

Ligjerata 1

---Sinjalet dhe klasifikimi i tyre

Sinjali percjell informaten per zhvillimin e nje dukurie apo ndryshe i shprehur matematikisht sinjali eshte funksion i nje apo me shum variablave te pavarura.

Sinjalet kan disa klasifikime.

-Ne klasifikimin e par sinjalet ndahen ne : sinjale njedimensionale(ku variabli i pavarur eshte koha) dhe shumdimensionale(ku asnjeri nga variabellet nuk eshte koha).

-Klasifikimin e tret te sinjaleve ata ndahen ne sinjale te vazhdueshme(kontinuale), sinjale diskrete, sinjali digjital dhe sinjali pjes-pjes.

Sinali i vazhdueshem $x(t)$ eshte funksion i variablit te vazhdueshem t , nese pos variablit t edhe vlerat e sinjalit i perkasin numrave real ateher ky sinjal quhet sinjal analog, perndryshe sinjali mund te jet i vazhdueshme ne t , por diskret ne vlera, ne kete rast vlerat e sinjalit i perkasin nje bashkesie te numerueshme e jo asaj te numrave real.

Sinjali diskret $x[n]$ perkufizohet vetem ne vlera diskrete te kohes n qe do te thot se n merr vlera nga bashkesia e numrave te plot.

Mostrimi eshte procesi i vegimit te vlerave te sinjalit te vazhdueshem ne qaste te caktuara kohor i cili na sherben per te kthyer nje sinjal kontinueal analog ne nje sinjal diskret. Intervali kohor T ne te cilin merren mostrat nga sinjali analog quhet period e mostrimit, ndersa vetem nje element i sinjalit diskret quhet moster i sinjalit.

Sinjali digjital: nese vlerat e sinjalit diskret kuantizohen duke marre duke mar vlerat nga nje bashkesi e fundme numrave ateher sinjali i tille i diskretizuar jo vete ne koh por edhe ne vlera quhet sinjal digjital

Sinjali pjes-pjes i vazhdueshem : ne qofte se sinjali i vazhdueshem ka hope(diskontinuitete) ne numer te numerueshem te pikave te kohes t ateher ai sinjal quhet pjes-pjes i vazhdueshem.

-Ne klasifikimin e kater te sinjaleve ndahen ne :sinjal shkaksor dhe kundershkaksor.

Sinjali është shkaksor në qoftë se të gjitha vlerat e tij janë zero për vlerat negative të kohës t (pra nga ana e majtë e boshtit të jetë 0).

Ndërsa në të kundërtën nëse sinjal është zero në pjesën pozitive të kohës pra në anën e majtë të boshtit sinjali është kundërshtaksor.

-Në klasifikimin e pestë të sinjaleve ndahen në: sinjale me zgjatje të fundme dhe me zgjatje të pafundme.

-Në klasifikimin e gjashtë të sinjaleve ndahen në: sinjale çiftë dhe tekë

Sinjali është çift nëse grafiku i tij është simetrik ndaj boshtit vertikal (përkatesisht $x(t)$).

Sinjali është tek nëse grafiku i tij është simetrik ndaj origjinës së sistemit koordinativ (përkatesisht duhet të jetë simetrik në fushat e grafeve të cilat i kanë përballë psh 1-3 dhe 2-4).

Qdo sinjal mund të zërthehet në komponentin çift dhe tek

-Në klasifikimin e shtatë të sinjaleve ndahen në: sinjel periodikë dhe jo periodikë.

Sinjali i vazhdueshëm $x(t)$ është periodik nëse mund të gjendet se paku një T (period) e (element) R (bashkësia e numrave real) $x(t) = x(t+T)$, enjëjta vlen edhe me sinjalin diskret. Pra nëse sinjali është periodik për një T ose N atëherë është periodik edhe për shumfishin e tyre.

Nëse sinjalit nuk mund të caktohet perioda atëherë ai është aperiodik, një sinjal periodik mund të përfitohet nga një sinjal aperiodik duke e perseritur sinjalin aperiodik me shumfishet e periodes themelore (ose e thënë ndrysh me vlerën me të vogël të T apo N (ajo është perioda themelore)) nga të dy anët e boshtit kjo quhet ndryshe edhe si **zgjatje periodike e sinjalit**.

Vlen edhe e kundërta sinjali aperiodik mund të përfitohet me cingimin e sinjalit periodik n -brenda një periode.

-Në klasifikimin e tetë të sinjaleve ndahen në: Sinjale të energjisë dhe fuqisë.

Energjia (E) e sinjalit përkufizohet si:

sinjalit te vazhdojnë $x(t)$ për

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

Ndërsa fuqia perkufizohet si :

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt$$

Ndërsa për sinjalet diskrete vlenjeto formula :

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 \quad P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2$$

Sinjalet e energjisë kanë fuqi zero, ndërsa ato që kanë fuqi kanë energji zero, nuk mundet që një sinjal të jetë njëherëz edhe i energjisë edhe i fuqisë por mund të ndodhë që të mos jetë as i fuqisë as i energjisë, sinjalet periodike mund të jenë vetëm të fuqisë.

LIGJERATA 2 DHE 3

---Sinjalet e vazhduara themelore

--Sinjalet eksponenciale dhe sinusoidale

Sinjali kompleks eksponencial është me zgjatje të pafundme nga të dy anët nëse koha t është nga $-\infty < t < \infty$

Nëse parametri α mer vlerë reale dhe $\alpha < 0$ atëherë sinjali do të ketë formën e një funksioni monotono zvogëlores, ndërsa $\alpha > 0$ atëherë sinjali do të ketë formën e një funksioni monotono rritës.

Kur parametri α mer vlerë të paster imagjinare, nga një sinjal eksponencial shpëtohet sinusoida komplekse e cila është një sinjal periodik

Eksponenciali real është një sinjal aperiodik.

Sinusoida komplekse zërthehet në komponentet sinusoidale që janë real dhe imagjinare.

Sinjali real sinusoidal përkufizohet me :

gjatësi e periudës T dhe fazë φ

$$x(t) = |A| \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

E cila e trashëgon periodën themelore të sinjalit sinusoidal:

sinoidal

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

amplitudë A dhe fazë φ

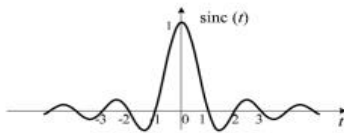
--"Sinc" funksionet

Sink funksionet perfitohen si rezultat I integritit te sinusodes komplekse ne domen te parametrizimit ω ne kufijt $[-\pi, \pi]$

Integrimi kompleks ne domen te parametrizimit ω ne kufijt

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{jt} (e^{j\pi t} - e^{-j\pi t}) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$

$$x(t) = \text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}, \quad -\infty < t < \infty$$



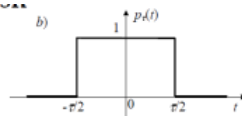
--Sinjali shkall-njesi

Permes sinjalit shkall njesi mund te veqohen pjesa shkaksore e qdo sinjali

--Sinjali pulse drejkendesh

Sinjali pulse drejkendesh

$$p_{\tau}(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \tau/2 \\ 0, & |t| > \tau/2 \end{cases}$$



--Sinjali impuls njesi

Impuli njesi ose delta impulsi (impulsi I Dirakut) nuk I takon klases se foneve te zakonshme si shumca e sinjaleve qe kan zbatim te gjer, perkundrazi ai vetem ne nje pik eshte I pafundem ndersa ne pikat tjera 0. Diraku mund te perkufizohet vetem permes integraleve ,pra ky sinjal eshte vetem tek sinjalet kontinuale dhe jo tek sinjalet diskrete persa I perket integritit sepse tek sinjalet diskret ai pershkruhet permes shumes e jo integritit.

- Përkufizimi i $\delta(t)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t) dt = x(0)$$

---Sinjalet e diskrete themelore

--Sinjalet eksponenciale dhe sinusoidale

Vlerat reale te parametrave A dhe α jan nga $-\infty < n < \infty$

Si duket nje sinjal diskret eksponencial dhe vlerat e tij kompleke per parametrat A dhe α :

- Vlera e parametrat $a = \exp(j\Omega_0)$.

$$x[n] = Ae^{j\Omega_0 n} = |A|e^{j\varphi}e^{j\Omega_0 n} = |A|\cos(\Omega_0 n + \varphi) + j\sin(\Omega_0 n + \varphi)$$
- Vlerat komplekse të parametrave A dhe a .

$$a = e^{j\Omega_0} \text{ dhe } A = |A|e^{j\varphi}$$

$$x[n] = |A|e^{j\varphi}e^{j(\Omega_0 + \varphi)n} = |A|e^{j\varphi} \cos(\Omega_0 n + \varphi) + j|A|e^{j\varphi} \sin(\Omega_0 n + \varphi)$$

Vetit e sinjaleve kontinueale jan te njejta me vetit e sinjaleve diskrete perveq variablilit te kohes atje eshte t ketu eshte n dallimi tjer tek etit qendrom tek diraku atej gjendet me ane te integralit ketu me ane te shumes :

• Sinjali shkallë njësi

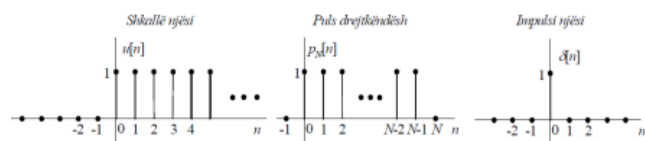
$$u[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$$

• Sinjali drejtkëndësh

$$p_N[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n < N-1 \\ 0, & \text{për } n \text{ të tjera} \end{cases}$$

• Sinjali impuls njësi

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$



Ky pra eshte sinjali I dirakut apo sinjali impuls njesi:.

- Çfarëdo sinjali mund të përshkruhet përmes $\delta[n]$.

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n-k]$$

--Periodiciteti I sinjaleve sinusoidale

Sinjalikontinual sinusoidal eshte periodik per qdo vler te ω_0

$$\omega_0 T = 2\pi k \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0} k$$

Ndersa sinjali diskret sinusoidal nuk eshte periodik per qdo vler te Ω_0 , sepse dinjali diskret duhet te jet nje numer i plot e jo racional.

$$\frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{k}{N} \text{ (numër racional)}$$

1 lini 4

---Veprimet themelore me sinjale

-Shkallezimi i amplitudes

$X(t)=Ax(t)$ nese A eshte me e vogel se 0 pra negativ ateher sinjali(foni) do te zhvendoset ne pjesen ku amplituda eshte negative pra ne pjesen e poshtme, nese duam qe ta zvogelojm amplituden duhet ta shumzojm me nje numer natyror pra $A= 1,2,3,\dots$, foni jon do te duket $X(t)=3x(t)$, e nese duam qe ta zmadhojm amplituden e sinjalit e shumezojm me nje numer racional ,perkatesisht e pjetojm me nje numer natyror pra $A=\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$, sinjali ose foni jon do te duket keshtu $X(t)=\frac{1}{3}x(t)$.

-Zhvendosja ne kohe

Sinjalin mund ta zhvendosim ne dy ane ne anene e majt dhe ne anen e djatht per ta zhvendosur ne anen e djatht e zhvendosim per nje $-t_0$ pra foni do duket $x(t)=(t-t_0)$ e nese duam ta zhvendosim ne anene e djatht e zhvendosim per nje $+t_0$ pra foni duket $x(t)=(t+t_0)$

-Pasqyrimi ne kohe

Sinjali do te pasqyrohet ne anen tjt te boshtit 0 ne te njejeten meny siq eshte ne anene e djatht pra nese pikat jan (1,2) ato do te pasqyrohen tek (-1,-2) e thene me fjalt tjera $x(t)=x(-t)$

-Shkallezim i boshtit

Nga kjo veti nuk do te shakllezohet vetem sinjali yn por I gjith boshti dhe foni do te duket $x(t)=x(\alpha t)$, ku vetit e α jan te njejta sikur tek shkallezimi I amplitudes pra me thyesa rritet ndersa me numra te plot zvogelohet boshti.

LIGJERATA 4

---SISTEME DHE SINJALE KONCEPTET THEMELORE

-Sistemet dhe vetit themelore te tyre

Sistemi perbet nga nje bashkesi fizike e komponenteve I cili ne nje ngacmim hyres $x(t)$ pergjigjet me nje sinjal ne daljen e tij $y(t)$.

Sistemet mund te jene:

- Me nje hyrje dhe nje dalje(SISO),
- Me shume hyrje dhe shum dalje(MIMO).

-SISO

Sistemi me nje hyrje dhe nje dalje perkufizohet si nje pasqyrim ku hyrja $x(t)$ I bashkangjitet daljes $y(t)$. Tek sinjalet kotinuale shenohet si $y(t)=S[x(t)]$ dhe tek sinjalet diskete $y[n]=S\{x[n]\}$.

Sinjali njesi ose indentifikues eshte nje sistem I veqant qe shenohet si $y=I[x]=x$

Sinjalet lidhen ne menyre serike $y=S2\{S1[x]\}$ e thene me fjal S1 vepron I pari ne x pastaj S2 vepron ne pergjigjen e sistemit te par qe ne fund shenohet si $y=Se[x]=(S1,S2)[x]$, ne rastet e pergjithshme nuk vlen vetia komutative per S1 dhe S2 ne kete rast.

Sinjalet lidhen ne menyre paralele dhe shenohet si $y=S1[x]+S2[x]=(S1+S2)[x]$.

Sinjalet lidhen me riveprim $y=S1\{x+S2[y]\}$.

-Vetit e sistemeve

1.Kujtesa – një sistem konsiderohet se nuk ka kujtesë nëse dalja në një moment të caktuar varet vetëm nga sinjali i hyrjes $x(t)$ në atë moment, ndërsa themi se ka kujtesë nëse varet edhe nga vlerat e mëparshme dhe të ardhshme të sinjalit hyres. Sistemet me kujtesë janë sisteme dinamike ndërsa ato pa kujtesë janë sisteme statike

2.Shkakësia – sinjali është shkaksor nëse dalja $y(t)$ varet vetëm nga hyrja në këtë kohë dhe hyrja në kohën e mëparshme e jo nga hyrja në kohën e ardhshme, sepse sistemi shkaksor nuk ka aftësi të parashikojë të ardhmen. Për $y(t)$ mund të shprehet si $y(t)=f\{x(t), x(t-t_1), x(t-t_2), \dots\}$ ndërsa sistemi joshkaksor i njëjti por fillon nga ana negative për $x(t+t_1)$, $x(t)$ e kështu vazhdon sepse sinjali jo shkaksor është nga ana negative e boshtit përkatësisht $t < 0$, e njëjta vlen edhe për sinjalet diskrete.

3.Invertibiliteti- sistemi është invertibil apo i kthyer në qoftë se hyrjet e ndryshme shkaktojnë dalje të ndryshme, por nëse shkaktojnë dalje të njëjta janë joinvertibile, pra për një S është funksion integral atëherë S^{-1} duhet të jetë sinjal derivat.

•Sisteme joinvertibile:

$$y(t) = S\{x(t)\} = a \quad y[n] = S[x[n]] = x^2[n]$$

•Sistemi invertibil:

$$y[n] = S\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$$

Sinjale&Sisteme

Ligj. 2

4.Pandryshueshmëria në kohë- një sistem është i pandryshueshëm në kohë në qoftë se ai bëjë hyrjen e vonuar përgjigjet me dalje të vonuar për të njëjten vonesë kohore $y(t)=S\{x(t)\} = y(t-t_0)=S\{x(t-t_0)\}$ sistemi është i pandryshueshëm (invariant në zhvendosje), ndërsa nëse $y(t)=tx(t)$ sistemi është i ndryshueshëm (joinvariant në zhvendosje).

5.Lineariteti- një sistem është linear nëse është homogjen dhe aditiv.

Një sistem është homogjen nëse në hyrjen e shkallëzuar me konstant shkallëzimi përgjigjet me të njëjten konstant të shkallëzimit në dalje. $S[\alpha x] = \alpha S[x]$

Një sistem është aditiv nëse në shumën e hyrjeve përgjigjet me shumën e daljeve $S[x_1+x_2]=S[x_1]+S[x_2]$.

Pra sistemi duhet te jet homogjen dhe aditiv ne te njejten koh qe te jete linear $S[\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2] = \alpha_1 S[x_1] + \alpha_2 S[x_2]$. Kjo shprehje perkufizon parimin e mbishtrimit i cili eshte veti e qdo sistemi linear, i cili mund te zgjerohet per numer arbitrar te hyrjeve.

6.Stabiliteti-nese nje sitem ne hyrjen te kufizuar pergjigjet me dalje te kufizuar ateher ai eshte stabil. Pra $|x| \leq B < \infty$ rrjedh se $|y| \leq B < \infty$ ku B eshte kufiri i sinjalit hyres dhe atij dales te sistemit, ndryshe njihet me emrin BIBO. Pra sistemet te cilat jan ne integral ose ne shume zakonisht nuk jane stail sepse aty marim kufit ne $-\infty, \infty$ ndersa te gjith fonet e tjera qe kufijt i kan me te vegjel jan stabil.

---Pershkrimi I sistemeve permes thurjes

Nese nuk dihet struktura e brendshme e sistemit ai nuk mund te pershkruhet permes ekuacioneve diferenciale ne keto raste sistemi mund te pershkruhet permes pergjigjes impulsive $h[n]$, ku me pas sinjali ne dalje percaktohet si thurje e sinjalit hyres $x[n]$ dhe pergjigjes impulsive $h[n]$.

---Sistemet diskrete

--Pergjigja impulsive $h[n]$

Pergjigja impulsive e sistemit paraqet pergjigjen e sistemit ne ngacmimn e tij me impulsin njesi $d[n]$ (dirak), pra $h[n] = S\{d[n]\}$ d per dirak.

Nje sinjal mund te shprehet permes impulsit njesi

Formula per $y[n]$ do te jete:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k] = x[n] * h[n]$$

- Në qoftë se sinjali hyrës $x[n]$ është shkallësor, atëherë vlen:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\infty} x[k] h[n-k]$$

- Nëse edhe $h[n]$ atëherë të dy kufijtë e shumës thurëse ndërrojnë:

$$y[n] = \sum_{k=0}^n x[k] h[n-k]$$

Sinjali ne dalje $y[n]$ mund te percaktohet permes thurjes se $x[n]$ dhe $h[n]$ vetem kur:

- Sistemi eshte linear
- Eshte invariant ne zhvendosje
- Para se te veproj sinjali hyres sistemi ka qene ne gjendje te relaksuar (kushtet fillesare zero).

--Vetit e thurjes ne snjalet diskrete

1.Vetia e asociativitetit

$$x[n] * \{h_1[n] * h_2[n]\} = \{x[n] * h_1[n]\} * h_2[n]$$

2.Vetia e komutacionit

$$x[n] * h[n] = h[n] * x[n]$$

3. Distributiviteti ndaj mbledhjes

$$x[n] * \{h_1[n] + h_2[n]\} = x[n] * h_1[n] + x[n] * h_2[n]$$

4.Vetia e zhvendosjes

$$y[n-l] = x[n-l] * h[n] = x[n] * h[n-l]$$

5.Thurja me impuls njesi dhe me impuls njesi te vonuar

vonuar

- Impulsi njësi $\delta[n]$ është element identiteti i thurjes.

$$x[n] = x[n] * \delta[n]$$

Kjo vlen per thurjen me impulsin njesi ndersa me impuls njesi e vonuar kemi:

- vlen edhe:

$$x[n-l] = x[n] * \delta[n-l]$$

- Sistemi me përgjigje impulsive $h[n]$ është invertibil nëse mund të gjendet një $h^{-1}[n]$ për të cilin vlen:

$$h[n] * h^{-1}[n] = \delta[n]$$

---Sistemet kontinue

Sistemet kontinuale mund te pershkruhen si integral I peshuar I delta impulseve qe mund te shenohet $y(t)=x(t)*h(t)$

--Vetit e thurjes se sinjaleve kontinuale

Vetit themelore jane te ngjashme me ato te sinjaleve diskrete

1.Vetia asociative

Pergjigjja impulsive e sistemit qe ekuivalenton dy sisteme te lidhura ne seri eshte e barabart me thurjen e pergjigjeve te veqanta impulsive $h_1(t)*h_2(t)$:

$$x(t) * \{h_1(t) * h_2(t)\} = \{x(t) * h_1(t)\} * h_2(t)$$

2.Vetia e komutacionit

Renditja e termave te thurjes nuk eshte e rendesishme:

$$x(t) * h(t) = h(t) * x(t)$$

■ _ _ _ ■

3. Distributiviteti ndaj mbledhjes

Pergjigjja impulsive e sistemit qe ekuivalenton dy sisteme te lidhura ne seri eshte e barabart me shumen e pergjigjeve te veqanta impulsive $h_1(t)+h_2(t)$:

$$x(t) * \{h_1(t) + h_2(t)\} = x(t) * h_1(t) + x(t) * h_2(t)$$

4.Vetia e zhvendosjes

Zhvendosja e cilitdo term te thurjes per kohen t_0 shkakton zhvendosjen e daljes per te njejtin interval:

$$y(t-t_0) = x(t-t_0) * h(t) = x(t) * h(t-t_0)$$

5.Thurja me impuls njesi dhe me impuls njesi te vonuar

Sistemet me pergjigje impulsive $d(t)$ (dirak) e percjell te pamdryshuar sijalin nga hyrja ne dalje ndersa ai me pergjigje impulsive $d(t-t_0)$ e vonon sinjalin per t_0 :

$$x(t) = x(t) * \delta(t) \quad x(t-t_0) = x(t) * \delta(t-t_0)$$

---Pergjigja impulsive dhe vetit e sistemeve

1.Lineariteti :

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda) h(t-\lambda) d\lambda \quad \text{ose} \quad y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] x[n-k]$$

2.Kujtesa: sistemi nuk ka kujtes vetem nese pergjigja e tij impulsive eshte ne trajten:

$$h(t) = C\delta(t) \quad \text{ose} \quad h[n] = C\delta[n]$$

Ku C eshte konstante.

3.Shkakesia: sisitemi eshte shkaksor nese pergjigja e tij impulsive eshte zero per vlerat negative te variabelit te pavarur t ose n :

$$h(t) = 0, t < 0 \quad \text{ose} \quad h[n] = 0, n < 0$$

4. Invertibiliteti:

Sistemi me prgj impulsive $h_1(t)$ ose $h[n]$ eshte invertibil nese mund te gjendet pergjigja impulsive e sistemit te kundert $h^{-1}(t)$ ose $h^{-1}[n]$ e cila ndrysh quhet shthurje:

$$h(t) * h^{-1}(t) = \delta(t) \quad \text{ose} \quad h[n] * h^{-1}[n] = \delta[n]$$

5. Stabiliteti

Sistemi me prgj impulsive $h_1(t)$ ose $h[n]$ eshte stabil nese pergjigja impulsive e sistemit eshte e integrueshme (mbledheshme) sipas modulitetit:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty \quad \text{ose} \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty$$