

Analyse de couverture urbaine par homologie persistante : cas du développement des transports publics

Harnisch Elowan ; 14002

November 19, 2024

L'homologie persistante est une méthode pour calculer des caractéristiques topologiques d'un espace. En l'occurrence ici pour déterminer des "trous" dans une couverture par les transports publics

Définitions

Simplexe

Généralisation d'un triangle en dimension n

Complexe simplicial

Un ensemble de simplexes de dimension non forcément égales

Filtration

Suite croissante pour l'inclusion de complexes simpliciaux

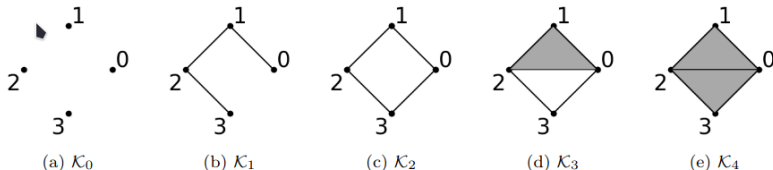


Figure 1: Exemple de filtration

Méthode

- Construction d'une filtration de complexes simpliciaux via les complexes pondérés de Vietoris-Rips
- Construction de la matrice de bordure
- Réduction de cette matrice par l'algorithme standard
- Construction du diagramme de persistance

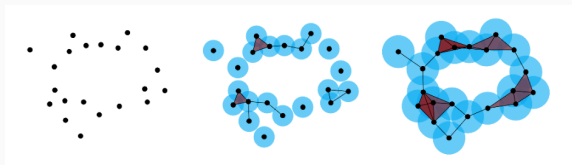


Figure 2: Construction de Vietoris-Rips

Illustration

(a) A filtered simplicial complex:



(b) We put a total order on the simplices that is compatible with the filtration:



where σ_i denotes the i th simplex in this order.

(c) (Left) The boundary matrix B for the filtered simplicial complex in (a) with respect to order on simplices in (b), and (right) its reduction \overline{B} given by applying Algorithm 1 (one first adds column 5 to column 6, and then column 4 to column 6):

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \overline{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(d) We read off the following intervals from the matrix \overline{B} in (c):

- σ_1 is positive, unpaired; this gives the interval $[1, \infty)$ in H_0 .
- σ_2 is positive, paired with σ_4 ; this gives no interval, because σ_2 and σ_4 enter at the same time in the filtration.
- σ_3 is positive, paired with σ_5 ; this gives the interval $[2, 3)$ in H_0 .
- σ_6 is positive, paired with σ_7 ; this gives the interval $[3, 4)$ in H_1 .

Distance

On définit la distance d entre deux stations de metro x et y :

$$d(x, y) = \min(t_{\text{pied}}(x, y), t_{\text{voiture}}(x, y))$$

Pour le calcul des temps de trajet : apidocs.geoapify.com

Pour la récupération des stations et des temps d'attentes moyens :
transport.data.gouv.fr

Résultats so far so good

Pour marseille

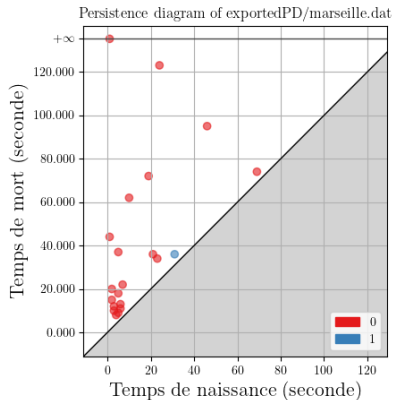


Figure 4: Diagramme de persistance

Résultats so far so good

Pour marseille

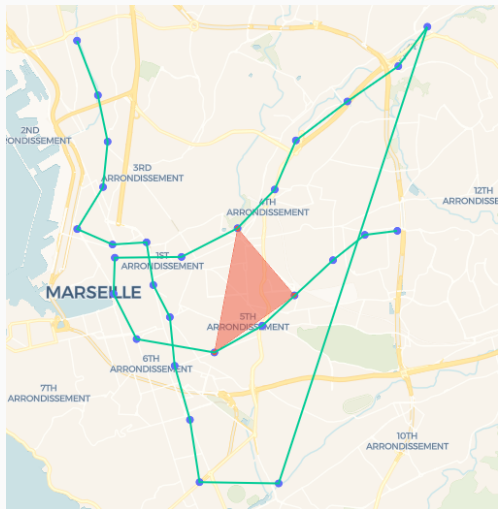


Figure 5: Carte des zones les moins biens deservies de marseille

Restant :

- Compréhension des résultats précédents + correction du programme si nécessaire
- PreTraitement des informations sur Paris/Toulouse/Rennes
- Conclure