2021计算方法B作业 #11

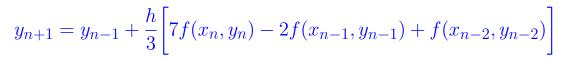


1. 设有常微分初值问题

$$\begin{cases} y'(x) = -y(x), & (0 \le x \le 1) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

假设求解区间[0,1]被 n 等分 (n充分大),令 $h = \frac{1}{n}, x_k = \frac{k}{n}$ (k = 0, 1, ..., n),

- (a) 分别写出用向前Euler公式,向后Euler公式,梯形公式以及改进的Euler公式求上述微分方程数值解时的差分格式(即 y_{k+1} 与 y_k 二者之间的递推关系式);
- (b) 设 $y_0 = y(0)$,分别求此四种公式(方法)下的近似值 y_n 的表达式;(注:这里的 y_n 即是 $y(x_n) \equiv y(1)$ 的近似值)
- (c) 当 n 充分大(即区间长度 $h \to 0$)时,分别判断四种方法下的近似值 y_n 是否收敛到原问题的真解 y(x)在x = 1处的值 (i.e., y(1)).
- 2. 试推导例题7.4(第3版教材151-152页)中的差分格式



的局部截断误差, 即验证

$$T_{n+1} \equiv y(x_{n+1}) - y_{n+1} = \frac{1}{3}h^4y^{(4)}(x_{n-1}) + O(h^5)$$

(提示:将差分格式右端的某些项在某点处同时作Taylor展开)



3. 试用线性多步法构造 p = 1, q = 2 时的隐式差分格式,求该格式局部截断误差的误差主项并判断它的阶,最后为该隐式格式设计一种合适的预估-校正格式。