

Elton Inacio Alves Junior - 12501745

## LISTA 2

Considere o mesmo processo da 1ª lista de exercícios

**A.** Considere o processo afetado por perturbações de baixa intensidade. Para estimar o período de amostragem  $T_s$  a ser usado, considere  $T_s = \tau/10$  e  $T_s = t_s/10$ . Selecione aquele que, em sua opinião, seja o mais adequado para o processo em questão. Justifique a sua resposta. Daqui para a frente considere o intervalo de amostragem  $T_s$  aqui obtido.

% O período de amostragem (T) pode ser dado através de duas equações:

% Sendo:

tau = 10;

t\_s = 48;

% Temos:

T1 = tau/10    % ou

T1 = 1

T2 = t\_s/10

T2 = 4.8000

% Neste caso podemos utilizar o menor valor para termos mais precisão, portanto:

T1

T1 = 1

clc;clear;close all;

% Variáveis...

grafico=0;

linha=1;

%variâncias

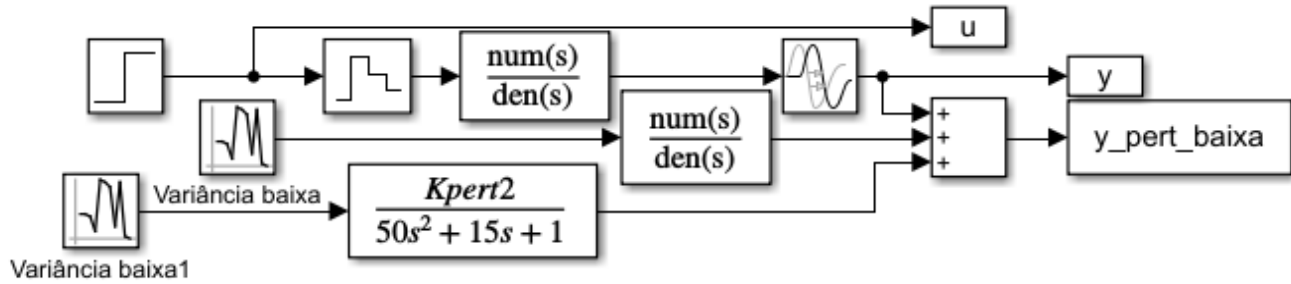
baixa=0.001;

k=2;

tau=10;

Kpert1=1;

```
TAUpert1=5;
theta=3;
Kpert2=2;
```



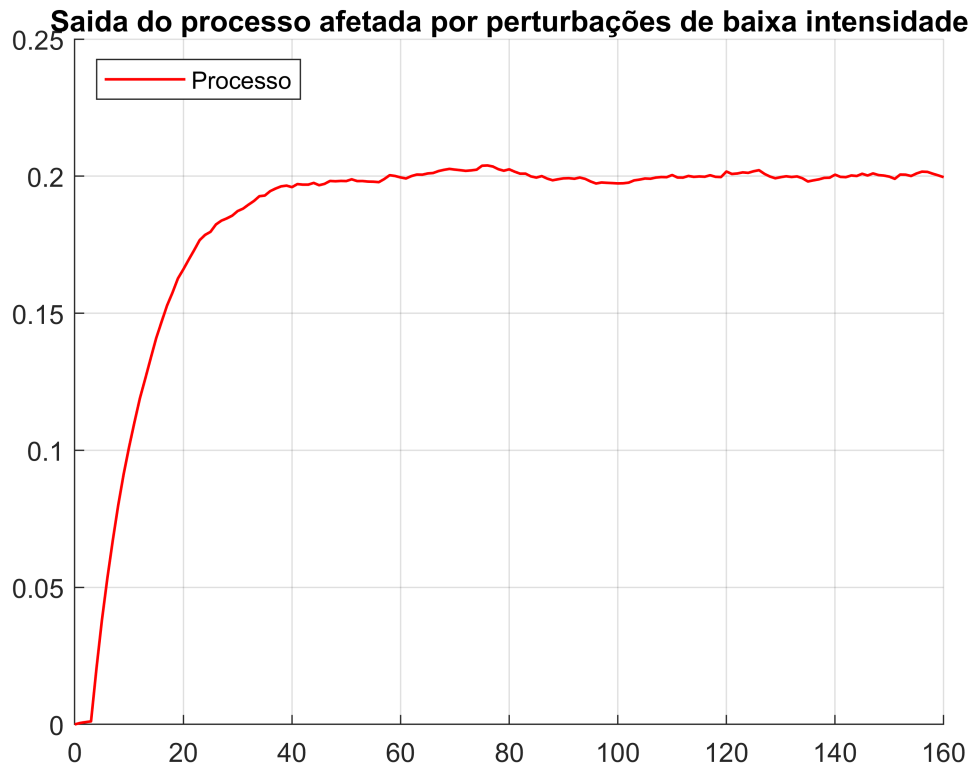
```
% Rodando simulação do Simulink
```

```
Tsim = 160;
sim('Lista_2_ex_a');
```

```
% Plotando o gráfico
```

```
grafico = grafico + 1;
figure(grafico);
grid;
hold on;
plot(t,y_pert_baixa,'red','linewidth',linha);    % Contínuo
```

```
title({'Saida do processo afetada por perturbações de baixa intensidade'});
legend('Processo','location','northwest');
```



**B.** Classifique o modelo linear do processo (incluindo as perturbações 1 v e 2 v ) segundo as estruturas tradicionalmente empregadas na área de Identificação de Sistemas (ARX, ARMAX, OE, BJ etc). Defina as ordens do modelo.

podemos classificar o modelo como BJ pois todos os polinômios têm coeficientes diferentes:

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t) + \frac{C(q)}{D(q)} \varepsilon(t)$$

```
clc;clear;close all;

% Variáveis...
grafico=0;
linha=1;

%variâncias
baixa=0.001;
alta=0.1;

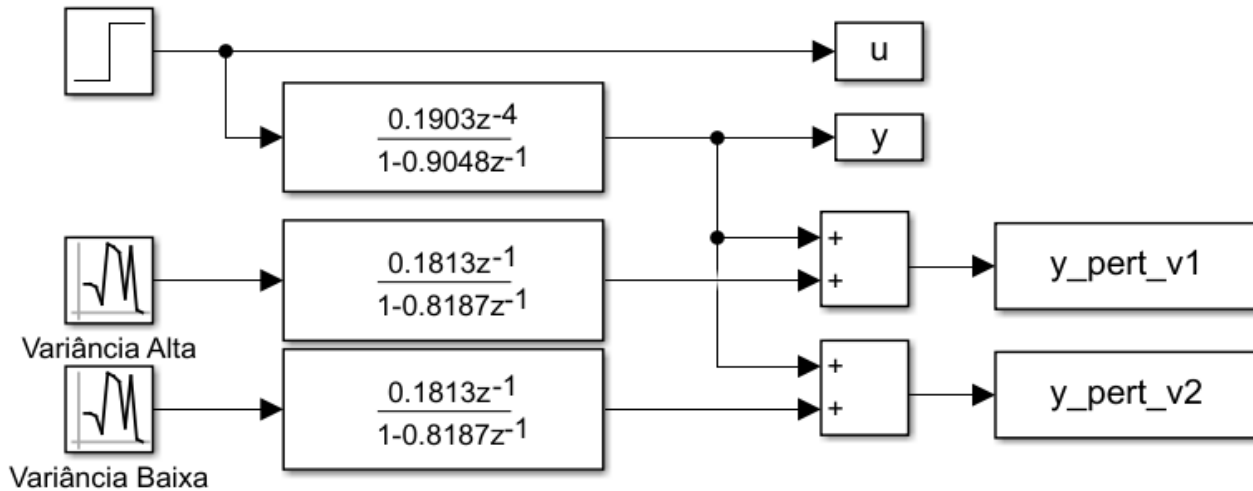
k=2;
tau=10;
Kpert1=1;
TAUpert1=5;
theta=3;
Kpert2=2;

% Sistema Contínuo
```

```
Gcont=tf(k,[tau 1],'inputdelay',theta);
Hcont=tf(Kpert1,[TAUpert1 1]);
```

% Convertendo para discreto

```
Gdisc=c2d(Gcont,1,'zoh');
Hdisc=c2d(Hcont,1,'zoh');
```



% Rodando simulação do Simulink

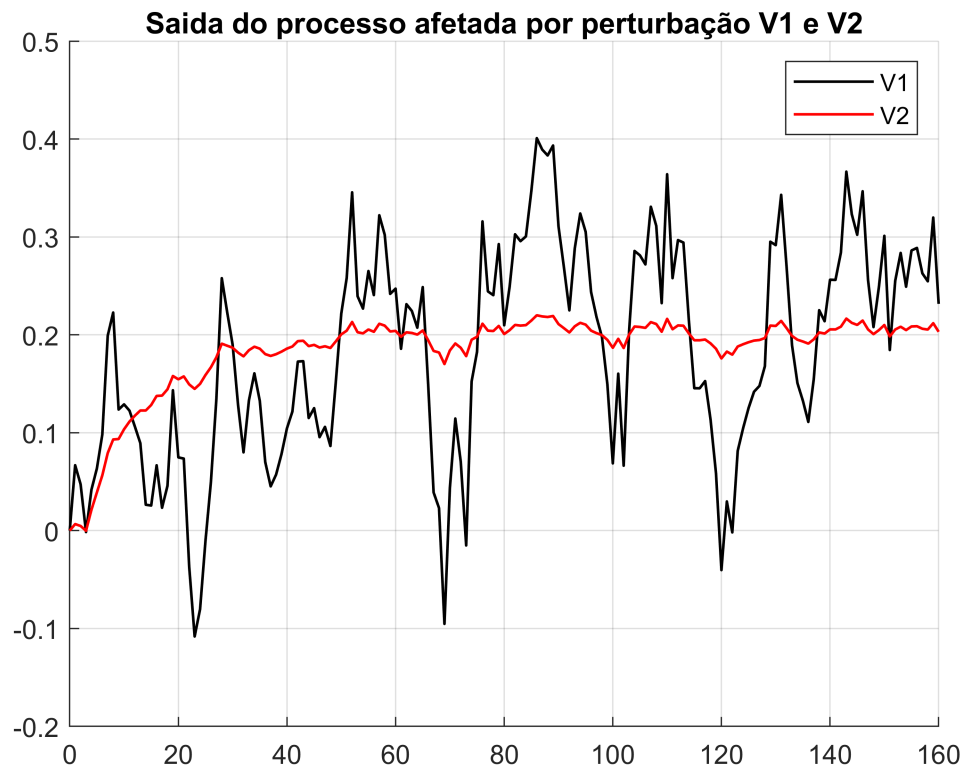
```
Tsim = 160;
sim('Lista_2_ex_b');
```

% Plotando o gráfico

```
grafico = grafico + 1;
figure(grafico);
grid;
hold on;
%plot(t,y_pert_v1,'red','linewidth',linha);      % Contínuo

plot(t,y_pert_v1,'black','linewidth',linha);      % Contínuo
plot(t,y_pert_v2,'red','linewidth',linha);        % Contínuo

title({'Saida do processo afetada por perturbação V1 e V2'});
legend('V1','V2');
```



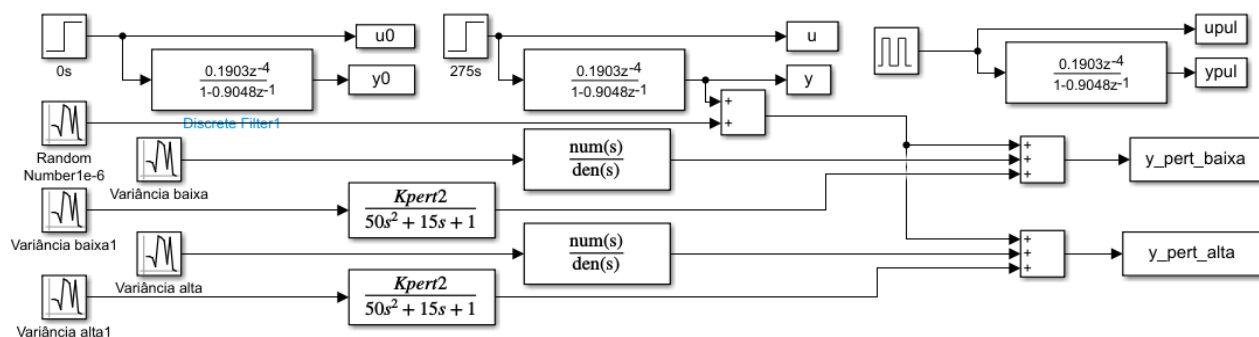
**C.** Simule o processo com níveis baixo e alto de perturbação por 600 segundos usando, como entrada  $u$ , um degrau com amplitude de 0,1 aplicado em  $t=275$  s. Registre três saídas do processo: a saída  $y$  limpa (sem perturbações nem ruído de medição) e as saídas baixa  $y$  e alta  $y$ , afetadas, respectivamente, pelas perturbações 1 v e 2 v de baixa e alta intensidades e por ruído de medição

```
clc;clear;close all;

% Variáveis...
grafico=0;
linha=1;

%variâncias
baixa=0.001;
alta=0.1;
vari=1e-6;

k=2;
tau=10;
Kpert1=1;
TAUpert1=5;
theta=3;
Kpert2=2;
TAUpert21=5;
TAUpert22=10;
```



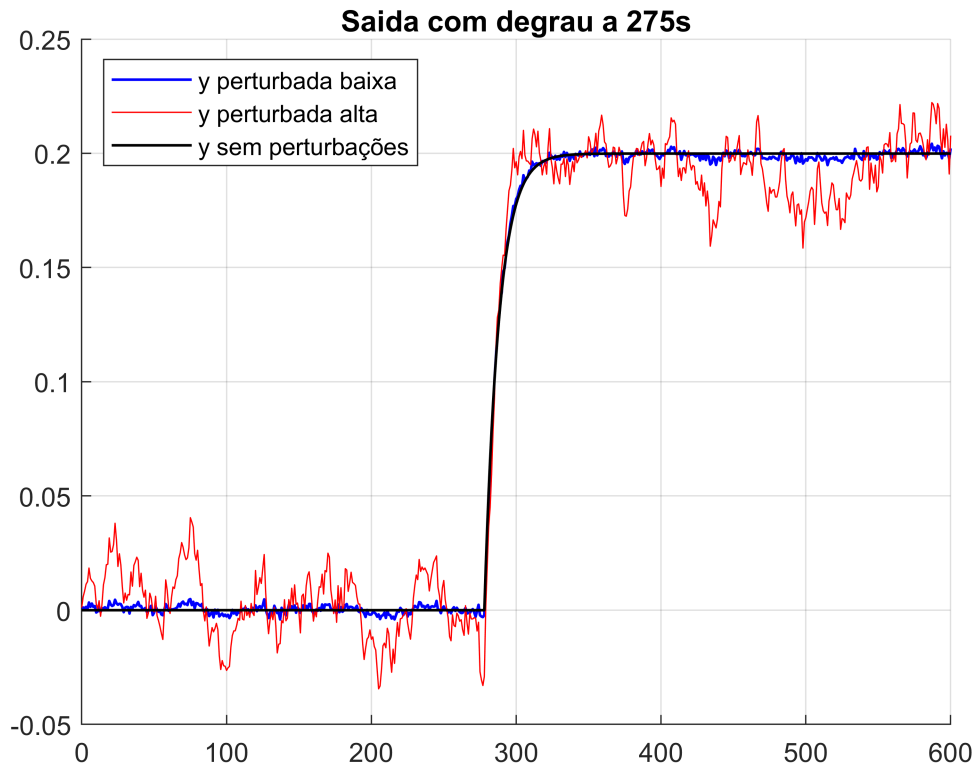
% Rodando simulação do Simulink

```
Tsim = 600;
sim('Lista_2_ex_c');
```

% Plotando o gráfico

```
grafico = grafico + 1;
figure(grafico);
grid;
hold on;
plot(t,y_pert_baixa,'blue','linewidth',linha); % Contínuo
plot(t,y_pert_alta,'red','linewidth',0.5); % Contínuo
plot(t,y,'black','linewidth',linha); % Contínuo
```

```
title({'Saida com degrau a 275s'});
legend('y perturbada baixa','y perturbada alta', ...
'y sem perturbações','location','northwest');
```



**D.** Usando o toolbox de identificação do MATLAB e os dados medidos no item “c”, estime modelos para a saída limpa  $y$ , utilizando estruturas FIR, ARX, ARMAX, OE e BJ, com as ordens corretas dos modelos discretizados e com uma única entrada  $u$ . Considere para o modelo FIR que a ordem  $nb=ts\_aprox$  (tempo de acomodação aproximado extraído do item “f” da 1ª lista de exercícios). Apresente os modelos obtidos e compare os valores estimados dos parâmetros com seus valores reais dados pela função de transferência discreta do processo. Compare a resposta dos modelos obtidos com excitação do tipo degrau de amplitude 0,1 com a resposta limpa do processo a esse mesmo degrau. Aplique o comando “predict” para realizar previsões infinitos passos à frente e compare a qualidade dos modelos obtidos usando o comando “compare” do Matlab, considerando horizonte de predição infinito (pior caso possível) e apresentando o índice fit obtido para cada modelo. Lembre-se que este caso, isento de perturbações e ruído de medição, corresponde a uma situação teórica, possível apenas em simuladores. Comente os resultados obtidos pelos modelos gerados neste caso hipotético.

**E.** Apresente e compare o ganho estacionário dos modelos obtidos no item “d” com o ganho estacionário do processo. Teça comentários.

Para a função de transferência discreta do processo:

$$G(z) = \frac{0,1903 \cdot z^{-4}}{0,9048 \cdot z^{-1}}$$

Temos as estruturas abaixo com os modelos estimados sem perturbação, podemos verificar que os coeficientes são iguais aos do sistema discreto do processo.

$$\text{ARX:} \quad y(t) = \frac{B(q)}{A(q)} u(t) + \frac{1}{A(q)} \varepsilon(t) \Rightarrow y(t) = \frac{0,1903 \cdot q^{-4}}{1 - 0,9048 \cdot q^{-1}} u(t)$$

$$\text{ARMAX:} \quad y(t) = \frac{B(q)}{A(q)} u(t) + \frac{C(q)}{A(q)} \varepsilon(t) \Rightarrow y(t) = \frac{0,1903 \cdot q^{-4}}{1 - 0,9048 \cdot q^{-1}} u(t)$$

$$\text{OE:} \quad y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t) + \varepsilon(t) \Rightarrow y(t) = \frac{0,1903 \cdot q^{-4}}{1 - 0,9048 \cdot q^{-1}} u(t)$$

$$\text{BJ:} \quad y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t) + \frac{C(q)}{D(q)} \varepsilon(t) \Rightarrow y(t) = \frac{0,1903 \cdot q^{-4}}{1 - 0,9048 \cdot q^{-1}} u(t)$$

```

clc;clear;close all; warning off;

% Variáveis...
grafico=0;
linha=1;

%variâncias
baixa=0.001;
alta=0.1;
vari=1e-6;

k=2;
tau=10;
Kpert1=1;
TAUpert1=5;
theta=3;
Kpert2=2;
TAUpert2=5;
TAUpert22=10;

% Rodando simulação do Simulink
Tsim = 600;
sim('Lista_2_ex_c');

% Sistema Contínuo
Sisc=tf(k,[tau 1],'inputdelay',theta);

% Convertendo para discreto
Sisd=c2d(Sisc,1,'zoh');

% Sistemas
data = iddata(y,u,1);
datapert = iddata(y_pert_baixa,u,1);
data0 = iddata(y0,u0,1);

```

Para o modelo FIR, utilizando a ordem nb=60, temos o polinômio B a seguir:

```
fir = arx(data,[0 60 4]);
```



fir =

Discrete-time FIR model:  $y(t) = B(z)u(t) + e(t)$

$B(z) = 0.1903 z^{-4} + 0.1722 z^{-5} + 0.1558 z^{-6} + 0.141 z^{-7} + 0.1275 z^{-8} + 0.1154 z^{-9} + 0.1044 z^{-10} + 0.09447 z^{-11} + 0.08548 z^{-12} + 0.07734 z^{-13} + 0.06998 z^{-14} + 0.06332 z^{-15} + 0.05729 z^{-16} + 0.05183 z^{-17} + 0.0469 z^{-18} + 0.04244 z^{-19} + 0.0384 z^{-20} + 0.03474 z^{-21} + 0.03143 z^{-22} + 0.02844 z^{-23} + 0.02573 z^{-24} + 0.02328 z^{-25} + 0.02107 z^{-26} + 0.01906 z^{-27} + 0.01725 z^{-28} + 0.0156 z^{-29} + 0.01412 z^{-30} + 0.01277 z^{-31} + 0.01156 z^{-32} + 0.01046 z^{-33} + 0.009463 z^{-34} + 0.008562 z^{-35} + 0.007747 z^{-36} + 0.007009 z^{-37} + 0.006342 z^{-38} + 0.005738 z^{-39} + 0.005192 z^{-40} + 0.004698 z^{-41} + 0.00425 z^{-42} + 0.003846 z^{-43} + 0.00348 z^{-44} + 0.003148 z^{-45} + 0.002849 z^{-46} + 0.002578 z^{-47} + 0.002332 z^{-48} + 0.00211 z^{-49} + 0.001909 z^{-50} + 0.001727 z^{-51} + 0.001563 z^{-52} + 0.001414 z^{-53} + 0.00128 z^{-54} + 0.001158 z^{-55} + 0.001048 z^{-56} + 0.0009478 z^{-57} + 0.0008576 z^{-58} + 0.0007759 z^{-59} + 0.0007021 z^{-60} + 0.0006352 z^{-61} + 0.0005748 z^{-62} + 0.005265 z^{-63}$

Sample time: 1 seconds

Parameterization:

Polynomial orders: nb=60 nk=4

Number of free coefficients: 60

Use "polydata", "getpvec", "getcov" for parameters and their uncertainties.

Status:

Estimated using ARX on time domain data "data".

Fit to estimation data: 99.95%

FPE: 3.104e-09, MSE: 2.071e-09

```
arx = arx(data,[1 1 4]);
armax = armax(data,[1 1 0 4]);
oe = oe(data,[1 1 4]);
bj = bj(data,[1 0 0 1 4]);

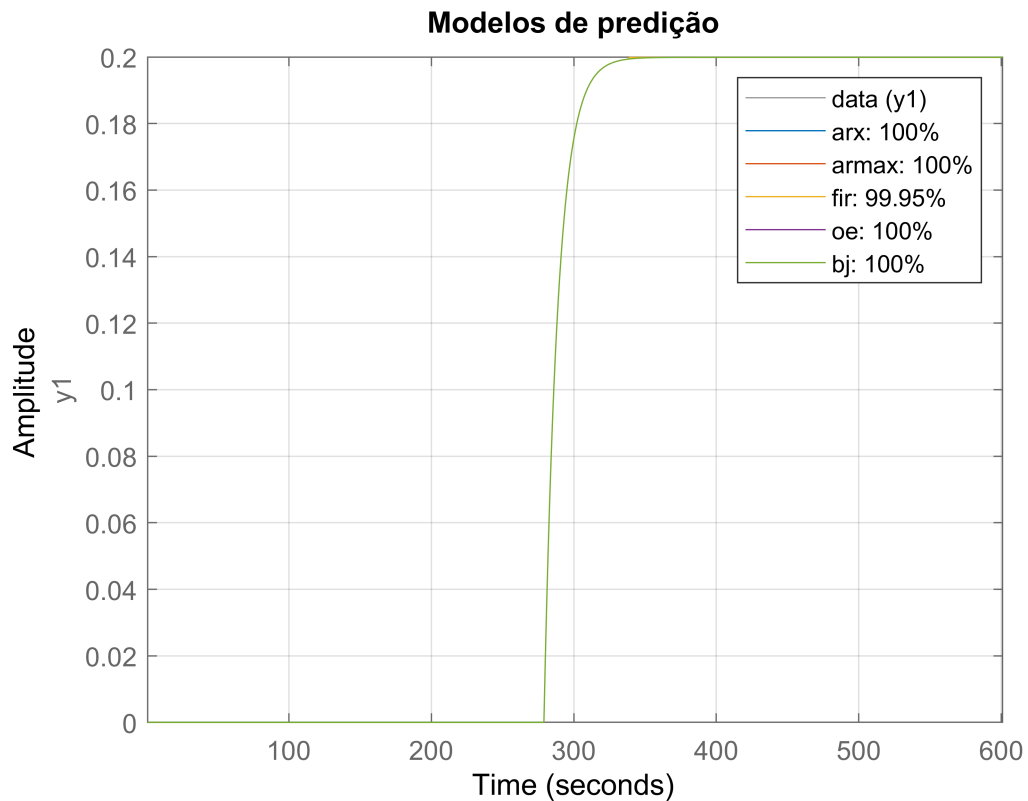
%fir = impulseest(data,60,4);
```

### % Predições

```
pre_arx = predict(arx,data,inf);  
pre_armax = predict(armax,data,inf);  
pre_oe = predict(oe,data,inf);  
pre_bj = predict(bj,data,inf);  
pre_fir = predict(fir,data,inf);
```

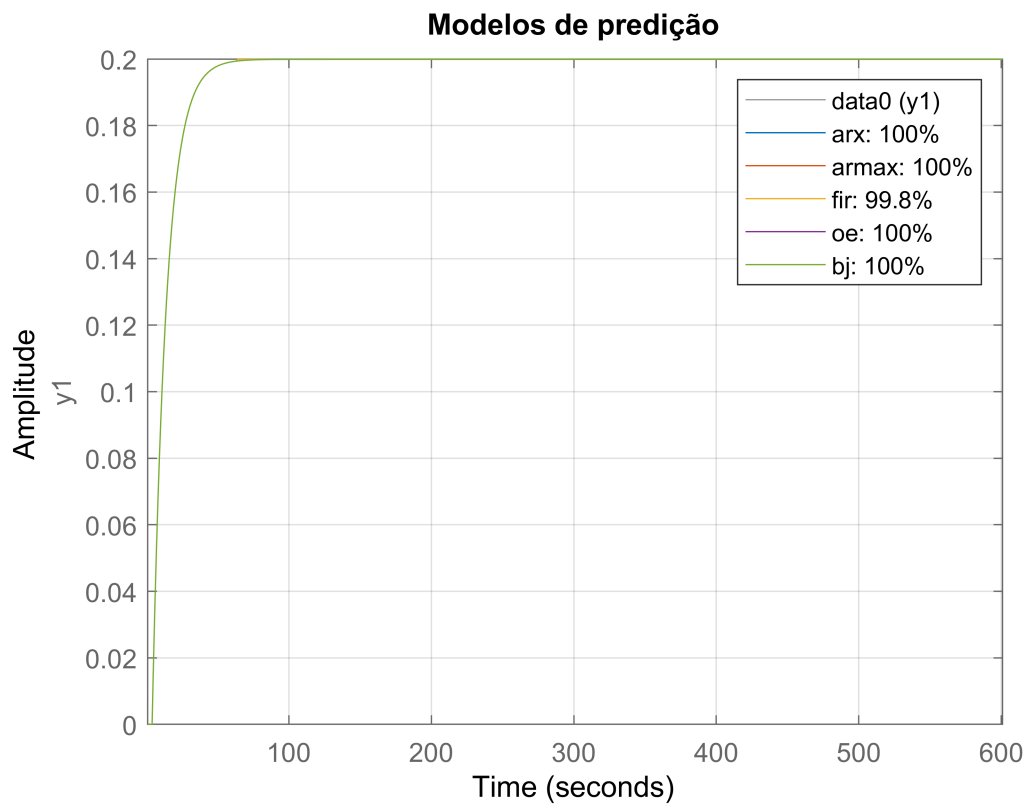
Comparando os modelos obtidos temos todos os modelos iguais (somente o modelo FIR possui uma pequena diferença de 0,05%:

```
compare(data,arx,armax,fir,oe,bj,Inf); grid on; title({'Modelos de predição'});
```



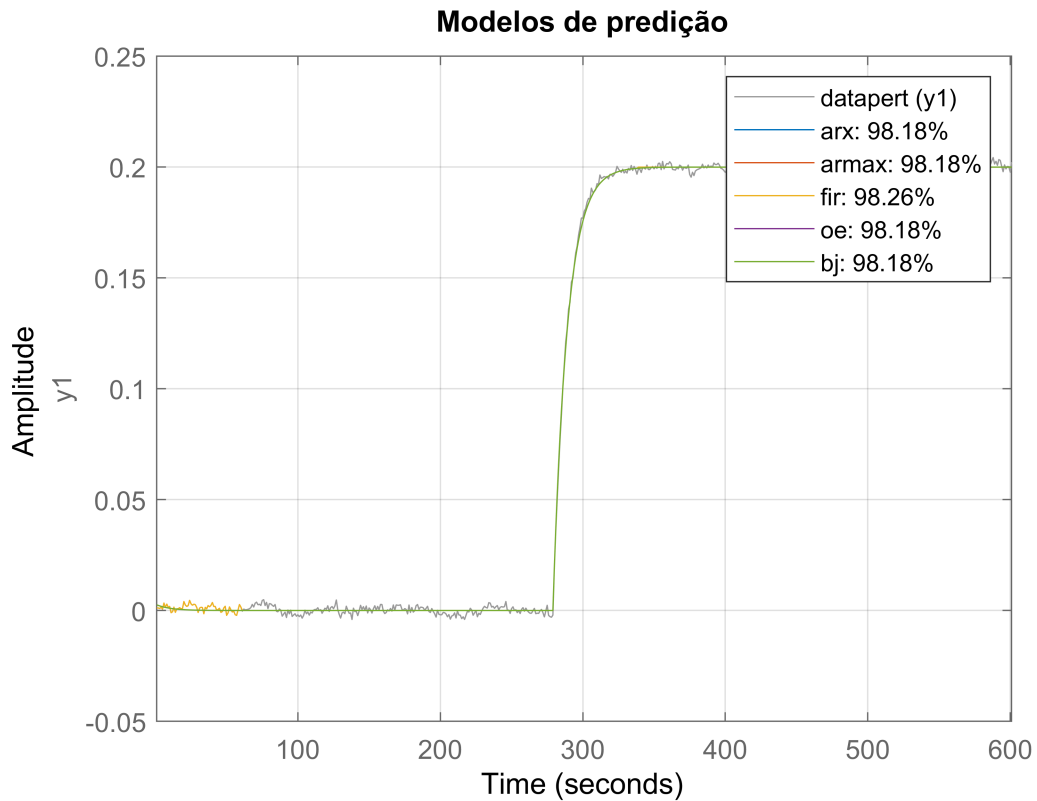
Gerando os modelos de predição temos as saída iguais a do processo:

```
compare(data0,arx,armax,fir,oe,bj,Inf); grid on; title({'Modelos de predição'});
```



Comparando com o sinal perturbado para simular uma validação feita na prática, temos os modelos bem fieis a saída do processo:

```
compare(datapert,arx,armax,fir,oe,bj,Inf); grid on; title({'Modelos de predição'});
```



**F.** Apresente em um gráfico e compare os coeficientes gerados pelo modelo FIR do item “d” com a resposta impulsiva do processo limpo ao impulso unitário. Teça comentários.

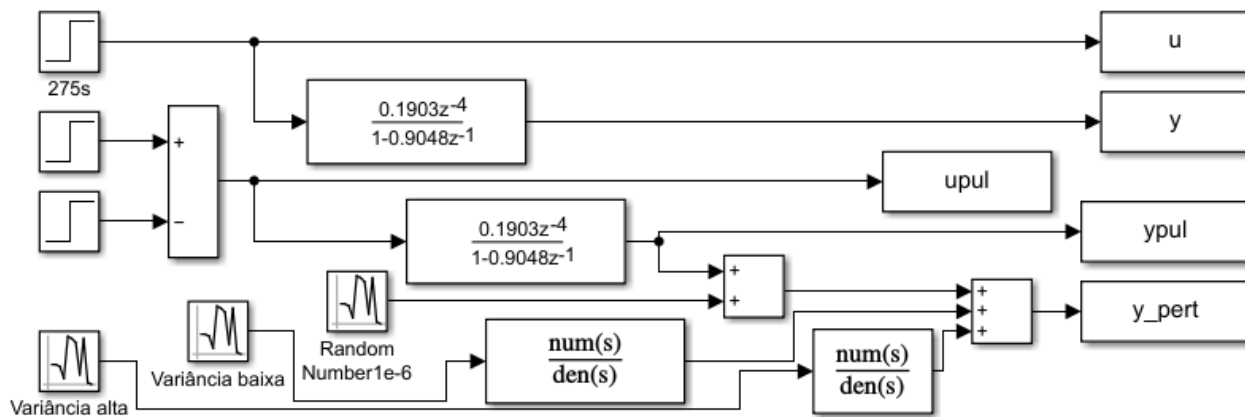
```

clc;clear;close all;
warning off;
% Variáveis...
grafico=0;
linha=1;

%variâncias
baixa=0.001;
alta=0.1;
vari=1e-6;

k=2;
tau=10;
Kpert1=1;
TAUpert1=5;
theta=3;
Kpert2=2;
TAUpert21=5;
TAUpert22=10;

```



% Rodando simulação do Simulink

```
Tsim = 600;
```

```
sim('Lista_2_ex_f');
```

```
data = iddata(y,u,1);
```

```
datapul = iddata(ypul,upul,1);
```

O coeficiente gerado pelo modelo FIR no exercício "d" foi

```
fir = arx(data,[0 60 4]);
```

fir =

Discrete-time FIR model:  $y(t) = B(z)u(t) + e(t)$

$B(z) = 0.1903 z^{-4} + 0.1722 z^{-5} + 0.1558 z^{-6} + 0.141 z^{-7} + 0.1275 z^{-8} + 0.1154 z^{-9} + 0.1044 z^{-10} + 0.09447 z^{-11} + 0.08548 z^{-12} + 0.07734 z^{-13}$

$+ 0.06998 z^{-14} + 0.06332 z^{-15} + 0.05729 z^{-16} + 0.05183 z^{-17} + 0.0469 z^{-18} + 0.04244 z^{-19} + 0.0384 z^{-20} + 0.03474 z^{-21} + 0.03143 z^{-22}$

$+ 0.02844 z^{-23} + 0.02573 z^{-24} + 0.02328 z^{-25} + 0.02107 z^{-26} + 0.01906 z^{-27} + 0.01725 z^{-28} + 0.0156 z^{-29} + 0.01412 z^{-30} + 0.01277 z^{-31}$

$+ 0.01156 z^{-32} + 0.01046 z^{-33} + 0.009463 z^{-34} + 0.008562 z^{-35} + 0.007747 z^{-36} + 0.007009 z^{-37} + 0.006342 z^{-38} + 0.005738 z^{-39} + 0.005192 z^{-40}$

$+ 0.004698 z^{-41} + 0.00425 z^{-42} + 0.003846 z^{-43} + 0.00348 z^{-44} + 0.003148 z^{-45} + 0.002849 z^{-46} + 0.002578 z^{-47} + 0.002332 z^{-48} + 0.00211 z^{-49}$

$+ 0.001909 z^{-50} + 0.001727 z^{-51} + 0.001563 z^{-52} + 0.001414 z^{-53} + 0.00128 z^{-54} + 0.001158 z^{-55} + 0.001048 z^{-56} + 0.0009478 z^{-57} + 0.0008576 z^{-58}$

$+ 0.0007759 z^{-59} + 0.0007021 z^{-60} + 0.0006352 z^{-61} + 0.0005748 z^{-62} + 0.0005265 z^{-63}$

Sample time: 1 seconds

Parameterization:

Polynomial orders: nb=60 nk=4

Number of free coefficients: 60

Use "polydata", "getpvec", "getcov" for parameters and their uncertainties.

Status:

Estimated using ARX on time domain data "data".

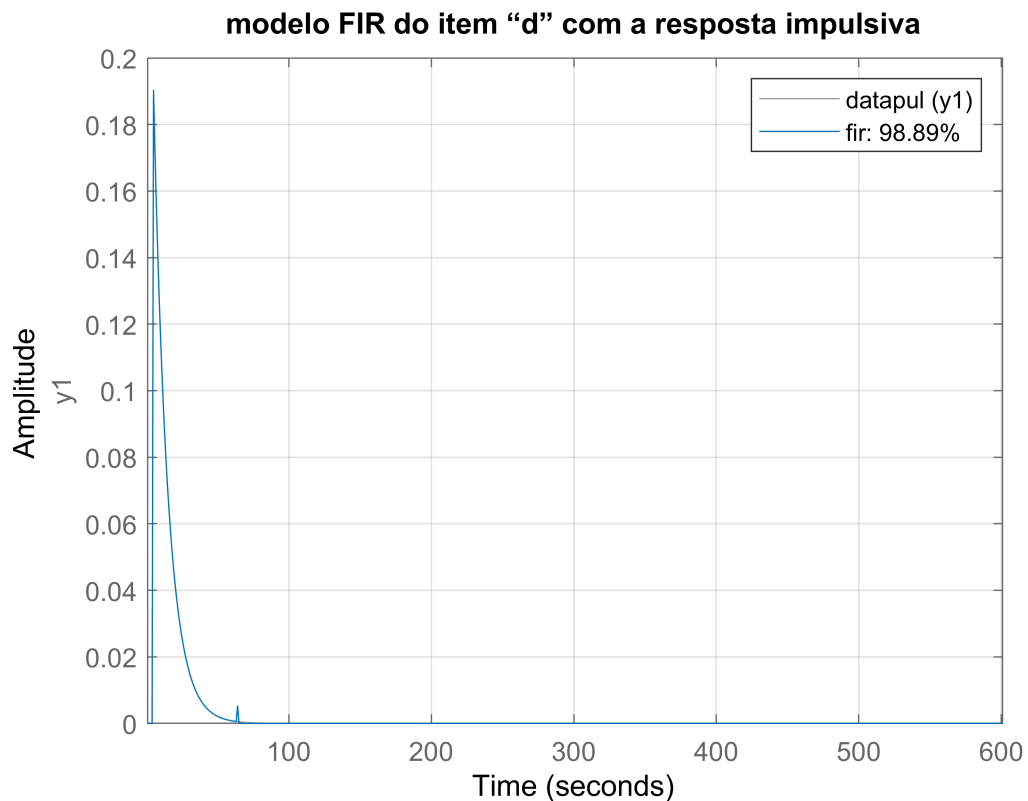
Fit to estimation data: 99.95%

FPE: 3.104e-09, MSE: 2.071e-09

```
pre_fir = predict(fir,data,inf);
```

Comparando com a resposta impulsiva do processo limpo, temos:

```
compare(datapul,fir,Inf);  
grid; title({'modelo FIR do item "d" com a resposta impulsiva'});
```



Neste caso podemos afirmar que o modelo FIR responde com fidelidade ao processo porém com um atraso de 1 segundo.

**G.** Estime modelos para as saídas baixa y e alta y afetadas, respectivamente, por perturbações de baixa e alta intensidade e ruído de medição, empregando os dados medidos no item “c”, utilizando estruturas FIR, ARX, ARMAX, OE e BJ, com as ordens corretas dos modelos discretizados e com uma única entrada u. Compare os valores estimados dos parâmetros com seus valores reais dados pela função de transferência discreta do processo. Realize previsões infinitos passos à frente e compare a resposta dos modelos obtidos com excitação do tipo degrau de amplitude 0,1 com a resposta limpa do processo a esse mesmo degrau e com a resposta do modelo obtido com dados limpos. Apresente os índices fit obtidos e faça comentários acerca dos resultados obtidos, focando nas diferenças observadas quando se gera modelos com sinais limpos e afetados por perturbações e no desempenho dos modelos obtidos pelas diferentes estruturas.

Utilizando saída y2 com perturbações de alta e baixa intensidade temos a seguir os modelos estimados:

$$\text{ARX:} \quad y(t) = \frac{0,1927 \cdot q^{-4}}{1 - 0,9122 \cdot q^{-1}} u(t) + \frac{1}{1 - 0,9122 \cdot q^{-1}} \varepsilon(t)$$

$$\text{ARMAX:} \quad y(t) = \frac{0,1935 \cdot q^{-4}}{1 - 0,9146 \cdot q^{-1}} u(t) + \frac{1 - 0,08404 \cdot q^{-1}}{1 - 0,9146 \cdot q^{-1}} \varepsilon(t)$$

$$\text{OE:} \quad y(t) = \frac{0,1872 \cdot q^{-4}}{1 - 0,9319 \cdot q^{-1}} u(t) + \varepsilon(t)$$

$$\text{BJ:} \quad y(t) = \frac{0,1934 \cdot q^{-4}}{1 - 0,9215 \cdot q^{-1}} u(t) + \frac{1 - 0,05898 \cdot q^{-1}}{1 - 0,888 \cdot q^{-1}} \varepsilon(t)$$

$$\text{FIR:} \quad y(t) = 0,00052 \cdot q^{-63} u(t) + \varepsilon(t) \quad \text{Tendo nb=60.}$$

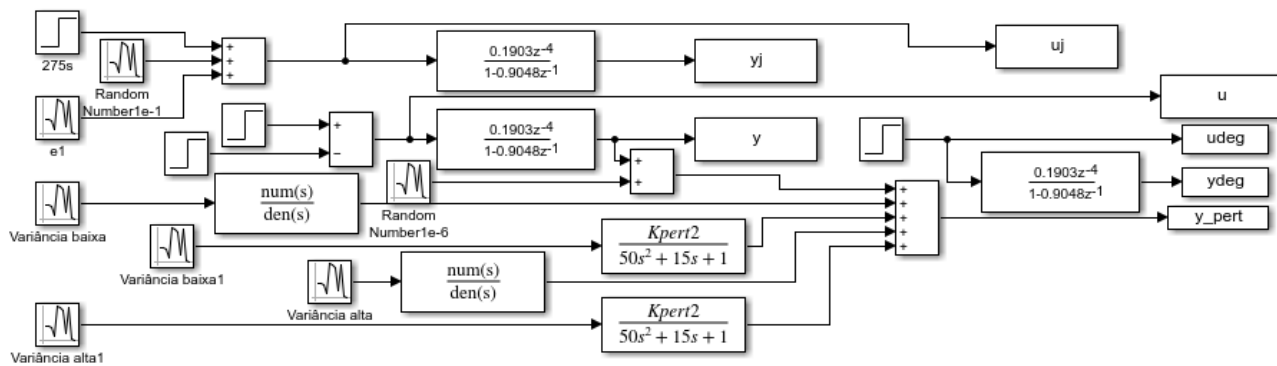
Podemos verificar que os valores dos parâmetros se aproximam mas não são idênticos aos da função de transferência discretizada do sistema.

```
clc;clear;close all;
warning off;
% Variáveis...
grafico=0;
linha=1;

%variâncias
baixa=0.001;
alta=0.1;
vari=1e-6;

k=2;
tau=10;
Kpert1=1;
TAUpert1=5;
theta=3;
Kpert2=2;
TAUpert2=5;
```

TAUpert22=10;



% Rodando simulação do Simulink

```
Tsim = 150;
sim('Lista_2_ex_g');
```

% Sistemas

```
data = iddata(y,u,1);
data_pert = iddata(y_pert,u,1);
datadeg = iddata(ydeg,udeg,1);
```

% Estimando modelos com perturbação

```
firpert = arx(data_pert,[0 60 4]);
arxpert = arx(data_pert,[1 1 4]);
armaxpert = armax(data_pert,[1 1 1 4]);
oepert = oe(data_pert,[1 1 4]);
bjpert = bj(data_pert,[1 1 1 1 4]);
```

% Estimando modelos sem perturbação

```
fir = arx(data,[0 60 4]);
arx = arx(data,[1 1 4]);
armax = armax(data,[1 1 0 4]);
oe = oe(data,[1 1 4]);
bj = bj(data,[1 0 0 1 4]);
```

% Predições

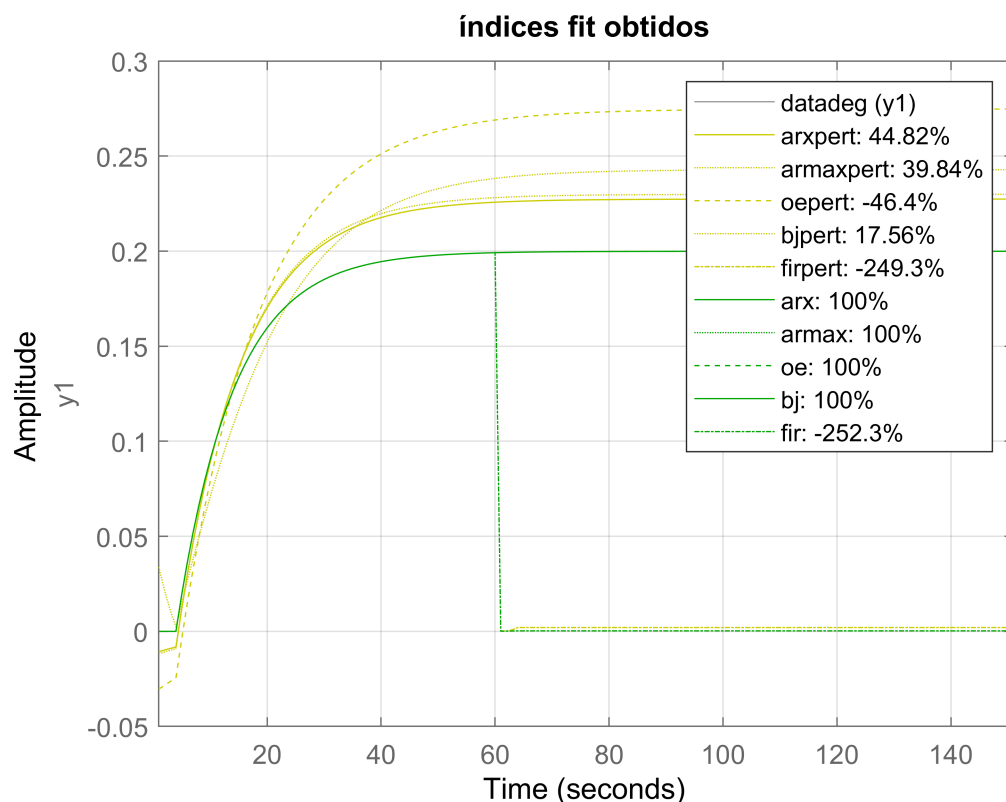
```
pre_arx = predict(arxpert,datadeg,inf);
pre_armax = predict(armaxpert,datadeg,inf);
pre_oe = predict(oepert,datadeg,inf);
pre_bj = predict(bjpert,datadeg,inf);
pre_fir = predict(firpert,datadeg,inf);
```

Comparando os modelos gerados pelas saídas com e sem perturbação temos:

```
compare(datadeg,arxpert,'y',armaxpert,'y:',oepert,'y--',bjpert,'y:',firpert,'y-.' ...
,arx,'g',armax,'g:',oe,'g--',bj,'g',fir,'g-.',Inf);
```



```
grid; title({'índices fit obtidos'});
```



Podemos observar que os modelos gerados pela resposta com perturbações (amarelo), não são fiéis ao sistema limpo. Já os modelos gerados pela saída limpa (verde), são 100% compatíveis. Com exceção dos modelos FIR, que são compatíveis somente até 60 segundos que é a ordem de nb estipulada anteriormente.

Obs.: no modelo FIR ao alterarmos a ordem do polinômio B (nb) para 70, verificamos que a saída do modelo permanece fiel até os 70 segundos. mostrado a seguir no gráfico azul:

**H.** Apresente e compare o ganho estacionário dos modelos obtidos no item “g” com perturbação de baixa e alta intensidade com o ganho estacionário do processo. Comente os resultados obtidos.

Ao comparar o ganho estacionário dos modelos obtidos com a saída perturbada, vemos que todos estão bastante diferentes, assim podemos concluir que seriam modelos inviáveis.

**I.** Como a perturbação  $1v$  afeta mais a saída que  $2v$ , suponha que no sinal  $1e$ , que gera essa perturbação, seja instalado um medidor, que é afetado por ruído de medição com distribuição gaussiana, com média nula e variância  $1e-6$ . Repita o item “g”, mas considerando como entradas do modelo tanto o sinal  $u$  como a perturbação medida  $1e$ . Apresente os modelos obtidos para baixa  $y$  e alta  $y$  e compare o desempenho dos modelos obtidos neste item com duas entradas com aquele obtido no item “g” com uma só entrada, através do comando “compare, exibindo os índices fit obtidos. Qual modelo ficou melhor para cada estrutura testada: com 1 ou 2 entradas? Por que?

```
clc;clear;close all;
```

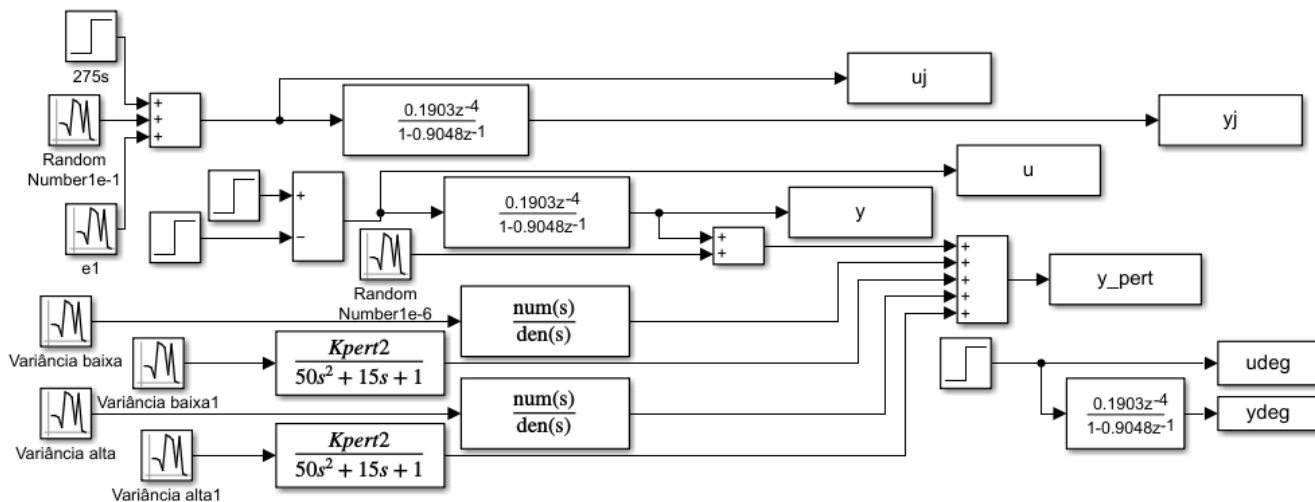
```

warning off;
% Variáveis...
grafico=0;
linha=1;

%variâncias
baixa=0.001;
alta=0.1;
vari=1e-6;

k=2;
tau=10;
Kpert1=1;
TAUpert1=5;
theta=3;
Kpert2=2;
TAUpert21=5;
TAUpert22=10;

```



```

% Rodando simulação do Simulink
Tsim = 600;
sim('Lista_2_ex_i');

% Sistemas
data = iddata(y,u,1);
datadeg = iddata(ydeg,u_deg,1);
dataj = iddata(yj,u_j,1);
data_pert = iddata(y_pert,u,1);

% Estimando modelos com perturbação medida
firj = arx(dataj,[0 60 4]);
arxj = arx(dataj,[1 1 4]);
armaxj = armax(dataj,[1 1 1 4]);
oej = oe(dataj,[1 1 4]);
bjj = bj(dataj,[1 1 1 1 4]);

```

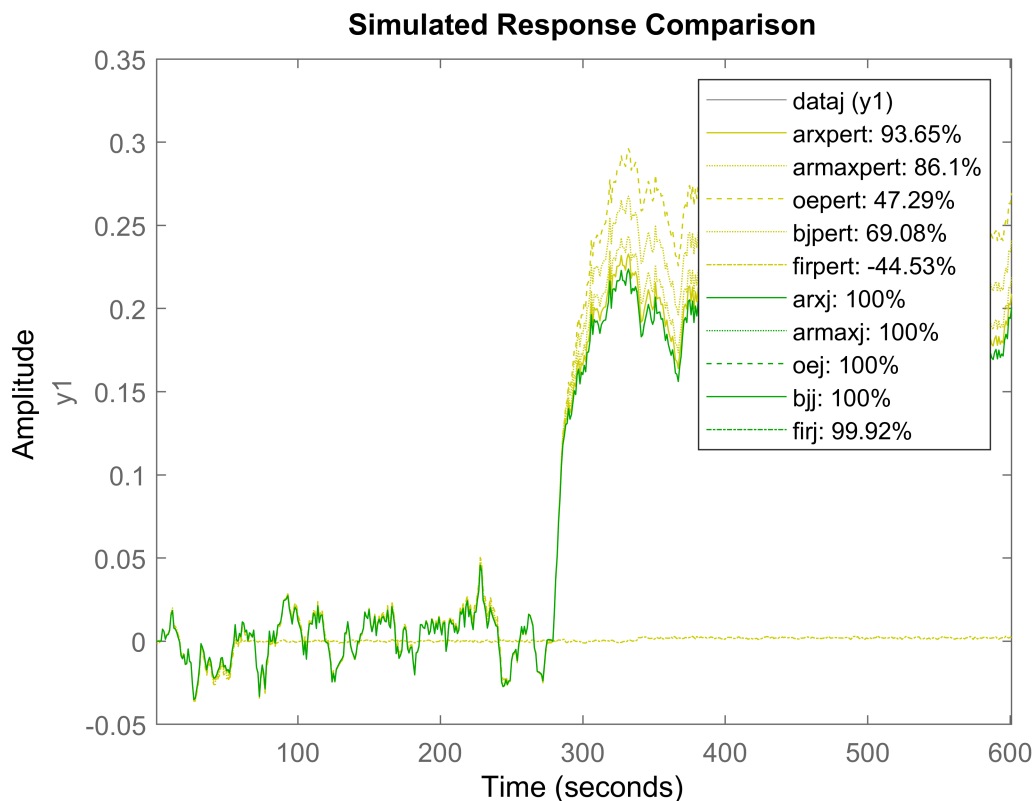
```
% Estimando modelos com perturbação
```

```
firpert = arx(data_pert,[0 60 4]);
arxpert = arx(data_pert,[1 1 4]);
armaxpert = armax(data_pert,[1 1 1 4]);
oepert = oe(data_pert,[1 1 4]);
bjpert = bj(data_pert,[1 1 1 1 4]);
```

```
% Estimando modelos sem perturbação
```

```
fir = arx(data,[0 60 4]);
arx = arx(data,[1 1 4]);
armax = armax(data,[1 1 0 4]);
oe = oe(data,[1 1 4]);
bj = bj(data,[1 0 0 1 4]);
```

```
compare(dataj,arxpert,'y',armaxpert,'y:',oepert,'y--',bjpert,'y:',firpert,'y-.' ...
,arxj,'g',armaxj,'g:',oej,'g--',bjj,'g',firj,'g-.',Inf)
```



**J.** Apresente e compare o ganho estacionário dos modelos obtidos com uma perturbação medida, conforme item “i”, com o ganho estacionário do processo e com o ganho dos modelos gerados com apenas uma entrada medida, conforme o item “g”, em que não se mediu nenhuma perturbação. Comente os resultados obtidos.

- Os modelos gerados com duas entradas no exercício I (verde) correspondem exatamente ao processo. Já os modelos obtidos com uma entrada sem perturbações medidas (amarelo), possuem ganhos elevados comparados ao processo livre de perturbações.

```
compare(datadeg,arxpert,'y',armaxpert,'y:',oepert,'y--',bjpert,'y:',firpert,'y-.' ...
```

```
,arxj,'g',armaxj,'g:',oej,'g--',bjj,'g',firj,'g-.',Inf)
```

