Thurje

Sinjalet kontinuale

Thurja ndodh kur dy sinjale takohen me njëra-tjetrën.

y(t) = x(t) * h(t).

x(t) – sinjali hyrës.
h(t) – përgjigjja impulsive.
y(t) – dalja e sinjalit.
* - simboli i thurjes.

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\, h(t-\tau) d\tau$$

1° “t → ϯ”	Ndryshojmë variablën prej “t” në “ϯ” (tao).
2° ”-ϯ”	Pasqyrim i tao-së.
3° “t- ϯ”	Zhvendosje për një “tao” në të majtë.

Pastaj, vazhdojmë me raste varësisht prej sinjalit x(t) dhe përgjigjjes impulsive h(t).

Sinjalet diskrete

Thurja ndodh kur dy sinjale takohen me njëra-tjetrën.

y(n) = x(n) * h(n).

x(n) – sinjali hyrës
h(n) – përgjigjja impulsive
y(n) – dalja e sinjalit
* - simboli i thurjes

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$$

1° “n → k”	Ndryshojmë variablën kryesore prej “n” në “k”.
2° ”-k”	Pasqyrim i k-së.
3° “t- ϯ”	Zhvendosje për një “n” në të majtë.

Formulat për raste të ndryshme

$$\textbf{Formula 1}: \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k = \frac{1}{1-\alpha}$$

$$Shembull\ i\ formulës\ 1: \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^k}{1-\frac{1}{2}}$$

$$\textbf{Formula 2}: \sum_{k=0}^{N} \alpha^k = \frac{1-\alpha^{N+1}}{1-\alpha}$$

$$Shembull\ i\ formulës\ 2: \sum_{k=0}^{7} 2^k = \frac{1-2^{7+1}}{1-2}$$

$$\textbf{Formula 3}: \sum_{k=0}^{N} 1 = N+1$$

$$Shembull\ i\ formulës\ 3: \sum_{k=0}^{6} 1 = 6+1 = 7$$

Seritë furie

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Cn\, e^{jnw0t}$$

$$\textbf{Koeficienti n}: Cn = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(\mathrm{t})\, e^{-jnw0t}$$

$$\textbf{Shembull}: C0 = \frac{1}{T}\int_{T} x(\mathrm{t})\, dt$$

x(t) = cosw0t

$$x(t) = \frac{1}{2}\, e^{jw0t} + \frac{1}{2}\, e^{-jw0t}$$

x(t) = sinw0t

$$x(t) = \frac{1}{2j}\, e^{jw0t} - \frac{1}{2j}\, e^{-jw0t}$$

D.7 e provimit

Për sinjalin periodik në kohë të vazhdueshme:

$$x(t) = \cos(8t) + \sin(10t)$$

përcaktoni frekuencën themelore w_0, si dhe koeficientët e Serisë Fourie C_n.

$w_1 = 8 \qquad w_2 = 10$

$$T_1 = \frac{2\pi}{w_1} = \frac{2\pi}{\cancel{8}} = \frac{\pi}{4} \qquad T_2 = \frac{2\pi}{w_2} = \frac{2\pi}{\cancel{10}} = \frac{\pi}{5}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{5}} \Rightarrow \frac{5\pi}{4\pi} = T_1 \cdot 4 = T_2 \cdot 5$$

$$= \frac{\pi}{\cancel{4}} \cdot \cancel{4} = \frac{\pi}{\cancel{5}} \cdot \cancel{5}$$

$$\pi = \pi$$

$$T_0 = \pi$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{w_0} \Rightarrow w_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

$$\boxed{w_0 = 2}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} e^{j8t} + \frac{1}{2} e^{-j8t} + \frac{1}{2j} e^{j10t} - \frac{1}{2j} e^{-j10t}$$

sepse $w_0 = 2$ $\Rightarrow 2 \cdot 2(n) = 8$, $n = 4$ $\leftarrow n = 4 \qquad n = -4 \qquad n = 5 \qquad n = -5$

$$C_4 = \frac{1}{2} \qquad C_{-4} = \frac{1}{2} \qquad C_5 = \frac{1}{2j} \qquad C_{-5} = -\frac{1}{2j}$$

- **Filtri ideal ulët-lëshues**
- Karakteristika amplitudore e këtij filtri është e përkufizuar si

$$A_{ul}(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < \omega_c \\ 0, & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

- **Filtri ideal lartë-lëshues**

$$A_{ll}(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| > \omega_c \\ 0, & |\omega| < \omega_c \end{cases}$$

- **Filtri ideal brez-lëshues**

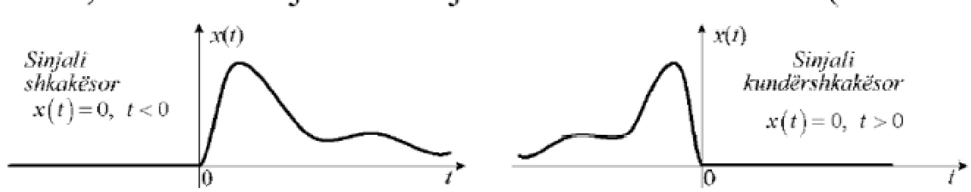
$$A_{bl}(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega_1 < |\omega| < \omega_2 \\ 0, & \omega \text{ të tjera} \end{cases}$$

- **Filtri ideal brez-pengues**

$$A_{bp}(\omega) = \begin{cases} 0, & \omega_1 < |\omega| < \omega_2 \\ 1, & \omega \text{ të tjera} \end{cases}$$

Klasifikimi i katërt i sinjaleve:
- Sinjalet shkakësore
- Sinjalet kundërshkakësore

- Sinjali është *shkakësor* (kauzal) në qoftë se të gjitha vlerat e tij janë zero për vlera negative të kohës *t*.
- Në të kundërtën, nëse vlerat jo zero të sinjalit paraqiten vetëm për $t<0$, atëherë sinjali do të jetë *kundërshkakësor* (antikauzal).



Sinjal joshkakesore

Nje sinjal i cili ekziston sikur per kohe negative poashtu pozitive quhet sinjal joshkakesore

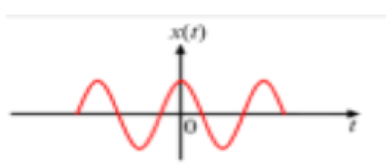
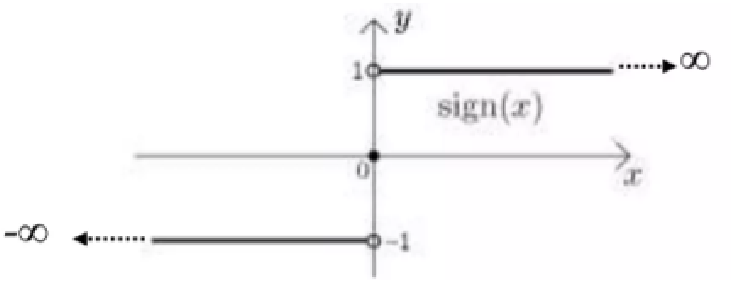


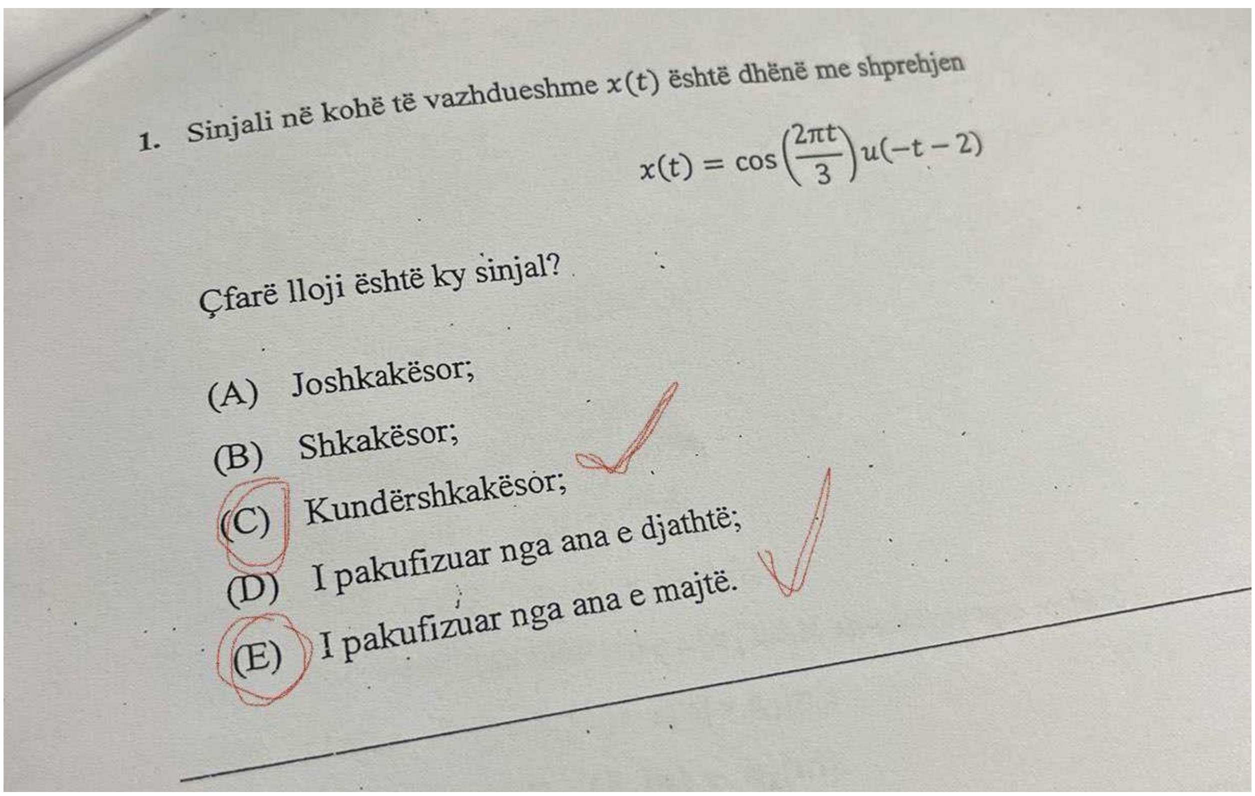
Figure-3

Sinjali i pakufizuar

Kur një sinjal shpallet i pakufizuar nga njëra anë, kjo do të thotë se vlerat e sinjalit shpërndahen pa kufij në një drejtim, në varësi të anës së specifikuar, në drejtim pozitiv ose negativ të vlerave të sinjalit.



Provimi i afatit Shtator 2023



1. Sinjali në kohë të vazhdueshme $x(t)$ është dhënë me shprehjen

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right)u(-t-2)$$

Çfarë lloji është ky sinjal?

(A) Joshkakësor;

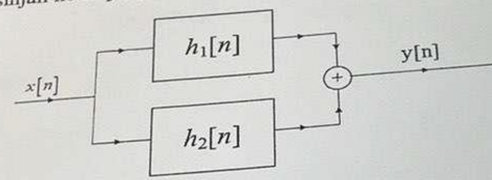
(B) Shkakësor;

(C) Kundërshkakësor;

(D) I pakufizuar nga ana e djathtë;

(E) I pakufizuar nga ana e majtë.

2. Në skemën e mëposhtme, sistemet $h_1[n]$ dhe $h_2[n]$ janë linear edhe invariant në zhvendosje. Si mund të paraqitet sinjali në dalje, $y[n]$?



(A) $y[n] = x[n] * h_1[n] + h_2[n]$;

(B) $y[n] = x[n] \cdot \{h_1[n] + h_2[n]\}$;

(C) $y[n]$ varet nga fakti nëse $x[n]$ është shkakësor apo joshkakësor;

(D) $y[n] = x[n] * h_1[n] + x[n] * h_2[n]$;

(E) $y[n] = S\{x[n]\} * \{h_1[n] + h_2[n]\}$.

3. Karakteristika amplitudore e një filtri ideal është dhënë përmes shprehjes në vijim:

$$|H(\omega)| = \begin{cases} 1, & \omega_1 < |\omega| < \omega_2 \\ 0, & \omega - \text{të tjera} \end{cases}$$

Çfarë lloji i filtrit është ky?

(A) Ulët-lëshues;

(B) Lart-lëshues;

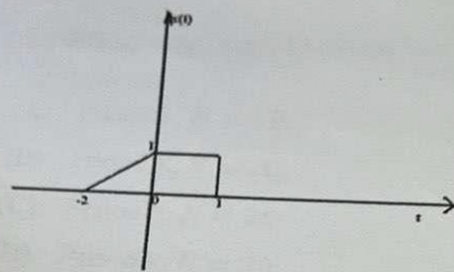
(C) Brez-lëshues;

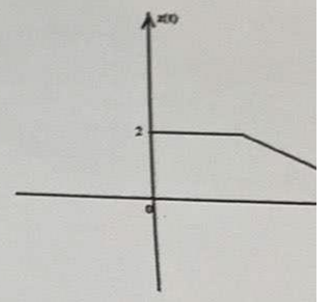
(D) Brez-pengues;

(E) Gjithë-lëshues.

4. Nëse dy sinjale në kohë të vazhdueshme, $x(t) dhe\ z(t)$, janë dhënë si në figu

$x(t)$





Cila është lidhëshmëria mes dy sinjaleve, ashtu që të vlejë njëra nga shprehj

(A) $z(t) = 2x(1 - \frac{t}{2});$

(B) $z(t) = 2x(-1 - \frac{t}{2});$

(C) $z(t) = 2x(\frac{t}{2} - 1);$

(D) $z(t) = -2x(1 + \frac{t}{2});$

(E) $z(t) = 2x(\frac{t}{2} + 1);$

5. Një sinjal në kohë diskrete, $x(n)$, është dhënë si në vijim

$$x(n) = cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) + \sin\left(\frac{\pi}{5}n\right), \qquad -\infty < n < \infty$$

A është ky sinjal periodik? Nëse "po", sa është perioda e tij?

(A) Periodik, $N = 12$;

(B) Periodik, $N = 20$;

(C) Periodik, $N = 24$;

(D) Periodik, $N = 30$;

(E) Nuk plotësohet kushti për periodicitet.

---

6. Le të jenë dhënë dy sekuenca diskrete si në vijim:

$$x[n] = \delta[n] - \delta[n-3]$$

$$h[n] = 2u[n] - 2u[n-1]$$

Sinjali diskret $y[n]$ fitohet si thurrje lineare e dy sinjaleve të sipërme, $y[n] = x[n] * h[n]$.

Sa është vlera e sinjalit $y[n]$ në momentin kohor $n = 3$?

(A) $y[3] = 0$;

(B) $y[3] = 1$;

(C) $y[3] = 2$;

(D) $y[3] = -1$;

(E) $y[3] = -2$.

---

7. Për sinjalin periodik në kohë të vazhdueshme:

$$x(t) = \cos(8t) + \sin(10t)$$

përcaktoni frekuencën themelore rrethore ω_0, si dhe koeficientët e Serisë Fourie C_n.

(A) $\omega_0 = 1;\ C_4 = \frac{1}{2}; C_{-4} = -\frac{1}{2}; C_5 = \frac{1}{2j}; C_{-5} = -\frac{1}{2j}$

(B) $\omega_0 = 2;\ C_2 = \frac{1}{2}; C_{-2} = \frac{1}{2}; C_4 = \frac{1}{2j}; C_{-4} = -\frac{1}{2j}$

(C) $\omega_0 = 1;\ C_4 = \frac{1}{2}; C_{-4} = \frac{1}{2}; C_5 = \frac{1}{2j}; C_{-5} = \frac{1}{2j}$

(D) $\omega_0 = 2;\ C_4 = \frac{1}{2}; C_{-4} = \frac{1}{2}; C_5 = \frac{1}{2j}; C_{-5} = -\frac{1}{2j}$

(E) $\omega_0 = \pi;\ C_4 = \frac{1}{2}; C_{-4} = \frac{1}{2}; C_5 = \frac{1}{2j}; C_{-5} = \frac{1}{2j}$

---

8. Gjeni Tranformimin Furie për sinjalin e dhënë si në vijim:

$$x(t) = \frac{1}{16+t^2}$$

(A) $x(\omega) = \frac{\pi}{16} e^{-16|\omega|}$

(B) $x(\omega) = \pi e^{-16|\omega|}$

(C) $x(\omega) = \frac{\pi}{4} e^{-4|\omega|}$

(D) $x(\omega) = \frac{\pi}{16} e^{4|\omega|}$

(E) $x(\omega) = \frac{\pi}{4} e^{16|\omega|}$

1. Sinjali në kohë të vazhdueshme $x(t)$ është dhënë me shprehjen:

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right)u(-t-2)$$

Çfarë është lloji i këtij sinjali?

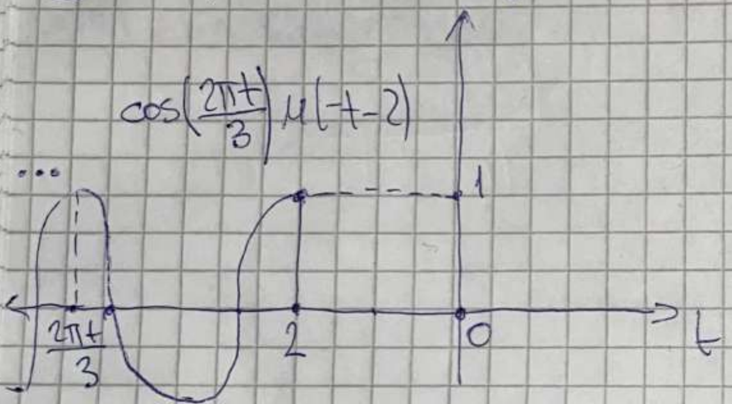
(A) Joshkakësor

(B) Shkakësor

(C) Kundërshkakësor ✓

(D) ~~I pakufizuar nga ana e djathtë~~

(E) I pakufizuar nga ana e majtë ✓

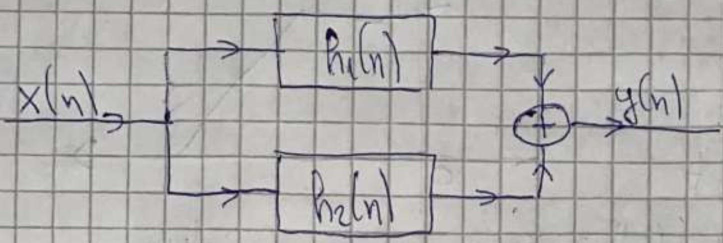


(C) dhe (E) janë të sakta sepse:

*Sinjali është kundërshkakësor nëse vlerat jo zero të sinjalit paraqiten vetëm për $t<0$.

*Sinjali është i pakufizuar në anë të majtë, se pse vlerat e sinjalit shpërndahen pa kufij në drejtim të majtë.

2. Në skemën e mëposhtme, sistemet $h_1(n)$ dhe $h_2(n)$ janë linear dhe invariant në zhvendosje. Si mund të paraqitet sinjali në dalje, $y(n)$?



(A) $y(n) = x(n) * h_1(n) + h_2(n)$

(B) $y(n) = x(n) \{h_1(n) + h_2(n)\}$

(C) $y(n)$ varet nga fakti nëse $x(n)$ është shkakësor apo joshkakësor.

(D) $y(n) = x(n) * h_1(n) + x(n) * h_2(n)$ ✓

(E) $y(n) = S\{x(n)\} * \{h_1(n) + h_2(n)\}$

3. Karakteristika aplitudore e një filtri ideal është dhënë përmes shprehjes në vijim:

$$|H(\omega)| = \begin{cases} 1, & \omega_1 < |\omega| < \omega_2 \\ 0, & \omega - \text{të tjera} \end{cases}$$

Ç'farë lloji i filtrit është ky?

(A) Ulët-lëshues (ul)

(B) Lart-lëshues (ll)

(C) Brez-lëshues ✓ (bl)

(D) Brez-pengues (bp)

(E) Gjithë-lëshues

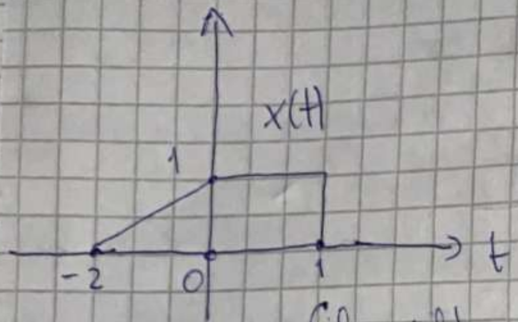
$ul \rightarrow A_{ul}(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < \omega_c \\ 0, & |\omega| > \omega_c \end{cases}$

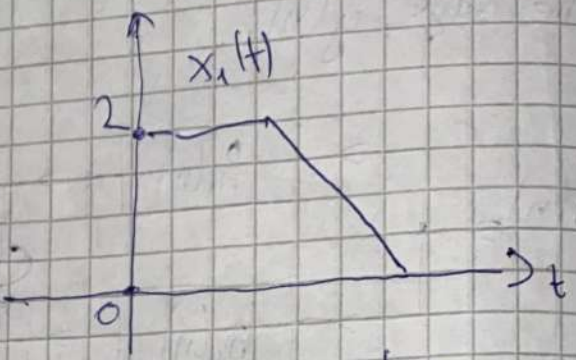
$ll \rightarrow A_{ll}(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| > \omega_c \\ 0 & |\omega| < \omega_c \end{cases}$

$bl \rightarrow A_{bl}(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega_1 < |\omega| < \omega_2 \\ 0, & \omega - \text{të tjera} \end{cases}$

$bp \rightarrow A_{bp}(\omega) = \begin{cases} 0, & \omega_1 < |\omega| < \omega_2 \\ 1, & \omega - \text{të tjera} \end{cases}$

4. Nëse dy sinjale në kohë të vazhdueshme, $x(t)$ dhe $x(t)$, janë dhënë si në figurë





Cila është lidhshmëria mes dy sinjaleve

(A) $z(t) = 2x\left(1 - \frac{t}{2}\right)$ ✓

(B) $z(t) = 2x\left(-1 - \frac{t}{2}\right)$

(C) $z(t) = 2x\left(\frac{t}{2} - 1\right)$

(D) $z(t) = -2x\left(1 + \frac{t}{2}\right)$

(E) $z(t) = 2x\left(\frac{t}{2} + 1\right)$

5. Një sinjal në kohë diskrete, $x(n)$, është dhënë si në vijim

$$x(n) = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) + \sin\left(\frac{\pi}{5}n\right), \qquad -\infty < n < \infty$$

(A) Periodik, $N = 12$

(B) Periodik, $N = 20$

(C) Periodik, $N = 24$

(D) Periodik, $N = 30$

(E) Nuk plotësohet kushti për periodicitet

$$\Omega_1 = \frac{\pi}{2} \qquad \Omega_2 = \frac{\pi}{5}$$

$$N_1 = \frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{2\pi}{1}} = \frac{\pi}{4\pi} = \frac{1}{4} = 4$$

$$N_2 = \frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{\frac{\pi}{5}}{\frac{2\pi}{1}} = \frac{\pi}{10\pi} = \frac{1}{10} = 10$$

$$N = \frac{N_1}{N_2} = \frac{4:2}{10} = \frac{2}{5}$$

$$N_1 \cdot 5 = N_2 \cdot 2$$

$$4 \cdot 5 = 10 \cdot 2$$

$$\boxed{20 = 20} \Rightarrow N = 20$$

$$\cancel{N = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{10}} = \frac{10:2}{4:2} = \frac{5}{2}}$$

$$\cancel{N_1 \cdot 2 = N_2 \cdot 5}$$

$$\cancel{\frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{10} \cdot 5}$$

$$\cancel{N = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}}$$

6. Lt: dhënë

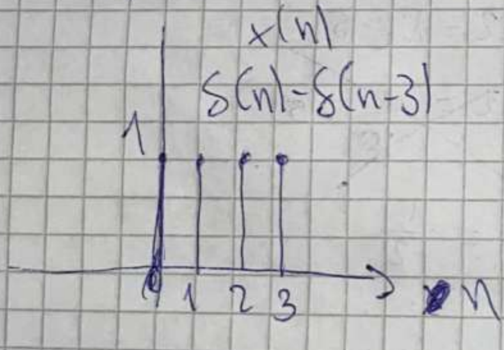
$x(n) = \delta(n) - \delta(n-3)$

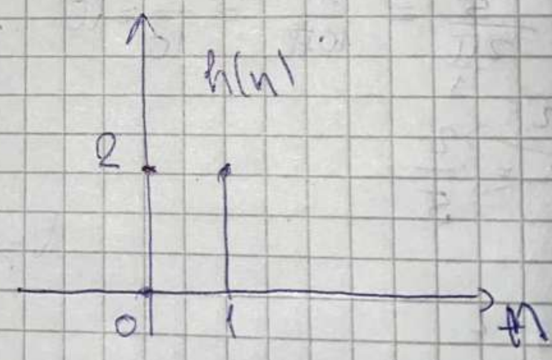
$h(n) = 2u(n) - 2u(n-1)$

Sinjali diskret $y(n)$ fitohet si thurje lineare e dy sinjaleve të sipërme, $y(n) = x(n) * h(n)$.

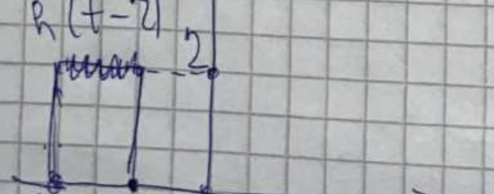
Sa është vlera e sinjalit $y(n)$ në momentin kohor $n = 3$?

(A) $y(3) = 0$
(B) $y(3) = 1$
(C) $y(3) = 2$
(D) $y(3) = -1$
(E) $y(3) = -2$

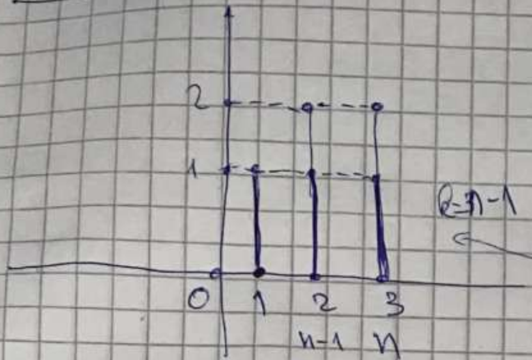




$y(n) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau)$



Rasti kur $n=3$



$$y(k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\, h(n-k)$$

$k=n-1$ $\quad y(3) = \sum_{k=2}^{3} x(2)\,h(3-2) + x(3)\,h(3-3)$

$= 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 2+2$

$= 4$?

7. Për sinjalin periodik në kohë të vazhdueshme:

$$x(t) = \cos(8t) + \sin(10t)$$

përcaktoni frekuencën themelore rrethore w_0, si dhe koeficientët e Serisë Fourie C_n.

$w_1 = 8 \qquad w_2 = 10$

$T_1 = \frac{2\pi}{w_1} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} \qquad T_2 = \frac{2\pi}{w_2} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$

$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{5}} = \frac{5\pi}{4\pi} \qquad T = T_1 \cdot 4 = T_2 \cdot 5$

$\frac{\pi}{4} \cdot 4 = \frac{\pi}{5} \cdot 5$

$T = \pi = \pi$

$\boxed{T = \pi}$

$T = \frac{2\pi}{w_0} \Rightarrow w_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

$$C_n = \frac{1}{2} e^{j8t} + \frac{1}{2} e^{-j8t} + \frac{1}{2j} e^{j10t} - \frac{1}{2j} e^{-j10t}$$

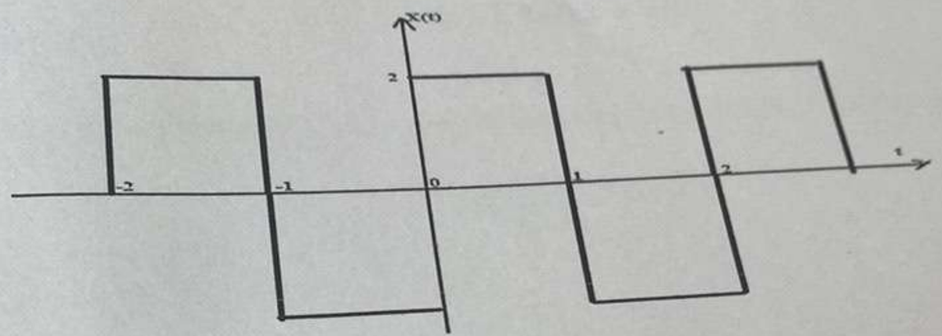
$w_0 = 2 \Rightarrow n = 2 \cdot ? = 8$

$\Rightarrow 2 \cdot 4 = 8$

$C_4 = \frac{1}{2} \qquad C_{-4} = \frac{1}{2} \qquad C_5 = \frac{1}{2j} \qquad C_{-5} = -\frac{1}{2j} \qquad w_0 = 2$

D ✓

4. Sinjali periodik $x(t)$ është dhënë në figurën e mëposhtme:



Përcaktoni koeficientët e Serisë eksponenciale komplekse Fourie C_n:

A) $C_n = \frac{1}{jn\pi}[1-(-1)^n]$

B) $C_n = \frac{1}{jn\pi}[1+(-1)^n$

C) $C_n = [1-(-1)^n]$

D) $C_n = \frac{2}{jn\pi}[1-(-1)^n]$

E) $C_n = \frac{2}{jn\pi}[1+(-1)^n]$

1. Le të jetë dhënë sinjali diskret $x[n]$ përmes shprehjes në vijim:

$$x[n] = \{-2, 1, \underset{\uparrow}{2}, 2, -1, 1\};$$

Si do të jetë sinjali $y[n]$, nëse ekziston relacioni $y[n] = x[2n+1]$.

A) $y[n] = 2\delta[n+1] + 2\delta[n] + 2\delta[n-1]$

B) $y[n] = \delta[n-1] + 2\delta[n] + \delta[n-1]$

C) $y[n] = \delta[n+1] + 2\delta[n] + \delta[n-1]$

D) $y[n] = 2\delta[n+1] + 4\delta[n] + \delta[n-1]$

E) $y[n] = \delta[n] + 2\delta[n+1] + 2\delta[n-1]$

2. Sinjali në kohë të vazhdueshme $x(t)$ është dhënë si në vijim:

$$x(t) = 4e^{-\frac{1}{2}t}\,u(t)$$

Cila nga shprehjet e mëposhtme paraqet pjesën teke të sinjalit?

A) $x(t) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}t}\,u(t) - \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}t}\,u(-t)$

B) $x(t) = 2e^{-\frac{1}{2}t}\,u(t) - 2e^{\frac{1}{2}t}\,u(-t)$

C) $x(t) = 2e^{-\frac{1}{2}t}\,u(t) + 2e^{\frac{1}{2}t}\,u(-t)$

D) $x(t) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}t}\,u(t) + \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}t}\,u(t)$

E) $x(t) = 4e^{-\frac{1}{2}t}\,u(-t) - 4e^{\frac{1}{2}t}\,u(t)$

3. Le të jenë dhënë dy sinjale në kohë të vazhdueshme si në vijim:

$$x(t) = 3[u(t) - u(t-3)]$$

$$h(t) = u(t) - u(t-2)$$

Sinjali $y(t)$ fitohet si thurrje lineare e dy sinjaleve të sipërme, $y(t) = x(t) * h(t)$.

Sa është vlera e thurrjes në intervalin kohor $3 < t < 5$?

A) $y(t) = 0;$

B) $y(t) = 15;$

C) $y(t) = 3t;$

D) $y(t) = 15 - 3t;$

E) $y(t) = 15 + t;$

Ushtrimet Numerike

Ushtrime Numerike - Java 1.pdf

Ushtrime Numerike - Java 2.pdf

Ushtrime Numerike - Java 3.pdf

Ushtrime Numerike - Java 4.pdf

Ushtrime Numerike - Java 5.pdf

Ushtrime Numerike - Java 6.pdf