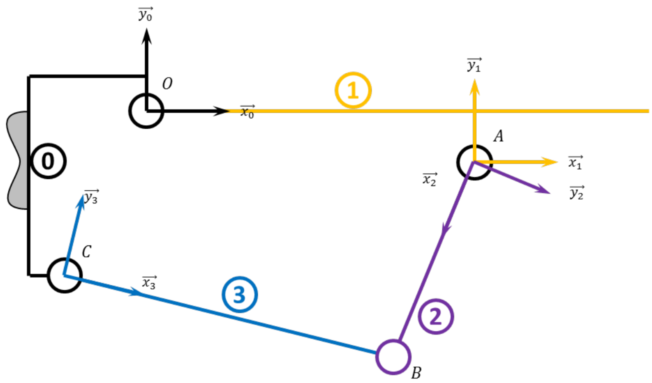
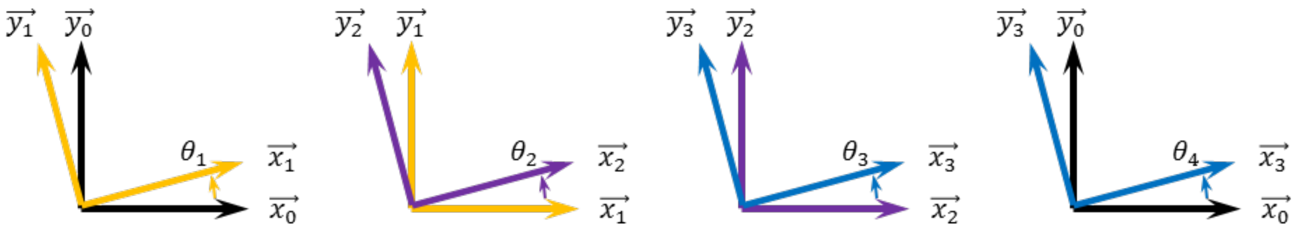
1 Modélisation cinématique et paramétrage





On a :

- $\overrightarrow{OA}=a\overrightarrow{x_1}-f\overrightarrow{y_1}$;
- $\overrightarrow{AB}=b\overrightarrow{x_2}$;
- $\overrightarrow{BC}=-c\overrightarrow{x_3}$;
- $\overrightarrow{OC}=-d\overrightarrow{x_0}-e\overrightarrow{y_0}$;

2 Résolution de la loi Entrée/Sortie

Fermeture géométrique :

$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CO}=\overrightarrow{0} \Longleftrightarrow a\overrightarrow{x_1}+b\overrightarrow{x_2}-c\overrightarrow{x_3}+d\overrightarrow{x_0}+e\overrightarrow{y_0}-f\overrightarrow{y_1}=\overrightarrow{0}$$

$$\Longleftrightarrow a\left(\cos\theta_1\overrightarrow{x_0}+\sin\theta_1\overrightarrow{y_0}\right)+b\left(\cos\theta_2\overrightarrow{x_1}+\sin\theta_2\overrightarrow{y_1}\right)-c\left(\cos\theta_4\overrightarrow{x_0}+\sin\theta_4\overrightarrow{y_0}\right)+d\overrightarrow{x_0}+e\overrightarrow{y_0}-f\left(-\sin\theta_1\overrightarrow{x_1}+\cos\theta_1\overrightarrow{y_0}\right)=\overrightarrow{0}$$

$$\Longleftrightarrow a\left(\cos\theta_1\overrightarrow{x_0}+\sin\theta_1\overrightarrow{y_0}\right)+b\left(\cos\theta_2\left(\cos\theta_1\overrightarrow{x_0}+\sin\theta_1\overrightarrow{y_0}\right)+\sin\theta_2\left(\cos\theta_1\overrightarrow{y_0}-\sin\theta_1\overrightarrow{x_0}\right)\right)$$

$$-c\left(\cos\theta_4\overrightarrow{x_0}+\sin\theta_4\overrightarrow{y_0}\right)+d\overrightarrow{x_0}+e\overrightarrow{y_0}-f\left(-\sin\theta_1\overrightarrow{x_1}+\cos\theta_1\overrightarrow{y_0}\right)=\overrightarrow{0}$$

En projetant les équations sur $\overrightarrow{x_0}$ et sur $\overrightarrow{y_0}$, on a :

$$\left\{\begin{array}{l} a\cos\theta_1+b\cos\theta_2\cos\theta_1-b\sin\theta_2\sin\theta_1-c\cos\theta_4+d+f\sin\theta_1=0 \\ a\sin\theta_1+b\cos\theta_2\sin\theta_1+b\sin\theta_2\cos\theta_1-c\sin\theta_4+e-f\cos\theta_1=0 \end{array}\right.$$

Fermeture angulaire :

$$\left(\overrightarrow{x_0};\overrightarrow{x_1}\right)+\left(\overrightarrow{x_1};\overrightarrow{x_2}\right)+\left(\overrightarrow{x_2};\overrightarrow{x_3}\right)+\left(\overrightarrow{x_3};\overrightarrow{x_0}\right)=0 \Leftrightarrow \theta_1+\theta_2+\theta_3-\theta_4=0$$

3 Recherche du couple moteur

3.1 Bilan des actions mécaniques

Liaison pivot entre 0 et 1 :

$$\{\mathcal{T}(0\rightarrow 1)\}=\left\{\begin{array}{cc} X_{01} & \sim \\ Y_{01} & \sim \\ \sim & 0 \end{array}\right\}_{O,\mathcal{R}_1}$$

Liaison pivot entre 1 et 2 :

$$\{\mathcal{T}(1\rightarrow 2)\}=\left\{\begin{array}{cc} X_{12} & \sim \\ Y_{12}=0 & \sim \\ \sim & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathcal{R}_2}$$

On a :

$$\begin{array}{rcl}
\overrightarrow{\mathcal{M}(O,1\rightarrow 2)} & = & \overrightarrow{\mathcal{M}(A,1\rightarrow 2)}+\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{R(1\rightarrow 2)} \\
\overrightarrow{\mathcal{M}(O,1\rightarrow 2)} & = & \left(a\overrightarrow{x_1}-f\overrightarrow{y_1}\right)\wedge X_{12}\overrightarrow{x_2} \\
\overrightarrow{\mathcal{M}(O,1\rightarrow 2)} & = & a\overrightarrow{x_1}\wedge X_{12}\overrightarrow{x_2}-f\overrightarrow{y_1}\wedge X_{12}\overrightarrow{x_2} \\
\overrightarrow{\mathcal{M}(O,1\rightarrow 2)} & = & aX_{12}\sin\theta_2\overrightarrow{z_0}+fX_{12}\cos\theta_2\overrightarrow{z_0}
\end{array}$$

Liaison pivot entre 2 et 3 :

$$\{\mathcal{T}(2\rightarrow 3)\}=\left\{\begin{array}{cc} X_{23} & \sim \\ Y_{23}=0 & \sim \\ \sim & 0 \end{array}\right\}_{B,\mathcal{R}_2}$$

On a :

$$\begin{array}{rcl}
\overrightarrow{\mathcal{M}(C,2\rightarrow 3)} & = & \overrightarrow{\mathcal{M}(B,2\rightarrow 3)}+\overrightarrow{CB}\wedge\overrightarrow{R(2\rightarrow 3)} \\
 & = & c\overrightarrow{x_3}\wedge X_{23}\overrightarrow{x_2} \\
 & = & -cX_{23}\sin\theta_3\overrightarrow{z}
\end{array}$$

Liaison pivot entre 0 et 3 :

$$\{\mathcal{T}(0\rightarrow 3)\}=\left\{\begin{array}{cc} X_{03} & \sim \\ Y_{03} & \sim \\ \sim & 0 \end{array}\right\}_{B,\mathcal{R}_2}$$

Couple du moteur sur 3 :

$$\{\mathcal{T}(\text{mot}\rightarrow 3)\}=\left\{\begin{array}{cc} 0 & \sim \\ 0 & \sim \\ \sim & C_m \end{array}\right\}_{C,\mathcal{R}_0}$$

Action mécanique sur le portail :

$$\{\mathcal{T}(\text{ext}\rightarrow 1)\}=\left\{\begin{array}{cc} 0 & \sim \\ -F & \sim \\ \sim & 0 \end{array}\right\}_{P,\mathcal{R}_1}$$

On note L la distance OP.

3.2 Isolement de 2

L'application du PFS au solide 2 montre que $Y_{12}=Y_{32}=0$ et que $X_{12}=-X_{32}$.

3.3 Isolement de 3

On applique le théorème du moment statique en C et on montre que :

$$C_m=-cX_{23}\sin\theta_3$$

3.4 Isolement de 1

On applique le théorème du moment statique en O :

$$aX_{12}\sin\theta_2 + fX_{12}\cos\theta_2 - FL = 0 \Leftrightarrow X_{12} = \frac{FL}{a\sin\theta_2 + f\cos\theta_2}$$

3.5 Bilan

$$C_m = -c\frac{FL}{a\sin\theta_2 + f\cos\theta_2}\sin\theta_3$$