Sinjalet dhe sistemet

(Konceptet themelore)

Sistemet dhe vetitë themelore të tyre

Sistemet dhe vetitë e tyre

- Sistemi përbëhet nga një bashkësi fizike apo matematike e komponentëve i cili në një ngacmim hyrës përgjigjet me një sinjal në dalje të tij.

Sistemet mund të jenë:

- Me një hyrje dhe një dalje (SISO)
  (nga Single Input Single Output)
- Me shumë hyrje dhe shumë dalje (MIMO)
  (nga Multiple Input Multiple Output)

- Në këtë lëndë do të trajtohen vetëm sistemet SISO !

Përkufizim: Sistemi me një hyrje dhe një dalje përkufizohet matematikisht si një pasqyrim, ku hyrjes $x(t)$ i bashkëngjitet dalja apo përgjigjja e sistemit $y(t)$.

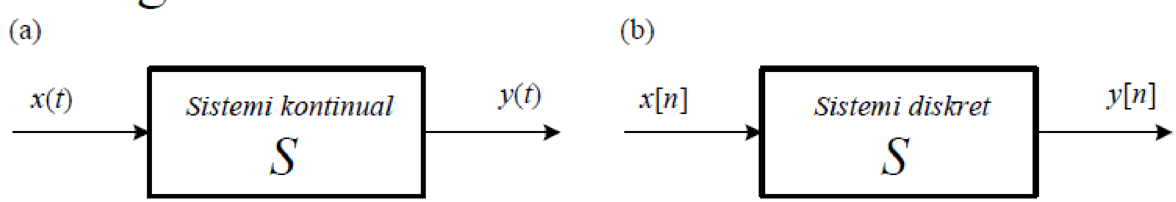
Sistemet e vazhduara $\quad x(t) \to y(t)$

Sistemet diskrete $\quad x[n] \to y[n]$

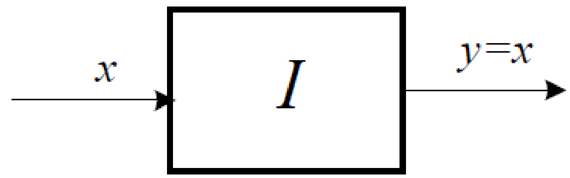
Mënyra operatorike e shënimit

$$y(t) = S\left[x(t)\right] \text{ dhe } y[n] = S\{x[n]\}$$

Simboli grafik

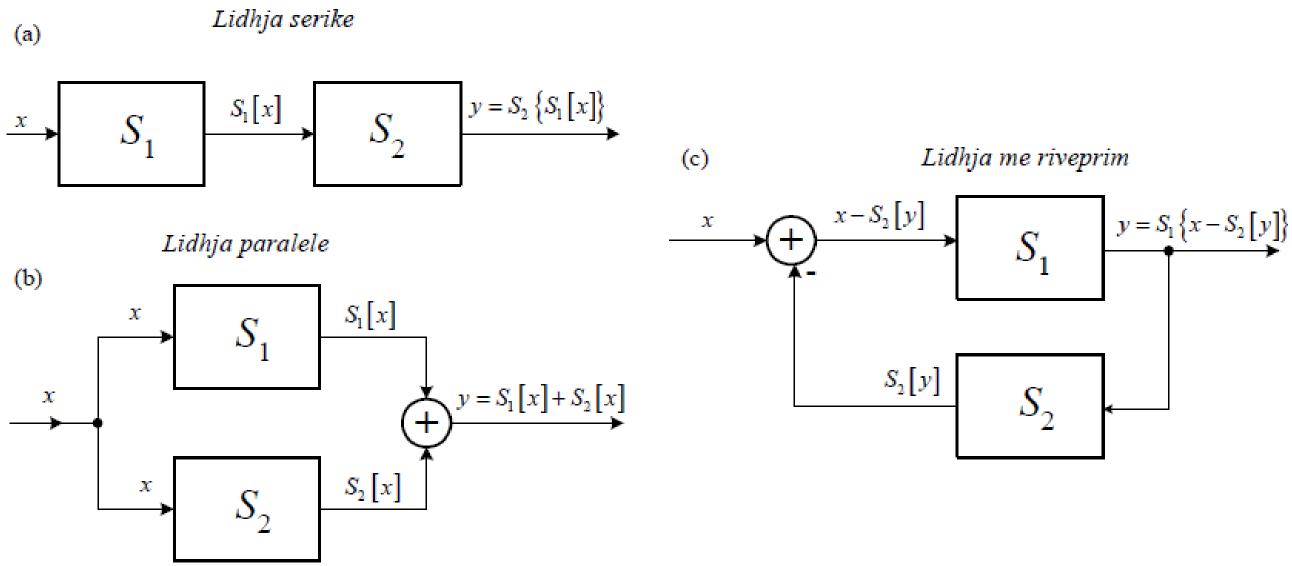


Një sistem i veçantë – Sistemi njësi (Identiteti)



$$y = I[x] = x$$

Lidhja e sistemeve



Lidhja serike $\quad y = S_2\{S_1[x]\}$

Interpretim: S_1 vepron i pari në x, e pastaj S_2 vepron në përgjigjen e sistemit të parë, që rezulton me përgjigjen e përgjithshme y.

Sistemi ekuivalent $\quad y = S_e[x] = (S_2 S_1)[x] \qquad S_e = (S_2 S_1)$

Vërejtje: Në rastin e përgjithshëm nuk vlen vetia e komutacionit

$$S_2 S_1 \neq S_1 S_2$$

Për sistemet që ne do t'i analizojmë (lineare dhe invariante në zhvendosje) vlen:

$$S_2 S_1 = S_1 S_2$$

Lidhja paralele:

$$y = S_1[x] + S_2[x] = (S_1 + S_2)[x] = S_e[x]$$

$$S_e = (S_1 + S_2) = (S_2 + S_1)$$

Lidhja me riveprim:

$$y = S_1\{x - S_2[y]\}$$

Vërejtje: Kjo lidhje mbështet parimin fondamental të funksionimit të sistemeve të rregullimit automatik.

Vetitë e sistemeve

1. Kujtesa

- Një sistem konsiderohet se nuk ka kujtesë në qoftë se dalja në një moment të caktuar kohor varet vetëm nga vlera e sinjalit hyrës në atë moment, e jo nga vlerat e mëparshme apo të ardhshme të sinjalit hyrës.
- Nëse sistemi nuk e ka këtë veti, atëherë ai është me kujtesë.
- Sistemi me kujtesë ↔ Sistem dinamik
- Sistemi pa kujtesë ↔ Sistem statik

- Sistemet pa kujtesë (statike) $y(t) = 4x(t)$ $\quad y[n] = nx[n] + 2x^2[n]$

$$y(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}x(\lambda)\,d\lambda$$

- Sistemet me kujtesë (dinamik)

$$y[n]=nx[n]-3x^{3}[n-1]$$

$$y[n]=y[n-1]-x[n]$$

- Thellësia (rendi) e kujtesës?

2. Shkakësia (Kauzaliteti)

- Sistemi është **shkakësor**, apo kauzal, në qoftë se dalja në kohën e aktuale varet vetëm nga hyrja në këtë kohë dhe nga hyrja në kohën e mëparshme, e jo edhe nga hyrja në kohën e ardhshme.

- Sistemi shkakësor nuk ka aftësi për ta parashikuar të ardhmen.

- Përgjigjja e sistemeve shkakësore mund të shprehet vetëm në trajtën:

$$y(t) = f\{x(t), x(t-t_1), x(t-t_2), \ldots\}$$

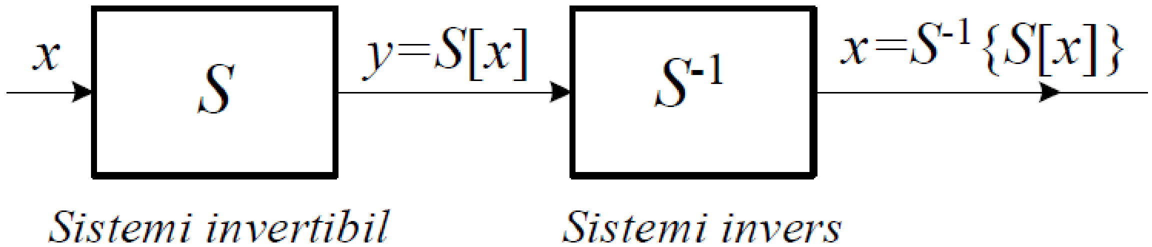
$$y[n] = f\{x[n], x[n-1], x[n-2], \ldots\}$$

- Sistemi shkakësor: $y[n]=x[n]-x[n-1]$

- Sistemi joshkakësor: $y[n]=x[n+1]-x[n]$

3. Invertibiliteti

•Sistemi është **invertibil** (i kthyeshëm) në qoftë se hyrjet e ndryshme shkaktojnë dalje të ndryshme.



$$x = S^{-1}[y] = S^{-1}S[x] = I[x], \quad I = S^{-1}S$$

•*Sisteme joinvertibile:*

$$y(t) = S\{x(t)\} = a \qquad y[n] = S\big[x[n]\big] = x^2[n]$$

•*Sistemi invertibil:* $$y[n] = S\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$$

4. Pandryshueshmëria në kohë (invarianca në zhvendosje)

- Sistemi është **i pandryshueshëm** në kohë në qoftë se ai në hyrjen e vonuar përgjigjet me dalje të vonuar për të njëjtën vonesë kohore.

- **Përkufizimi:** *Sistemi i vazhduar*

$$y(t)=S\{x(t)\} \Rightarrow y(t-t_0)=S\{x(t-t_0)\}$$

Sistemi diskret

$$y[n]=S\{x[n]\} \Rightarrow y[n-k]=S\{x[n-k]\}$$

Sistemi i ndryshueshëm në kohë (joinvariant në zhvendosje)

$$y(t)=t\,x(t)$$

Sistemi i pandryshueshëm në kohë (invariant në zhvendosje)

$$y[n]=S\{x[n]\}=x[n]-x[n-1]$$

5. Lineariteti

•Sistemi është **linear** në qoftë se është *homogjen* dhe *aditiv.*

•Sistemi është homogjen nëse në hyrjen e shkallëzuar me konstantë ai përgjigjet me dalje të shkallëzuar me të njëjtin konstantë të shkallëzimit.

$$S[ax] = aS[x]$$

•Sistemi homogjen në hyrjen zero përgjigjet me dalje zero

$$S[0 \cdot x] = 0 \cdot S[x] = 0$$

•Sistemi është **aditiv** nëse në shumën e hyrjeve përgjigjet me shumën e daljeve.

$$S[x_1 + x_2] = S[x_1] + S[x_2]$$

•Për të qenë sistemi linear ai duhet të jetë njëkohësisht *homogjen* dhe *aditiv*.

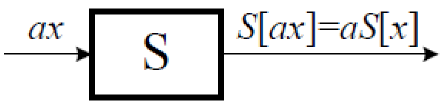
$$S[a_1 x_1 + a_2 x_2] = a_1 S[x_1] + a_2 S[x_2]$$

Kjo shprehje përkufizon parimin e mbishtrimit (superpozicionimit) që është veti e të gjitha sistemeve lineare.

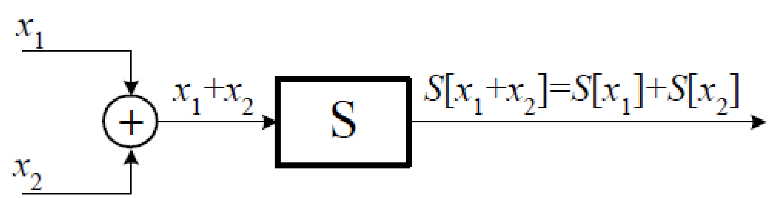
•Parimi i mbishtrimit mund të zgjerohet edhe për numër arbitrar të hyrjeve.

$$S\left[\sum_k a_k x_k\right] = \sum_k a_k S[x_k]$$

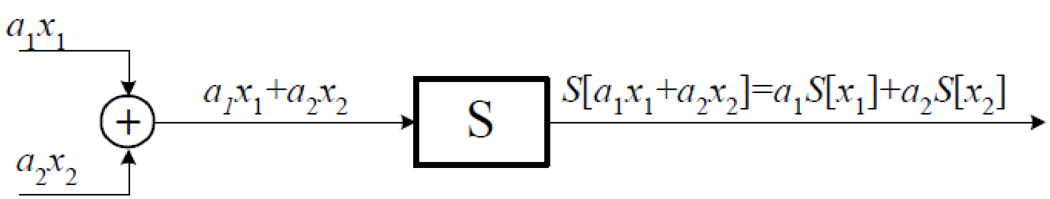
•Ilustrimi grafik i parimit të mbishtrimit.



Sistemi homogjen



Sistemi aditiv



Sistem homogjen dhe aditiv = Sistem linear

•Sistem linear: $y(t) = S\left[x(t)\right] = ax(t)$

•Sistem jolinear: $y(t) = S\left[x(t)\right] = ax(t) + b$

6. Stabiliteti

- Në qoftë se sistemi në hyrjen e kufizuar përgjigjet me dalje të kufizuar atëherë ai është **stabil**.

- Sistemi është stabil nëse pohimi vijues është i saktë

$$|x| \le B_x < \infty \quad \Rightarrow \quad |y| \le B_y < \infty$$

ku B_x është kufiri i sinjalit në hyrje, ndërsa B_y është kufiri i sinjalit në dalje të sistemit.

- Ky përkufizim i stabilitetit njihet me emërtimin BIBO (Bounded Input Bounded Output)

- Sisteme stabile: $y(t) = S[x(t)] = x^2(t)$ $\quad y[n] = S\{x[n]\} = e^{x[n]}$

- Sisteme jostabile: $y(t) = S[x(t)] = e^t x(t)$ $\quad y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$