

Analyse de couverture urbaine par homologie persistante : cas du développement des transports publics

Harnisch Elowan ; 14002

November 25, 2024

L'homologie persistante est une méthode pour calculer des caractéristiques topologiques d'un espace. En l'occurrence ici pour déterminer des "trous" dans une couverture par les transports publics

Définitions

Simplexe

Généralisation d'un triangle en dimension n

Complexe simplicial

Un ensemble de simplexes de dimension non forcément égales

Filtration

Suite croissante pour l'inclusion de complexes simpliciaux

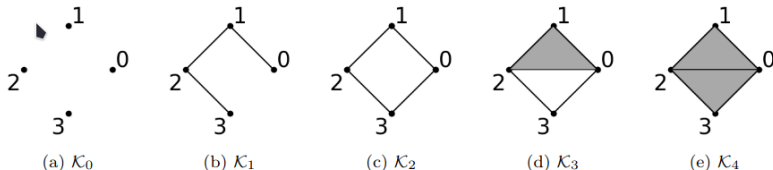


Figure 1: Exemple de filtration

Méthode

- Construction d'une filtration de complexes simpliciaux via les complexes pondérés de Vietoris-Rips
- Construction de la matrice de bordure
- Réduction de cette matrice par l'algorithme standard
- Construction du diagramme de persistance

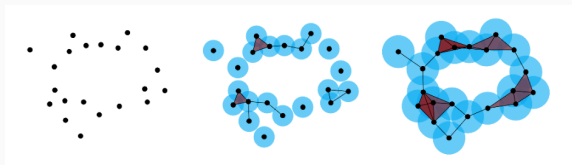


Figure 2: Construction de Vietoris-Rips

Illustration

(a) A filtered simplicial complex:



(b) We put a total order on the simplices that is compatible with the filtration:



where σ_i denotes the i th simplex in this order.

(c) (Left) The boundary matrix B for the filtered simplicial complex in (a) with respect to order on simplices in (b), and (right) its reduction \overline{B} given by applying Algorithm 1 (one first adds column 5 to column 6, and then column 4 to column 6):

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \overline{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(d) We read off the following intervals from the matrix \overline{B} in (c):

- σ_1 is positive, unpaired; this gives the interval $[1, \infty)$ in H_0 .
- σ_2 is positive, paired with σ_4 ; this gives no interval, because σ_2 and σ_4 enter at the same time in the filtration.
- σ_3 is positive, paired with σ_5 ; this gives the interval $[2, 3)$ in H_0 .
- σ_6 is positive, paired with σ_7 ; this gives the interval $[3, 4)$ in H_1 .

Distance

On définit la distance d entre deux stations de metro x et y :

$$d(x, y) = \min(t_{\text{pied}}(x, y), t_{\text{voiture}}(x, y))$$

Pour le calcul des temps de trajet : apidocs.geoapify.com

Pour la récupération des stations et des temps d'attentes moyens :
transport.data.gouv.fr

Résultats so far so good

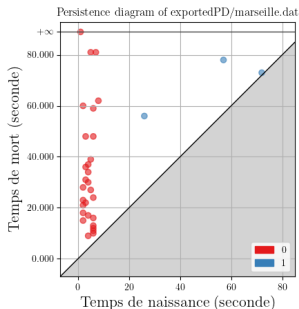


Figure 4: Diagramme de persistance de Marseille

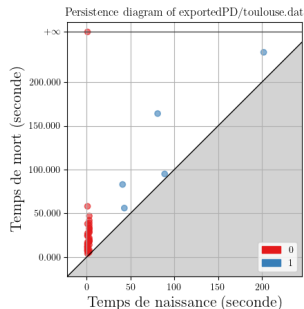


Figure 5: Diagramme de persistance de Toulouse

Résultats so far so good

Carte des zones où il est le moins facile de rejoindre une station de métro en voiture ou velo, et où le temps d'attente en station est le plus haut.

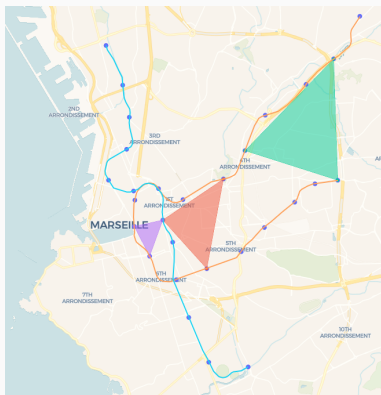


Figure 6: Marseille

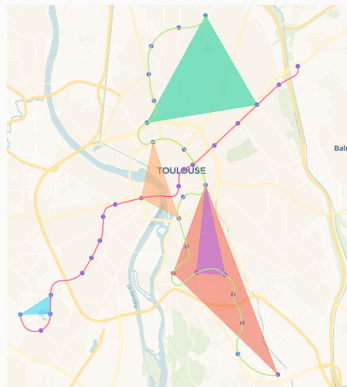


Figure 7: Toulouse

Restant :

- PreTraitement des informations sur Paris/Rennes (environ 20mn)
- Mieux capter les nuances et interprétation dans notre exemple