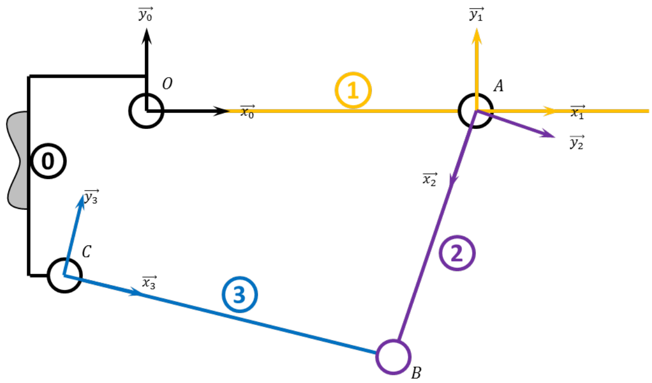
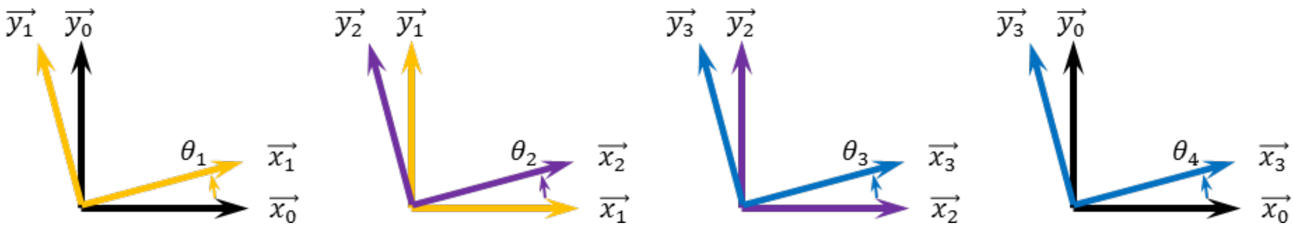
Étude théorique – Analyser, Modéliser, Résoudre – Portail ABB

1 Modélisation cinématique et paramétrage





On a :

- $\overrightarrow{OA} = a\,\overrightarrow{x_1}$;
- $\overrightarrow{AB} = b\,\overrightarrow{x_2}$;
- $\overrightarrow{BC} = -c\,\overrightarrow{x_3}$;
- $\overrightarrow{OC} = -d\,\overrightarrow{x_0} - e\,\overrightarrow{y_0}$;

2 Résolution de la loi Entrée/Sortie

Fermeture géométrique :

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CO}=\overrightarrow{0} \Longleftrightarrow a\,\overrightarrow{x_1}+b\,\overrightarrow{x_2}-c\,\overrightarrow{x_3}+d\,\overrightarrow{x_0}+e\,\overrightarrow{y_0}=\overrightarrow{0}\\
&\Longleftrightarrow a\left(\cos\theta_1\overrightarrow{x_0}+\sin\theta_1\overrightarrow{y_0}\right)+b\left(\cos\theta_2\overrightarrow{x_1}+\sin\theta_2\overrightarrow{y_1}\right)-c\left(\cos\theta_4\overrightarrow{x_0}+\sin\theta_4\overrightarrow{y_0}\right)+d\,\overrightarrow{x_0}+e\,\overrightarrow{y_0}=\overrightarrow{0}\\
&\Longleftrightarrow a\left(\cos\theta_1\overrightarrow{x_0}+\sin\theta_1\overrightarrow{y_0}\right)+b\left(\cos\theta_2\left(\cos\theta_1\overrightarrow{x_0}+\sin\theta_1\overrightarrow{y_0}\right)+\sin\theta_2\left(\cos\theta_1\overrightarrow{y_0}-\sin\theta_1\overrightarrow{x_0}\right)\right)\\
&\qquad -c\left(\cos\theta_4\overrightarrow{x_0}+\sin\theta_4\overrightarrow{y_0}\right)+d\,\overrightarrow{x_0}+e\,\overrightarrow{y_0}=\overrightarrow{0}
\end{aligned}$$

En projetant les équations sur $\overrightarrow{x_0}$ et sur $\overrightarrow{y_0}$, on a :

$$\left\{\begin{array}{l}
a\cos\theta_1+b\cos\theta_2\cos\theta_1-b\sin\theta_2\sin\theta_1-c\cos\theta_4+d=0\\
a\sin\theta_1+b\cos\theta_2\sin\theta_1+b\sin\theta_2\cos\theta_1-c\sin\theta_4+e=0
\end{array}\right.$$

Fermeture angulaire :

$$\left(\overrightarrow{x_0};\overrightarrow{x_1}\right)+\left(\overrightarrow{x_1};\overrightarrow{x_2}\right)+\left(\overrightarrow{x_2};\overrightarrow{x_3}\right)+\left(\overrightarrow{x_3};\overrightarrow{x_0}\right)=0 \Leftrightarrow \theta_1+\theta_2+\theta_3-\theta_4=0$$