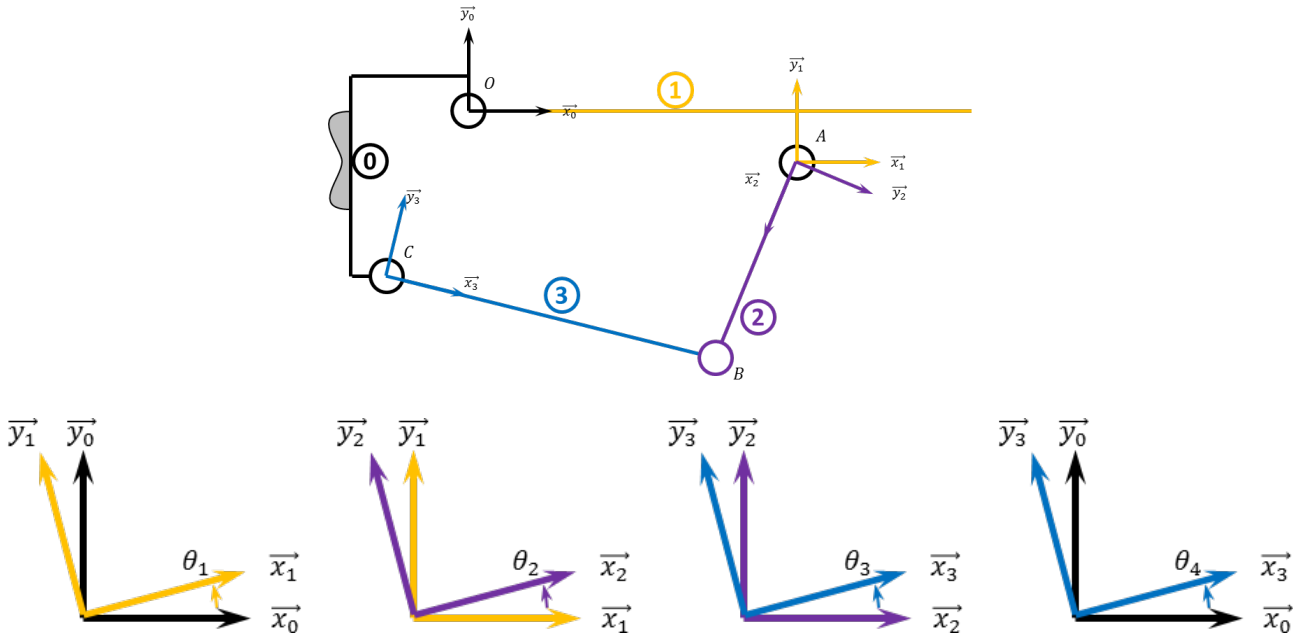


1 Modélisation cinématique et paramétrage



On a :

- $\vec{OA} = a \vec{x}_1 - f \vec{y}_1$;
- $\vec{AB} = b \vec{x}_2$;
- $\vec{BC} = -c \vec{x}_3$;
- $\vec{OC} = -d \vec{x}_0 - e \vec{y}_0$;

2 Résolution de la loi Entrée/Sortie

Fermeture géométrique :

$$\begin{aligned} \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CO} &= \vec{0} \iff a \vec{x}_1 + b \vec{x}_2 - c \vec{x}_3 + d \vec{x}_0 + e \vec{y}_0 - f \vec{y}_1 = \vec{0} \\ \iff a (\cos \theta_1 \vec{x}_0 + \sin \theta_1 \vec{y}_0) + b (\cos \theta_2 \vec{x}_1 + \sin \theta_2 \vec{y}_1) - c (\cos \theta_4 \vec{x}_0 + \sin \theta_4 \vec{y}_0) + d \vec{x}_0 + e \vec{y}_0 - f (-\sin \theta_1 \vec{x}_1 + \cos \theta_1 \vec{y}_0) &= \vec{0} \\ \iff a (\cos \theta_1 \vec{x}_0 + \sin \theta_1 \vec{y}_0) + b (\cos \theta_2 (\cos \theta_1 \vec{x}_0 + \sin \theta_1 \vec{y}_0) + \sin \theta_2 (\cos \theta_1 \vec{y}_0 - \sin \theta_1 \vec{x}_0)) - c (\cos \theta_4 \vec{x}_0 + \sin \theta_4 \vec{y}_0) + d \vec{x}_0 + e \vec{y}_0 - f (-\sin \theta_1 \vec{x}_1 + \cos \theta_1 \vec{y}_0) &= \vec{0} \end{aligned}$$

En projetant les équations sur \vec{x}_0 et sur \vec{y}_0 , on a :

$$\begin{cases} a \cos \theta_1 + b \cos \theta_2 \cos \theta_1 - b \sin \theta_2 \sin \theta_1 - c \cos \theta_4 + d + f \sin \theta_1 = 0 \\ a \sin \theta_1 + b \cos \theta_2 \sin \theta_1 + b \sin \theta_2 \cos \theta_1 - c \sin \theta_4 + e - f \cos \theta_1 = 0 \end{cases}$$

Fermeture angulaire :

$$(\vec{x}_0; \vec{x}_1) + (\vec{x}_1; \vec{x}_2) + (\vec{x}_2; \vec{x}_3) + (\vec{x}_3; \vec{x}_0) = 0 \iff \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 = 0$$

3 Recherche du couple moteur

3.1 Bilan des actions mécaniques

Liaison pivot entre 0 et 1 :

$$\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\} = \begin{pmatrix} X_{01} & \sim \\ Y_{01} & \sim \\ \sim & 0 \end{pmatrix}_{O, \mathcal{R}_1}$$

Liaison pivot entre 1 et 2 :

$$\{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\} = \begin{pmatrix} X_{12} & \sim \\ Y_{12} = 0 & \sim \\ \sim & 0 \end{pmatrix}_{A, \mathcal{R}_2}$$

On a :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathcal{M}(O, 1 \rightarrow 2)} &= \overrightarrow{\mathcal{M}(A, 1 \rightarrow 2)} + \overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{R(1 \rightarrow 2)} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}(O, 1 \rightarrow 2)} &= (a \vec{x}_1 - f \vec{y}_1) \wedge X_{12} \vec{x}_2 \\ \overrightarrow{\mathcal{M}(O, 1 \rightarrow 2)} &= a \vec{x}_1 \wedge X_{12} \vec{x}_2 - f \vec{y}_1 \wedge X_{12} \vec{x}_2 \\ \overrightarrow{\mathcal{M}(O, 1 \rightarrow 2)} &= a X_{12} \sin \theta_2 \vec{z}_0 + f X_{12} \cos \theta_2 \vec{z}_0 \end{aligned}$$

Liaison pivot entre 2 et 3 :

$$\{\mathcal{T}(2 \rightarrow 3)\} = \begin{pmatrix} X_{23} & \sim \\ Y_{23} = 0 & \sim \\ \sim & 0 \end{pmatrix}_{B, \mathcal{R}_2}$$

On a :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathcal{M}(C, 2 \rightarrow 3)} &= \overrightarrow{\mathcal{M}(B, 2 \rightarrow 3)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{R(2 \rightarrow 3)} \\ &= c \vec{x}_3 \wedge X_{23} \vec{x}_2 \\ &= -c X_{23} \sin \theta_3 \vec{z} \end{aligned}$$

Liaison pivot entre 0 et 3 :

$$\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 3)\} = \begin{pmatrix} X_{03} & \sim \\ Y_{03} & \sim \\ \sim & 0 \end{pmatrix}_{B, \mathcal{R}_2}$$

Couple du moteur sur 3 :

$$\{\mathcal{T}(\text{mot} \rightarrow 3)\} = \begin{pmatrix} 0 & \sim \\ 0 & \sim \\ \sim & C_m \end{pmatrix}_{C, \mathcal{R}_0}$$

Action mécanique sur le portail :

$$\{\mathcal{T}(\text{ext} \rightarrow 1)\} = \begin{pmatrix} 0 & \sim \\ -F & \sim \\ \sim & 0 \end{pmatrix}_{P, \mathcal{R}_1}$$

On note L la distance OP .

3.2 Isolement de 2

L'application du PFS au solide 2 montre que $Y_{12} = Y_{32} = 0$ et que $X_{12} = -X_{32}$.

3.3 Isolement de 3

On applique le théorème du moment statique en C et on montre que :

$$C_m = -c X_{23} \sin \theta_3$$

3.4 Isolement de 1

On applique le théorème du moment statique en O :

$$aX_{12} \sin \theta_2 + fX_{12} \cos \theta_2 - FL = 0 \Leftrightarrow X_{12} = \frac{FL}{a \sin \theta_2 + f \cos \theta_2}$$

3.5 Bilan

$$C_m = -c \frac{FL}{a \sin \theta_2 + f \cos \theta_2} \sin \theta_3$$