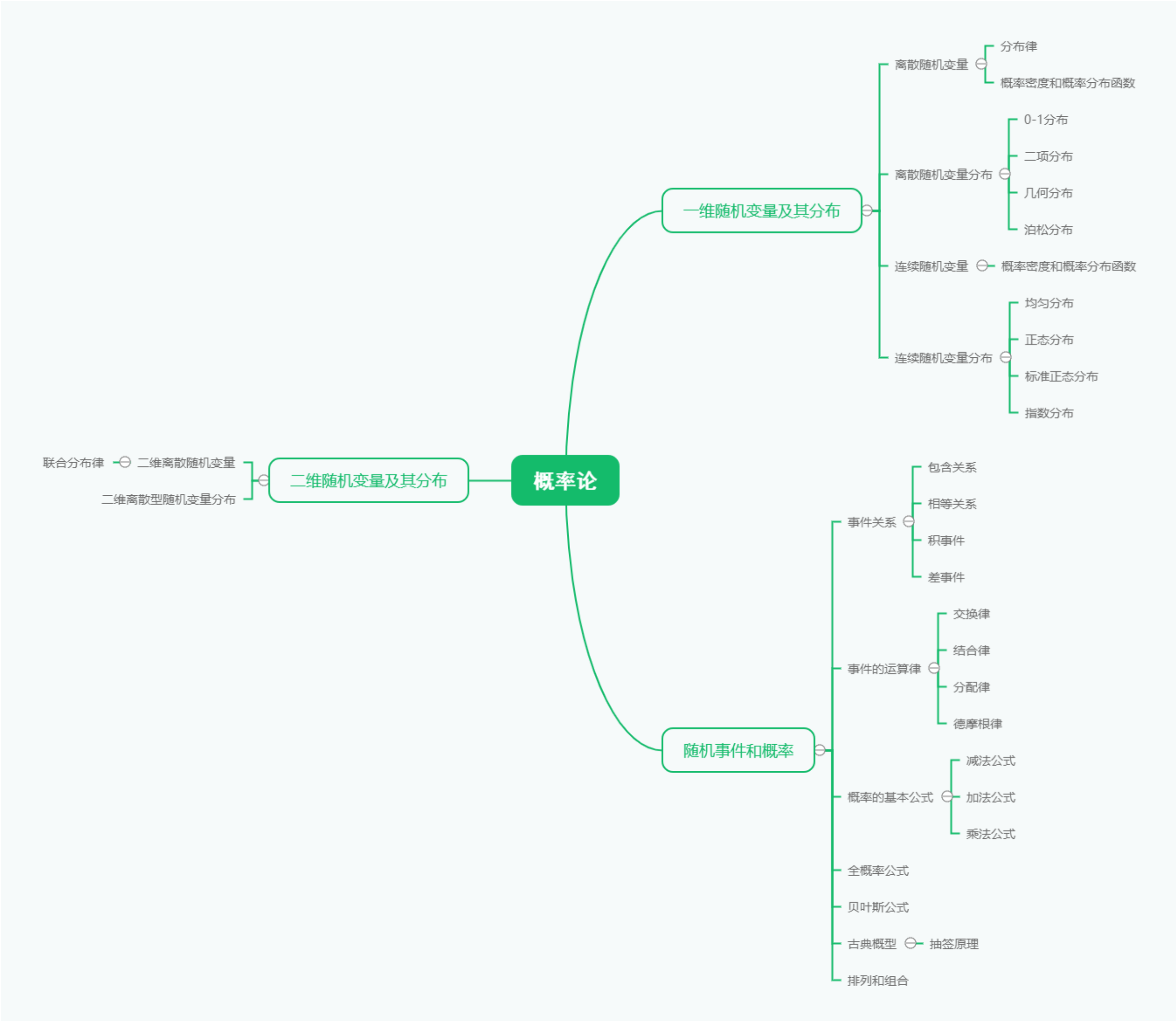
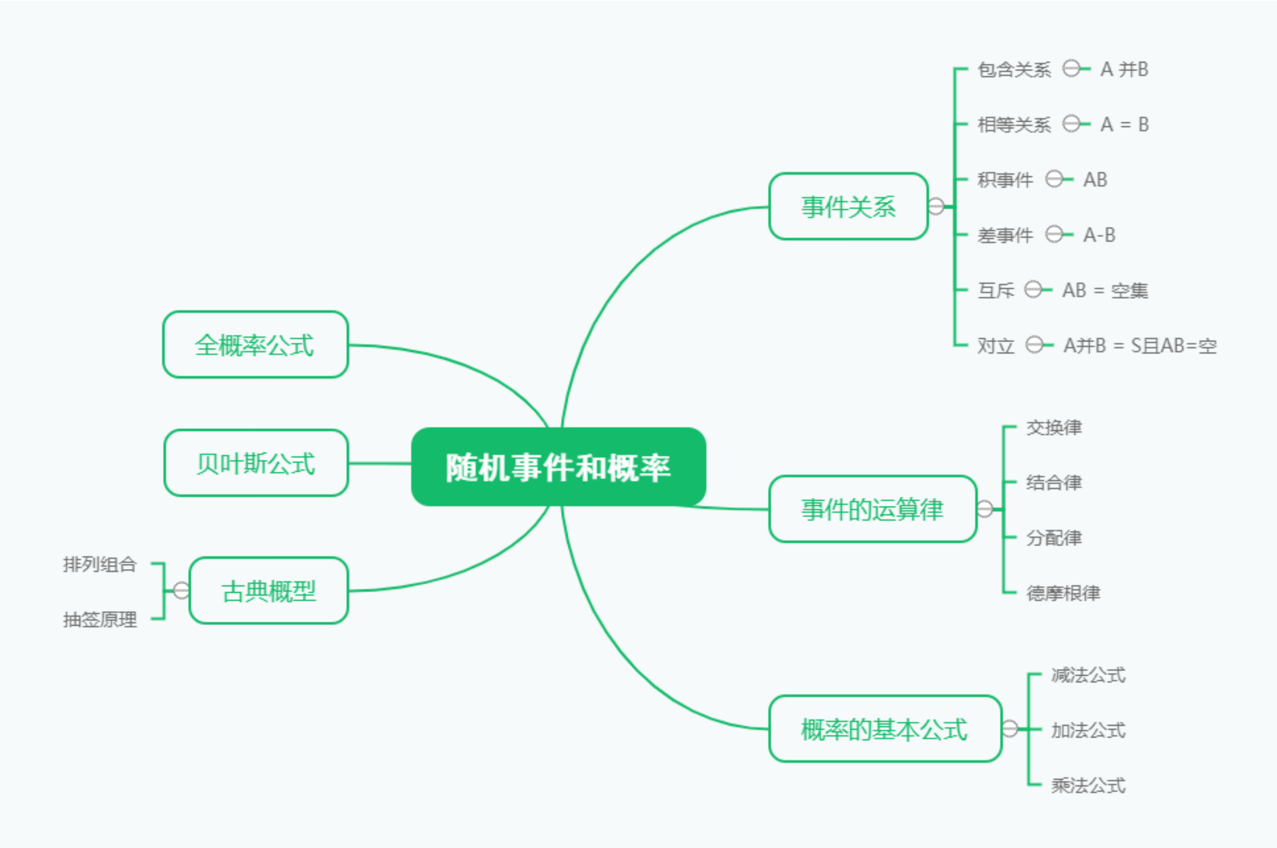
西華大學

《概率论》
讲义

题　　目：	概率论讲义
姓　　名：	Elon Li
日　　期：	完成日期


概率论
一维随机变量及其分布
离散随机变量
分布律
概率密度和概率分布函数
离散随机变量分布
0-1分布
二项分布
几何分布
泊松分布
连续随机变量
概率密度和概率分布函数
连续随机变量分布
均匀分布
正态分布
标准正态分布
指数分布
二维随机变量及其分布
二维离散随机变量
联合分布律
二维离散型随机变量分布
随机事件和概率
事件关系
包含关系
相等关系
积事件
差事件
事件的运算律
交换律
结合律
分配律
德摩根律
概率的基本公式
减法公式
加法公式
乘法公式
全概率公式
贝叶斯公式
古典概型
抽签原理
排列和组合

目录



1 随机事件和概率

1.1 事件关系

1. 包含关系$A \subset B$
2. 相等关系$A = B$
3. 和事件$A \cup B$,也记为$A + B$
4. 积事件$A \cap B$，也记为AB
5. 差事件$A - B$,也记为$A\overline{B}$

1.2 事件运算

1. 交换律$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$
2. 结合律$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C; A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
3. 分配律$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C); A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
4. 德摩根律$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}; \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

1.3 概率的基本公式

1. $P(A - B) = P(A) - P(AB)$
2. $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$
   $$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

1.4 古典概型

$$P(A) = \frac{k}{n} \tag{1}$$

1.5 条件概型

$$P(B|A) = \frac{AB}{A} \tag{2}$$

1.6 乘法公式

$$P(AB) = P(B|A)P(A) \tag{3}$$

$$P(ABC) = P(C|AB)P(B|A)P(A) \tag{4}$$

1.7 独立性

$$P(AB) = 0 \nRightarrow A, B\text{互相不容，}A\text{，}B\text{同时出现是不可能事件} \tag{5}$$

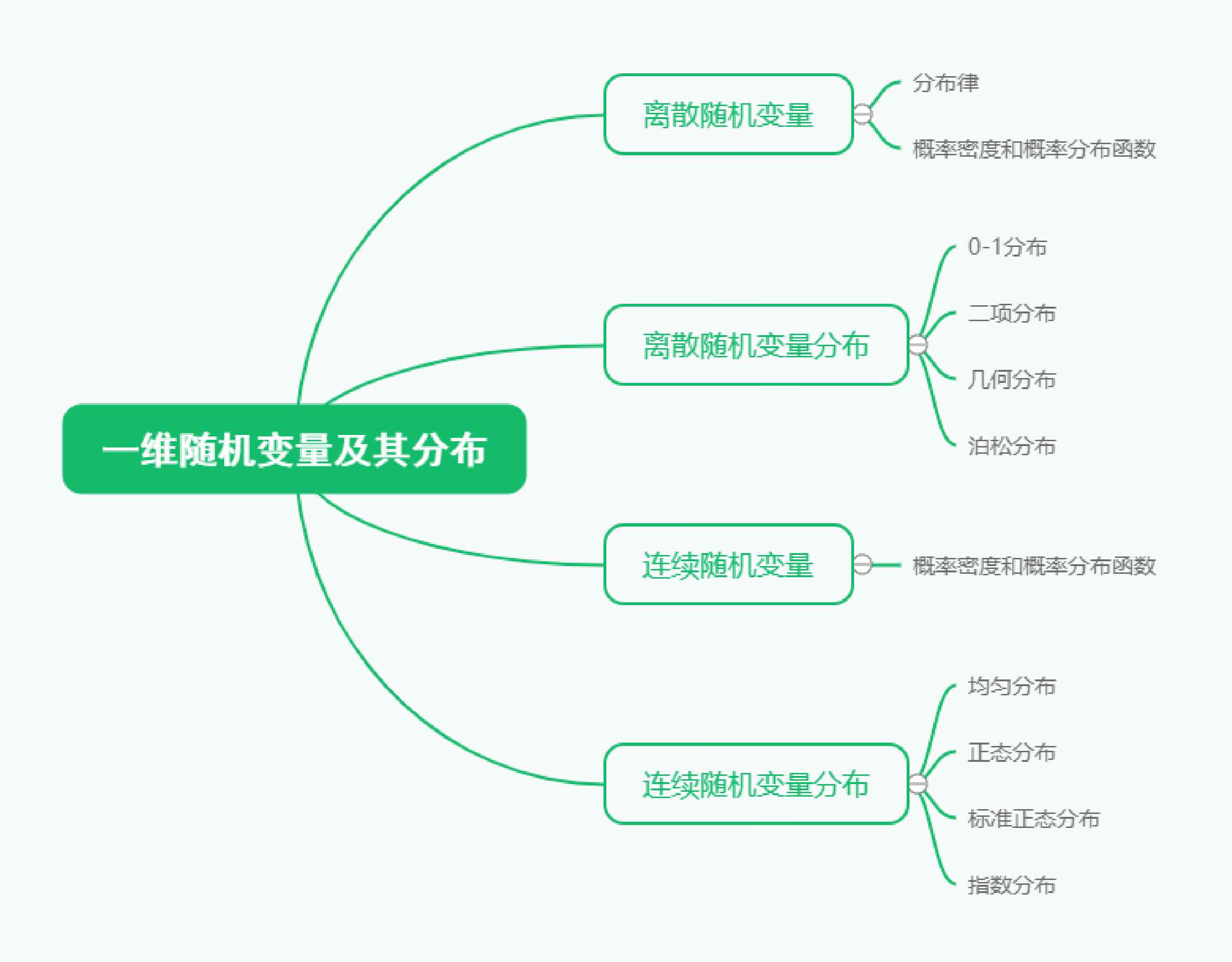
1. 已知A发生，求B发生：$P(B|A)$
2. A发生、B发生：$P(AB)$

1.8 全概率公式

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A|B_i) \tag{6}$$

1.9 贝叶斯公式

$$P(B_j|A) = \frac{P(Bj)P(A|B_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A|B_i)} \tag{7}$$



2 一维随机变量及其分布

2.1 离散随机分布律

X	x_1	x_2	$\cdots$
P_k			$\cdots$

2.2 离散随机变量分布函数

分布函数

$$F(x) = P\{X \le x\} \tag{8}$$

性质:

1. $F(x)$是一个不减函数
2. $P\{a < x \le b\} = F(b) - F(a)$
3. $0 \le F(x) \le 1$
4. $F(-\infty) = 0; F(+\infty) = 1$
5. $F(x)$右连续

2.3 常见的离散型随机变量函数分布

1. 0-1分布: $P(X = x_i) = p^{x_i}(1-p)^{1-x_i}$
2. 二项分布: $B(n, p)$: $P(X = k) = C_n^k p^k (1-o)^{n-k}$
3. 几何分布: $P(X = k) = (1-p)^{k-1} p$
4. 泊松分布: $P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$

2.4 连续型随机变量

分布函数：

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\mathrm{d}x \tag{9}$$

性质：

1. $P\{a<x\leq b\}=P\{a\leq x\leq b\}=P\{a<x<b\}=F(b)-F(a)$
2. $P\{x>a\}=1-F(a)$

2.5 连续型随机变量分布

1. 均匀分布$U(a,b)$: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a},a<x<b\\ 0,\text{其他}\end{cases}$
2. 正态分布$N(\mu,\sigma^2)$: $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
3. 标准正态分布$N(0,1)$: $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x)^2}{2}}$
4. 指数分布$e(\lambda)$: $f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x},x>0\\ 0,x\leq 0\end{cases}$

性质：

1. $X\sim N(\mu,\sigma^2),Z=\frac{X-\mu}{\sigma}\sim N(0,1)$
2. $P\{x_1\leq X\leq x_2\}=F(x_2)-F(x_1)=\phi(\frac{x_2-\mu}{\sigma})-\phi(\frac{x_1-\mu}{\sigma})$
3. $P\{X\leq x\}=P\{\frac{X-\mu}{\sigma}\leq\frac{x-\mu}{\sigma}\}=\Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})$
4. $P\{X\geq x\}=P\{\frac{X-\mu}{\sigma}\geq\frac{x-\mu}{\sigma}\}=1-\Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})$
5. 指数函数无记忆性：$P\{x>s+t|x>s\}=P\{x>t\}$

3 二维随机变量及其分布

3.1 联合概率分布律

$X\backslash Y$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$P(X=x_i)$
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
$P(Y=y_i)$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	1