Instituto Tecnológico Superior de Chicontepec

Ingeniería en Sistemas Computacionales

Nombre de la materia:

Métodos Numéricos.

Ejercicios de los compañeros.

1.- Método de Newton Raphson.

2.- Método de la secante.

Unidad 3.

Semestre:

Cuarto Semestre.

Nombre del alumno:

Elpidio Torivio Mina

Nombre del docente:

Ing. Efrén Flores Cruz

Fecha: 21 de marzo de 2020.

Método de Newton Raphson.

Encontrar una buena aproximación a una raíz de la siguiente función usando el método de Newton-Raphson. Tomar como punto de partida $x = 1$.

$$f(x) = x^3 - x - 1 = 0 \qquad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 1 \qquad \text{Si } f'(x_n) \neq 0 \qquad \boxed{-\left(\frac{-1}{2}\right)}$$

$$x = 1$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 1 - \frac{f(1)}{f'(1)} = \boxed{1 - \frac{1^3 - 1 - 1}{3 \cdot 1^2 - 1} = 1.5}$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 1.5 - \frac{(1.5)^3 - (1.5) - 1}{3 \cdot (1.5)^2 - 1} = 1.5 - \frac{0.875}{5.75} = 1.347826087$$

$$x_4 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} =$$

$$= 1.347826087 - \frac{(1.347826087)^3 - (1.347826087) - 1}{3(1.347826087)^2 - 1} =$$

$$\frac{0.100682173}{1.444905482} = 1.325200399$$

$$x_2 = 1.32512 - \frac{(1.32572)^3 - 1.32512 - 1}{3(1.32512)^2 - 1}$$

$$= 1.32512 - \frac{2.056659008 \times 10^{-03}}{4.26846512} = 1.324718573$$

1.325200269 - (2.056659008x10^-03 ÷ 4.26846512)

- Utilizar el método de newton-RAPHSON para estimar una solución de la función $f(x) = x^4 + x - 3$ comenzar las iteraciones con $x_0 = 3$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{x^4 + x - 3}{4x^3 + 1} \qquad 2.26\ \frac{81}{109} = 2.26$$

$$x_1 = 3 - \frac{(3)^4 + (3) - 3}{4(3)^3 + 1} = \boxed{x_1 = 2.26}$$

$$\frac{25.34737376}{47.17277904} = 1.72$$

$$x_2 = 2.26 - \frac{(2.26)^4 + (2.26) - 3}{4(2.26)^3 + 1} = \boxed{x_2 = 1.72}$$

$$\frac{7.47217056}{21.353742}$$

$$x_3 = 1.72 - \frac{(1.72)^4 + (1.72) - 3}{4(1.72)^3 + 1} = \boxed{x_3 = 1.37}$$

$$x_4 = 1.37 - \frac{(1.37)^4 + (1.37) - 3}{4(1.37)^3 + 1} = \frac{1.09275561}{11.285412}$$

$$\boxed{x_4 = 1.20}$$

$$x_5 = 1.20 - \frac{(1.20)^4 + (1.20) - 3}{4(1.20)^3 + 1} = \frac{0.2736}{7.912} = 1.16$$

$$\boxed{x_5 = 1.1654196}$$

$$x_5 = 1.16 - \frac{(1.16)^4 + (1.16) - 3}{4(1.16)^3 + 1} = \frac{-0.02936064}{7.243584}$$

$$\boxed{x_5 = 1.164053374}$$

Metodo de Newton - Raphson.

Es un algoritmo para encontrar aproximaciones de los ceros o raices de una función real. Tambien puede ser usada para encontrar el máximo o minimo de una función, encontrando los ceros de su primera derivada

Error Relativo entre dos aproximaciones

$$E = \left| \frac{x_{k+1} - x_k}{|x_{k+1}|} \right|$$

Método de la secante.

Metodo de la secante

El método de la secante se puede pensar como una amplificación del metodo de newton-rapson. En lugar de tomar la derivada de la función cuya raíz se requiere encontrar, se aproxima por una recta secante (de ah el nombre) a la curva, cuya pendiente es aproximadamente igual a la derivada en el punto inicial. La principal diferencia con el método anterior es conocer dos puntos de la funcion para poder generar dicha recta. Sen x_0 y x_1 perteneciente a cierta $f(x)$ se puede defimr.

Ejercicio:

Calcular usando el metodo de la secante la primera intersección entre las funciones entre las funciones $f(x) = \operatorname{Sen}\left(\frac{x}{2}\right)$ y $g(x) = 5e^{-x}$ Graficar.

$$f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right) - 5e^{-x}$$

$$x_0 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = x_1 - F(x_1) \cdot \frac{x_1 - x_0}{F(x_1) - F(0)}$$

$$= 1 - (-1.8743) \cdot \frac{1 - 0}{-1.8743 - (-5)}$$

$$= 1.7996$$

Siguiendo por cuatro iteraciones más, se verá la aproximación comienza a estancarse en un valor

$x_3 = 1,6978$
$x_4 = 1,8122$
$x_5 = 1,8369$
$x_6 = 1,8386$
$f(x_6) \approx 10^{-5} \approx 0$

Donde x es la aproximación que tomaremos como resultado. Sabemos que nunca vamos a poder obtener el resultado exacto de la ecuación pues se ve que es un numero irracional.

Ejemplo: $x^3 - 2x^2 + 10x - 20 \qquad x_1 = 0 \quad x_2 = 1$

Solución $x_i = x_{i-1} - \dfrac{(x_{i-1} - x_{i-2})}{f(x_{i-1}) - (f(x_{i-2})}$

$f(x) = (0)^3 - 2(0)^2 + 10(0) - 20 = -20$
$f(x) = (1)^3 - 2(1)^2 + 10(1) - 20 = -7$

$x_3 = 1 - \dfrac{(1-0)}{(-7-(-20))}(-7) = 1 - \left(\frac{1}{13}\right)(-7) =$

$1 + \frac{7}{13} = 1.5385$

$x_2 = 1.5385$

Evaluando
$f(x_2) = f(1.538) = (1.538)^3 + 2(1.538)^2 + 10(1.538)$
$-20 = 3.744$

i	x_0	x_1	$f(x_0)$	$f(x_1)$	x_i	$f(x_i)$	$\lvert x_i - x_{i-1} \rvert$
2	0	1	-20	-7	1.538	3.749	0.538
3	1	1.538	-7	3.758	1.350	-0.394	0.188
4	1.538	1.350	3.756	-0.394	1.367	-0.016	0.43
5	1.350	1.367	-0.284	-0.019	1.357	-0.224	0.249
6	1.367	1.357	-0.019	-0.219	1.372	0.073	0.155

Una buena aproximación es $\boxed{1.3}$

$$x_3 = 1 - \frac{(1 - 1.538)}{(-7 - (3.758))}(-7) = -1\frac{-0.538}{-10.758}(-7)$$

$$= 1.350$$

$$x_3 = f(1.350) = (1.350)^3 + 2(1.350)^2 + 10(1.350) - 20$$

$$\boxed{= -0.394}$$