

# Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)

## PTC5719 - Identificação de sistemas

### Elton Inacio Alves Junior - 12501745

### LISTA 1

1 - Considere um processo linear, invariante no tempo, de tempo contínuo, descrito pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K \cdot e^{-\theta \cdot s}}{\tau \cdot s + 1}$$
 sendo: K=2;  $\tau$ =10 s e  $\theta$ =4 s.

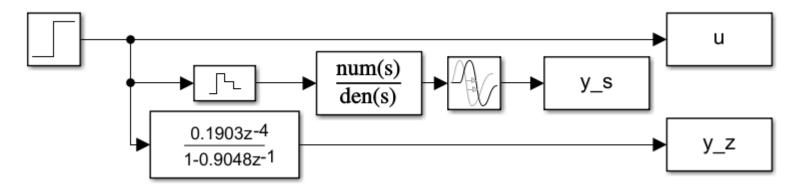
**A**. Discretize o modelo do processo, supondo intervalo de amostragem T=1 s e a presença de segurador de ordem zero (zero order hold). Doravante se designará por processo o modelo em tempo contínuo, pois representa um processo real em tempo contínuo e por modelo do processo a versão em tempo discreto, que representa um modelo do processo real. Implante em Simulink os modelos em tempo contínuo e em tempo discreto, aplicando um método de integração numérica de passo fixo com Δt=0,01 s e uma decimação de 100 para os dados analógicos. Para a parte digital empregue T=1 s. Suponha que ambos os modelos sejam submetidos a uma entrada em degrau de 0,1 em t=0 s. Simule-os por 20 s. O sinal de entrada u(t) para o modelo em tempo contínuo passa por um segurador de ordem zero. Comente as diferenças na saída dos dois modelos. Para gerar os gráficos use o comando plot para sinais em tempo contínuo e stairs para sinais em tempo discreto. Insira as duas respostas em um mesmo gráfico, a fim de poder compará-las.

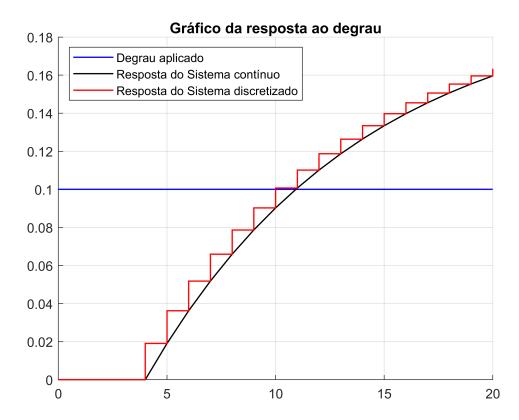
Utilizando o auxilio do MATLAB com a discertizando sistema usando função "c2d" do Matlab com T=1:

```
k = 2;
tau = 10;
t_heta = 4;

% Sistema Contínuo
    Sisc = tf(k,[tau 1],'inputdelay',t_heta);

% Convertendo para discreto
    Sisd=c2d(Sisc,1,'zoh');
```





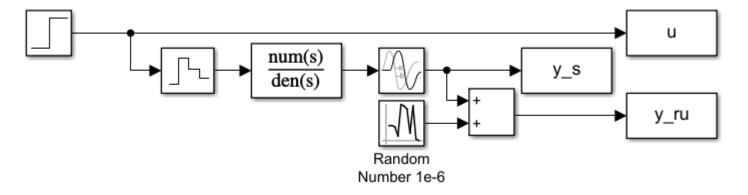
**Comentários:** O modelo discretizado, se aproxima do modelo contínuo, provando que é fiel em representar o processo. Porém quanto menor fosse o valor de "T" (intervalo de amostragem), o modelo discreto se aproximaria ainda mais da curva do processo.

**B**. Suponha que o sinal medido de saída seja afetado por ruído aleatório com distribuição gaussiana, com média nula e variância 1e-6. Mostre o gráfico de y(t) em tempo contínuo afetado por ruído com entrada em degrau de 0,1 em t=0 s. Simule o processo por 20 s.

```
clc;clear;close all;
warning off;

% Variáveis...
   grf_b=0;
   lne=1;
   variante=1e-6;
   k=2;
   tau=10;
   t_heta=4;

% Rodando simulação do Simulink
   Tsim = 20;
```





**Comentários:** Podemos observar na resposta gerada acima, ao se aplicar um ruído com a variância de , a resposta permanece bastante fiel a saída da planta sem o ruído.

**C**. Considere que o processo em tempo contínuo seja afetado por perturbações v(t), com v(t) sendo gerado de três modos diferentes: v(t)=e(t), sendo que e(t) corresponde a ruído branco com média nula e variância  $\lambda^2$ , a qual pode assumir dois valores: 0,001 (baixa) e 0,1 (alta); e(t) passando por uma função de transferência de1<sup>a</sup> ordem e e(t) passando por uma função de transferência de 2<sup>a</sup> ordem, conforme indicado a seguir:

$$G_{pert,1}(s) = \frac{V_1(s)}{E(s)} = \frac{K_{pert,1}}{\tau_{pert,1} \cdot s + 1} \qquad \text{sendo: } K_{pert,1} = 1 \text{ e } \tau_{pert,1} = 5 \text{ s.}$$

$$G_{pert,2}(s) = \frac{V_2(s)}{E(s)} = \frac{K_{pert,2}}{(\tau_{pert,2,1} \cdot s + 1) \cdot (\tau_{pert,2,2} \cdot s + 1)} \text{ sendo: } K_{pert,2} = 2; \ \tau_{pert,2,1} = 5 \text{ s.}$$

Utilize o seguinte código para distinguir as perturbações:

**Vdireta\_baixa** : perturbação v(t)=e(t) com variância  $\lambda^2 = 0.001$  (baixa)

**Vdireta\_alta** : perturbação v(t)=e(t) com variância  $\lambda^2$  =0,1 (alta)

**v1**\_ **baixa** : perturbação com v(t)=e(t) filtrado por f.t. de 1<sup>a</sup> ordem com variância  $\lambda^2$  =0,001

v1 alta: perturbação com v(t)=e(t) filtrado por f.t. de 1<sup>a</sup> ordem com variância  $\lambda^2$  =0,1

**v2 \_ baixa** : perturbação com v(t)=e(t) filtrado por f.t. de  $2^a$  ordem com variância  $\lambda^2$  =0,001

**v2\_alta**: perturbação com v(t)=e(t) filtrado por f.t. de  $2^a$  ordem com variância  $\lambda^2$  =0,1

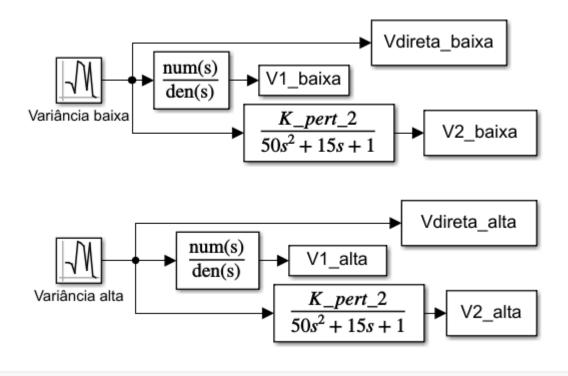
Implante em Simulink os modelos de perturbação em tempo contínuo. Assuma que eles sejam submetidos a um sinal aleatório com intervalo de amostragem T com distribuição gaussiana, com média nula e variância 0,001 (baixa) e 0,1 (alta). Simule-os por 20 s. Comente as diferenças na saída das três formas de perturbação, isto é, o efeito dos filtros lineares no sinal aleatório. Gere a função de transferência discreta equivalente a cada uma das duas perturbações citadas neste item, considerando T=1 s.

```
clc;clear;close all;

% Variáveis...
    grf_bax=0;
    grf_alt=0;

    lne=1;
    %variâncias
    bax=0.001;
    alt=0.1;

    K_pert_1=1;
    Tau_pert_1=5;
    t_heta=4;
    K_pert_2=2;
    Tau_pert_21=5;
    Tau_pert_21=5;
    Tau_pert_22=10;
```



```
% Rodando simulação do Simulink
    Tsim = 20;
    sim('Lista_1_Simu_3');

% Sistema Contínuo
    Sisc1=tf(K_pert_1,[Tau_pert_1 1],'inputdelay',t_heta);
    Sisc2=tf(K_pert_2,[50 15 1],'inputdelay',t_heta);

% Convertendo para discreto
    Sisd1=c2d(Sisc1,1,'zoh');
    Sisd2=c2d(Sisc2,1,'zoh');
```

```
% Plotando o gráfico
ax1 = subplot(2,1,1);
  grf_bax = grf_bax + 1;
  figure(grf_bax);
  grid;
  hold on;
  plot(t,Vdireta_baixa,'black','linewidth',lne);
                                    % Degrau
  title({'Saida com Ruído aleatório de baixa variância 0.001'});
  legend('V direta baixa','V1_ baixa','V2_ baixa','location','northwest');
  % Plotando o gráfico
ax2 = subplot(2,1,2);
  grf_alt = grf_alt + 1;
  figure(grf_alt);
  grid;
  hold on;
  title({'Saida com Ruído aleatório de alta variância 0.1'});
  legend('V direta alta','V1_ alta','V2_ alta','location','northwest');
```

Utilizado função "c2d" no Matlab:

```
Sisd1 = 0.1813
```

z^(-4) \* -----z - 0.8187 Sample time: 1 seconds

Discrete-time transfer function.

#### Sisd2

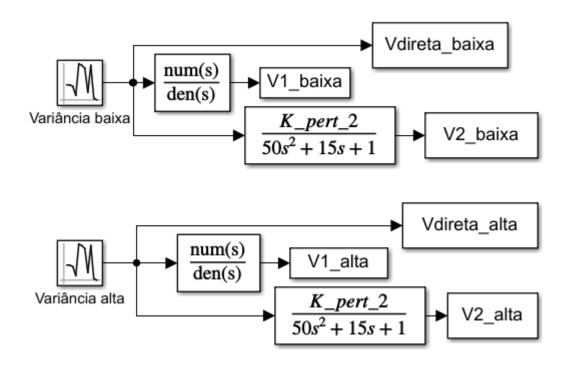
Como não é possivel verificar em detalhes a atuação dos filtros, abaixo é apresentado um gráfico sem a perturbação não filtrada:

```
clc;clear;close all;

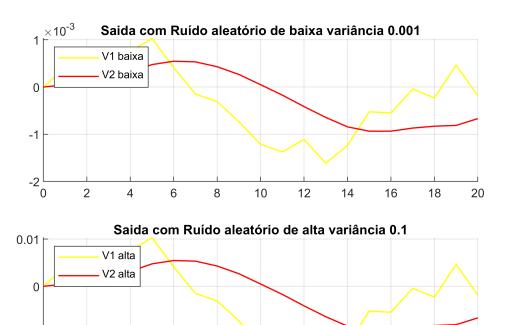
% Variáveis...
    grf_bax=0;
    grf_alt=0;

    lne=1;
    %variâncias
    bax=0.001;
    alt=0.1;

    K_pert_1=1;
    Tau_pert_1=5;
    t_heta=4;
    K_pert_2=2;
    Tau_pert_21=5;
    Tau_pert_21=5;
    Tau_pert_22=10;
```



```
% Rodando simulação do Simulink
   Tsim = 20;
   sim('Lista_1_Simu_3');
% Sistema Contínuo
   Sisc1=tf(K_pert_1,[Tau_pert_1 1],'inputdelay',t_heta);
   Sisc2=tf(K_pert_2,[50 15 1],'inputdelay',t_heta);
% Convertendo para discreto
   Sisd1=c2d(Sisc1,1,'zoh');
   Sisd2=c2d(Sisc2,1,'zoh');
% Plotando o gráfico
ax1 = subplot(2,1,1);
   grf_bax = grf_bax + 1;
   figure(grf_bax);
   grid;
   hold on;
   %plot(t,Vdireta baixa,'black','linewidth',lne);
                                                      % Degrau
                                               % Contínuo
   plot(t,V1_baixa,'yellow','linewidth',lne);
   title({'Saida com Ruído aleatório de baixa variância 0.001'});
   legend('V1_ baixa','V2_ baixa','location','northwest');
% Plotando o gráfico
ax2 = subplot(2,1,2);
```



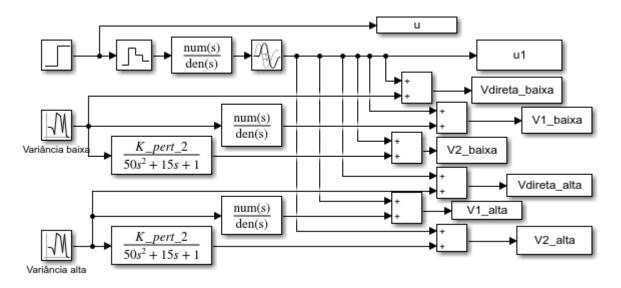
-0.01

-0.02

**Comentários:** Importante observarmos que embora os dois gráficos pareçam iguais, suas escalas do eixo y são diferentes, devido a amplitude da variância do sinal. Portanto, podemos perceber que a eficiência dos filtros de primeira ordem, são as mesmas, o que muda é a amplitude, devido a amplitude do sinal de entrada. O mesmo acontece com o filtro de segunda ordem.

**D.** Considere que se acrescentem perturbações aditivas ao processo. Implemente em Simulink o modelo do processo acrescido do modelo das perturbações (somente na forma analógica). Faça isto para as três formas de perturbação citadas na alínea "c" e para as duas intensidades da perturbação. Plote os gráficos da saída y(t) afetada pelas perturbações v(t), supondo que o processo seja submetido a uma entrada em degrau de 0,1 em t=0 s. Simule os modelos por 60 s. Comente o efeito das perturbações na saída do processo, conforme se modifica a forma de gerar a perturbação e quando se lida com perturbações com baixa e alta intensidade. Qual perturbação afeta mais a saída y(t)?

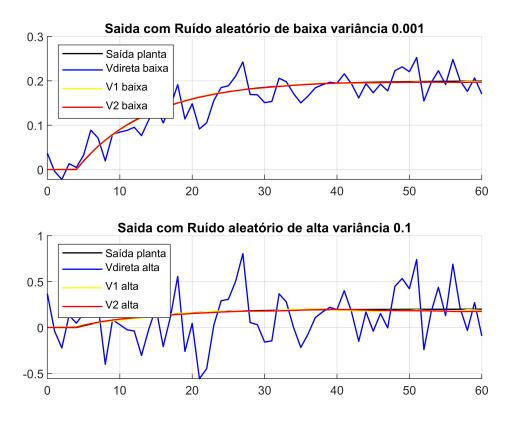
```
clc;clear;close all;
% Variáveis...
    grf bax=0;
    grf_alt=0;
    lne=1;
    %variâncias
    bax=0.001;
    alt=0.1;
    k=2;
    tau=10;
    K_pert_1=1;
    Tau_pert_1=5;
    t_heta=4;
    K_pert_2=2;
    Tau_pert_21=5;
    Tau_pert_22=10;
```



```
% Rodando simulação do Simulink
    Tsim = 60;
    sim('Lista_1_Simu_4');
% Sistema Contínuo
    Sisc1=tf(K_pert_1,[Tau_pert_1 1],'inputdelay',t_heta);
    Sisc2=tf(K_pert_2,[50 15 1],'inputdelay',t_heta);

% Convertendo para discreto
    Sisd1=c2d(Sisc1,1,'zoh');
    Sisd2=c2d(Sisc2,1,'zoh');
% Plotando o gráfico
```

```
ax1 = subplot(2,1,1);
   grf_bax = grf_bax + 1;
   figure(grf_bax);
   grid;
   hold on;
   plot(t,u1,'black','linewidth',lne);
                                     % Degrau
   plot(t,Vdireta_baixa,'blue','linewidth',lne);
                                             % Degrau
   title({ 'Saida com Ruído aleatório de baixa variância 0.001' });
   legend('Saída planta','Vdireta_ baixa','V1_ baixa','V2_ baixa','location','northwest');
% Plotando o gráfico
ax2 = subplot(2,1,2);
   grf_alt = grf_alt + 1;
   figure(grf_alt);
   grid;
   hold on;
   plot(t,u1,'black','linewidth',lne);
                                     % Degrau
   plot(t,Vdireta_alta,'blue','linewidth',lne);
                                            % Degrau
   plot(t,V1_alta,'yellow','linewidth',lne);
                                       % Contínuo
   title({'Saida com Ruído aleatório de alta variância 0.1'});
   legend('Saída planta','Vdireta_ alta','V1_ alta','V2_ alta','location','northwest');
```



**Comentários:** Sem dúvida, a perturbação de alta variância (0,1) afeta mais a saída do sistema. portanto podemos perceber também, que mesmo com a variância baixa, se não tivermos filtros, as saídas são bem descaracterizadas.

**E**. Adicione na saída do processo duas perturbações simultâneas, correspondentes a v1 e v2, as quais devem ser geradas com sinais aleatórios com "amplitudes" alta e baixa e com sementes diferentes, para evitar que elas sejam correlacionadas. Considere que y seja afetado por ruído de medição, como citado no item "b". Implemente em Simulink esta versão do processo. Plote os gráficos da saída y(t) afetada pelas perturbações v1 e v2, supondo que o processo seja submetido a uma entrada em degrau de 0,1 em t=0 s. Simule os modelos por 60 s.

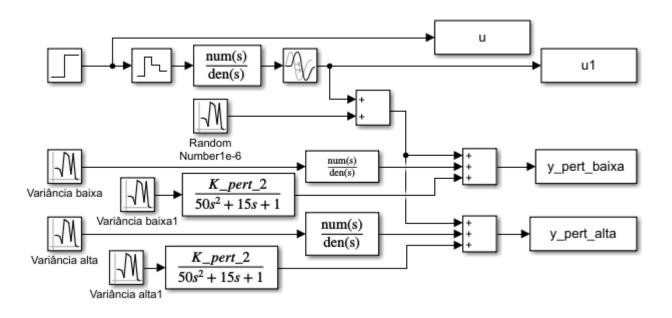
```
clc;clear;close all;

% Variáveis...
   grf_bax=0;
   grf_alt=0;

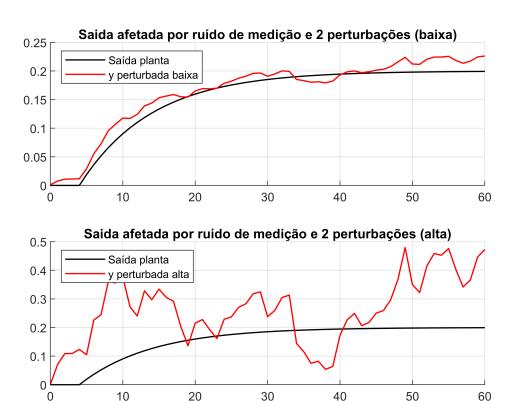
   lne=1;
   %variâncias
   bax=0.001;
   alt=0.1;
   variante=1e-6;

k=2;
   tau=10;
```

```
K_pert_1=1;
Tau_pert_1=5;
t_heta=4;
K_pert_2=2;
Tau_pert_21=5;
Tau_pert_22=10;
```



```
% Rodando simulação do Simulink
   Tsim = 60;
   sim('Lista_1_Simu_5');
% Sistema Contínuo
   Sisc1=tf(K_pert_1,[Tau_pert_1 1],'inputdelay',t_heta);
   Sisc2=tf(K_pert_2,[50 15 1],'inputdelay',t_heta);
% Convertendo para discreto
   Sisd1=c2d(Sisc1,1,'zoh');
   Sisd2=c2d(Sisc2,1,'zoh');
% Plotando o gráfico
ax1 = subplot(2,1,1);
   grf_bax = grf_bax + 1;
   figure(grf_bax);
   grid;
   hold on;
   plot(t,u1,'black','linewidth',lne);
                                      % Degrau
   title({'Saida afetada por ruído de medição e 2 perturbações (baixa)'});
   legend('Saída planta','y perturbada baixa','location','northwest');
```

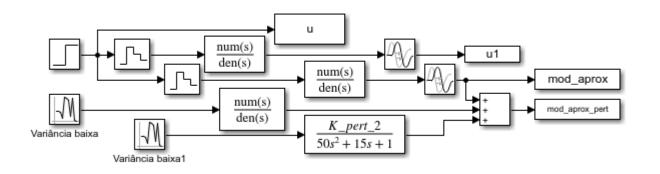


**Comentários:** Observando que mesmo com as perturbações passando pelos filtros, a de alta variância compromete bastante a saída da planta.

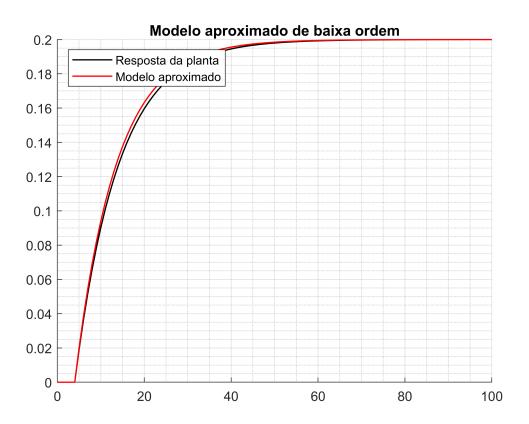
**F**. Para os dois processos do item anterior, com perturbações alta e baixa, seria possível estimar, com base na resposta ao degrau (identificação não-paramétrica baseada na curva de reação do processo), um modelo para o sistema e seus parâmetros? Em caso afirmativo, qual seria esse modelo e seus parâmetros? Compare a saída do modelo aproximado com a saída do processo sem perturbação quando excitados pelo mesmo degrau. Estime também o tempo de acomodação aproximado do processo ts ao se empregar perturbações de baixa intensidade.

```
clc;clear;close all;
```

```
% Variáveis...
    grf=0;
    lne=1;
    %variâncias
    bax=0.001;
    alt=0.1;
    variante=1e-6;
    k=2;
    tau=10;
    t_heta=4;
    K_pert_1=1;
    Tau_pert_1=5;
    K pert 2=2;
    Tau_pert_21=5;
    Tau_pert_22=10;
    K2=2;
    TAU2=9.45;
    t_heta2=2.884;
```

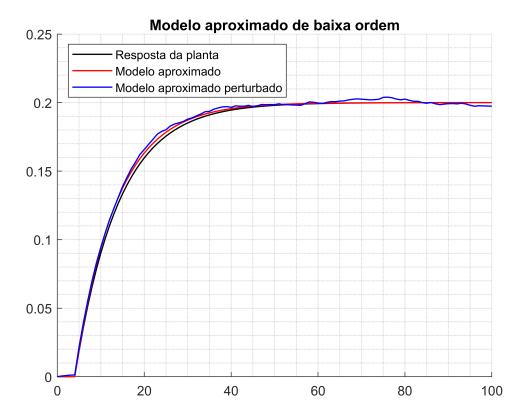


```
title({'Modelo aproximado de baixa ordem'});
legend('Resposta da planta','Modelo aproximado','location','northwest');
```



#### Aplicando uma preturbação ao modelo aproximado, temos:

```
% Rodando simulação do Simulink
    Tsim = 100;
    sim('Lista_1_Simu_6');
% Plotando o gráfico
    grf = grf + 1;
    figure(grf);
    grid on;
    grid minor;
    hold on;
    plot(t,u1,'black','linewidth',lne);
                                              % Degrau
    plot(t,mod_aprox,'red','linewidth',lne);
                                                 % Contínuo
    plot(t,mod_aprox_pert,'blue','linewidth',lne);
    title({'Modelo aproximado de baixa ordem'});
    legend('Resposta da planta','Modelo aproximado','Modelo aproximado perturbado','location',
```



**Comentários:** Observando que mesmo com as perturbações passando pelos filtros, a de alta variância compromete bastante a saída da planta.

**G**. Excite o processo com um pulso unitário e registre a saída do mesmo, considerando a saída y limpa (sem perturbações nem ruído de medição) e a saída y2 afetada por ambas as perturbações (v1 e v2) com baixa e alta intensidade e por ruído de medição. Simule a planta por 2\*ts. É possível nas três saídas medidas enxergar bem a função-peso do sistema?

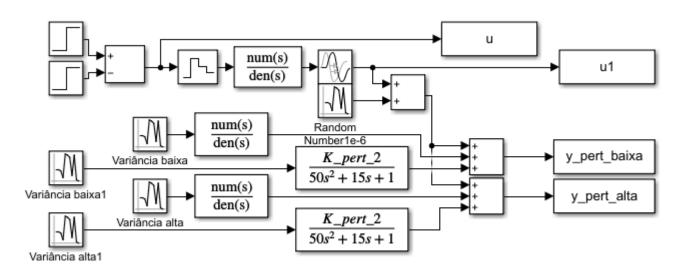
```
clc;clear;close all;

% Variáveis...
    grf_bax=0;
    grf_alt=0;

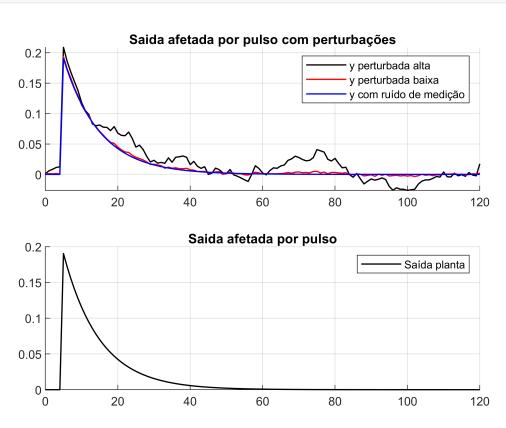
    lne=1;
    %variâncias
    bax=0.001;
    alt=0.1;
    variante=1e-6;

k=2;
    tau=10;
    K_pert_1=1;
    Tau_pert_1=5;
    t_heta=4;
    K_pert_2=2;
```

```
Tau_pert_21=5;
Tau_pert_22=10;
```



```
% Rodando simulação do Simulink
    Tsim = 120;
    sim('Lista_1_Simu_7');
% Sistema Contínuo
    Sisc1=tf(K_pert_1,[Tau_pert_1 1],'inputdelay',t_heta);
    Sisc2=tf(K_pert_2,[50 15 1],'inputdelay',t_heta);
% Convertendo para discreto
    Sisd1=c2d(Sisc1,1,'zoh');
    Sisd2=c2d(Sisc2,1,'zoh');
% Plotando o gráfico
ax1 = subplot(2,1,1);
    grf_bax = grf_bax + 1;
    figure(grf_bax);
    grid;
    hold on;
    plot(t,y_pert_alta,'black','linewidth',lne);
                                                        % Degrau
    plot(t,y_pert_baixa,'red','linewidth',lne);
                                                    % Contínuo
    plot(t,u1,'blue','linewidth',lne);
   title({'Saida afetada por pulso com perturbações'});
    legend('y perturbada alta','y perturbada baixa','y com ruído de medição','location','northo
% Plotando o gráfico
ax2 = subplot(2,1,2);
    grf_alt = grf_alt + 1;
    figure(grf_alt);
    grid;
    hold on;
```



**Comentários:** Com a perturbação em alta amplitude, não podemos enxergar a função peso do sistema, mas com a perturbação de baixa, conseguimos visualizar, mas percebemos que está sendo perturbada.

**H**. Empregue as três respostas impulsivas obtidas no item anterior para determinar a resposta a um degrau de amplitude 0,1 aplicado em t=0 s, via somatório de convolução.

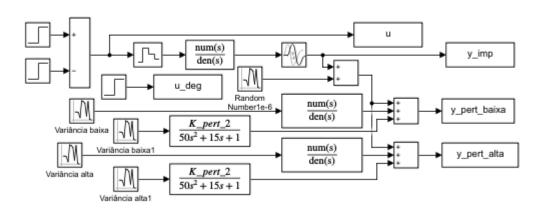
```
clc;clear;close all;

% Variáveis...
   grf=0;

   lne=1;
   %variâncias
   bax=0.001;
   alt=0.1;
   variante=1e-6;

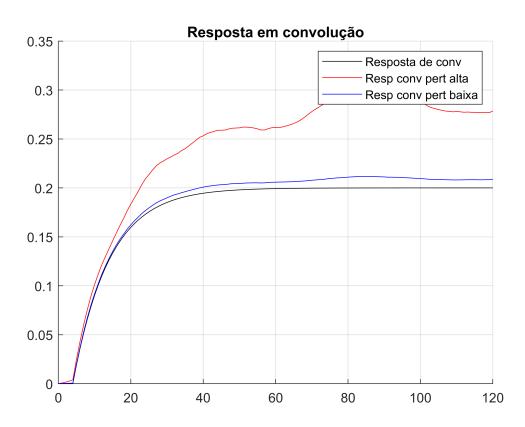
T=1;
   k=2;
```

```
tau=10;
K_pert_1=1;
Tau_pert_1=5;
t_heta=4;
K_pert_2=2;
Tau_pert_21=5;
Tau_pert_21=5;
```



```
% Rodando simulação do Simulink
    Tsim = 120;
    sim('Lista_1_Simu_8');
% Convolução
    %pega o comprimento da matriz das saídas
    L_imp=length(y_imp);
                                    %saída ao impulso (limpa)
    L imp a=length(y pert alta);
                                    %saída ao impulso com perturbaçção alta
                                    %saída ao impulso com perturbaçção baixa
    L_imp_b=length(y_pert_baixa);
                                    %sáida de um degrau de amplitude 0.1
    L_deg=length(u_deg);
    %calcula um valor de "te" para cada sáida
    te=1:L_imp+L_deg-1;
    te_a=1:L_imp_a+L_deg-1;
    te_b=1:L_imp_b+L_deg-1;
    %salva as saídas em outras variaveis
    g=y_imp;
    g_a=y_pert_alta;
    g_b=y_pert_baixa;
    u=u_deg;
    %Cria a convolução de cada saída
    yc=conv(g*T,u);
    yc_a=conv(g_a*T,u);
    yc_b=conv(g_b*T,u);
% Plotando o gráfico
    grf = grf + 1;
```

```
figure(grf);
grid;
hold on;
plot((te-1)*T,yc,'black')
plot((te-1)*T,yc_a,'red')
plot((te-1)*T,yc_b,'blue')
xlim ([0 120]);
title({'Resposta em convolução'});
legend('Resposta de conv','Resp conv pert alta','Resp conv pert baixa','location','northeas
```



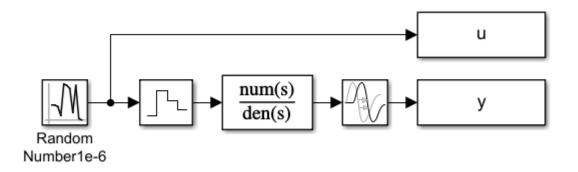
I. Empregue o método da análise de correlação para estimar a função-peso do sistema. Para tal, colete 1000 pontos do processo. Faça isso considerando a saída y limpa (sem perturbações nem ruído de medição) e a saída y2 afetada por ambas as perturbações (v1 e v2) com baixa e alta intensidade e por ruído de medição. Compare as funções-peso aqui obtidas com aquela gerada no item anterior para a saída y limpa.

```
clc;clear;close all;

%variâncias
    bax=0.001;

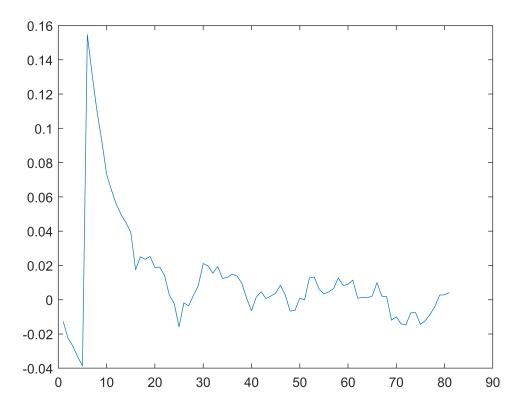
T=1;

k=2;
    tau=10;
    t_heta=4;
```



```
Tsim = 1000;
sim('Lista_1_Simu_9');

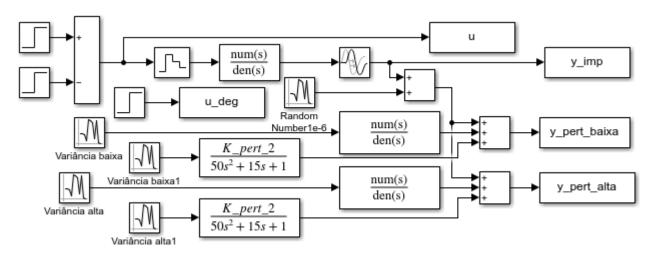
vetor=[y u];
ir=cra(vetor,80,0,0);
plot(ir);
```



j. Empregue as três respostas impulsivas obtidas no item anterior para determinar a resposta a um degrau de amplitude 0,1 aplicado em t=0 s, via somatório de convolução. Compare as respostas ao degrau obtidas aqui com aquelas obtidas no item "H".

```
clc;clear;close all;
```

```
% Variáveis...
    grf=0;
    lne=1;
    %variâncias
    bax=0.001;
    alt=0.1;
    variante=1e-6;
    T=1;
    k=2;
    tau=10;
    K pert 1=1;
    Tau pert 1=5;
    t_heta=4;
    K pert 2=2;
    Tau_pert_21=5;
    Tau_pert_22=10;
```



```
% Rodando simulação do Simulink
    Tsim = 120;
    sim('Lista_1_Simu_10');
% Convolução
    %pega o comprimento da matriz das saídas
    L_imp=length(y_imp);
                                    %saída ao impulso (limpa)
    L_imp_a=length(y_pert_alta);
                                   %saída ao impulso com perturbaçção alta
    L_imp_b=length(y_pert_baixa);
                                    %saída ao impulso com perturbaçção baixa
                                    %sáida de um degrau de amplitude 0.1
    L_deg=length(u_deg);
   %calcula um valor de "te" para cada sáida
    te=1:L_imp+L_deg-1;
    te_a=1:L_imp_a+L_deg-1;
```

```
te_b=1:L_imp_b+L_deg-1;
    %salva as saídas em outras variaveis
    g=y_imp;
    g_a=y_pert_alta;
    g_b=y_pert_baixa;
    u=u_deg;
    %Cria a convolução de cada saída
    yc=conv(g*T,u);
    yc_a=conv(g_a*T,u);
    yc_b=conv(g_b*T,u);
% Plotando o gráfico
    grf = grf + 1;
    figure(grf);
    grid;
    hold on;
    plot((te-1)*T,yc,'black')
    plot((te-1)*T,yc_a,'red')
    plot((te-1)*T,yc_b,'blue')
    xlim ([0 120]);
    title({'Resposta em convolução'});
    legend('Resposta de conv', 'Resp conv pert alta', 'Resp conv pert baixa', 'location', 'northeas
```

