

- ① Решить СЛАУ вида $Ax=b$, где
 $b=(b_1, b_2, \dots, b_n)^T$ - вектор заданных чисел
 $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ - вектор неизвестных
 $A=(a_{ij})_{i,j=1}^n$ - матрица коэф. СЛАУ $n \times n$
 с точностью ϵ , т.е. найти такой вектор \tilde{x} , что
 $\|\tilde{x}-x\| < \epsilon$

x -вектор точного решения - известен

- ② $\forall x^{(0)} \in \mathbb{R}^{(n)}$ - любой вектор
 Условие выхода $\|r^{(k)}\|_2 < \epsilon$ (остатки становятся меньше ϵ)

⑤ $\|r_0\|_2 = \left\| \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \right\|_2 = 3,7417$

$\|r_1\|_2 = \left\| \begin{pmatrix} 0,514 \\ 0,616 \\ 0,037 \end{pmatrix} \right\|_2 = 0,8031$

$\|r_2\|_2 = \left\| \begin{pmatrix} 1,39 \\ -0,47 \\ 1,24 \end{pmatrix} \right\|_2 = 1,9211$

- ⑥ Для построения зависимости порешности, корней невязки, числа итераций от определителя возьмем 13 значений определителя, $\det(A_i) = 10^{-i}$, $i=1,2,\dots,13$. Будем составлять матрицу 10×10 , при этом вектор x остается неизменным. $b = Ax$. Исследуем интервал $\det(A)$: $10^{-13} \leq \det(A) \leq 10^1$. Тогда решение $\epsilon = 10^8$

Для построения зависимости порешности, невязки, числа итераций от точности возьмем 13 значений: 10^{-i} , $i=1,2,\dots,13$. Заданную матрицу A размером 10×10 , $\det A = 20$, вектор x -случайный, $b = Ax$. За 13 итераций получим 13 решений $Ax=b$ с заданной точностью

Заметим, что алгоритм составления матриц с заданным определителем

$A: n \times n$, $\det(A) = d$ создает A , ортогональную к диагональной U
 $\frac{1}{d} = z \cdot 2^n$, где n - размерность матрицы, $z \in \mathbb{Z}$, $\frac{1}{d} = \frac{1}{d}$.

- ⑧ На рис. 1 график ад. порешности лежит ниже биссектрисы \Rightarrow точность достигается. Для адб. порешности верно $\|x^{(k)} - x^*\| \leq \|A^{-1}\| \|Ax^{(k)} - b\|$
 т.е. отнимается некая константа от корней невязки, что и видно на графике (параллельность двух графиков)

Рис. 1 Зависимости абсолютной погрешности и нормы невязки от ϵ

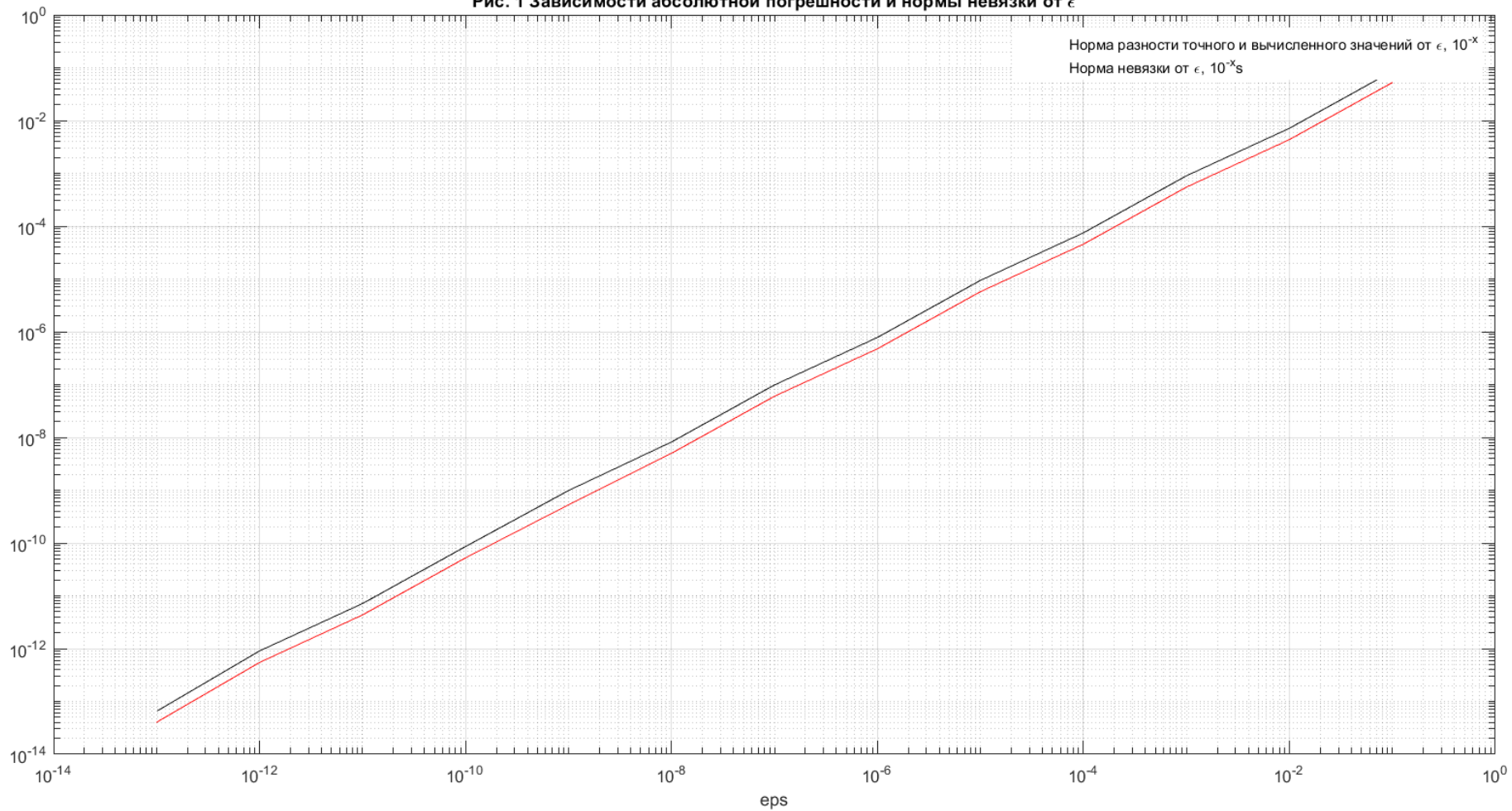


Рис. 2 Число итераций от ϵ , 10^{-x}

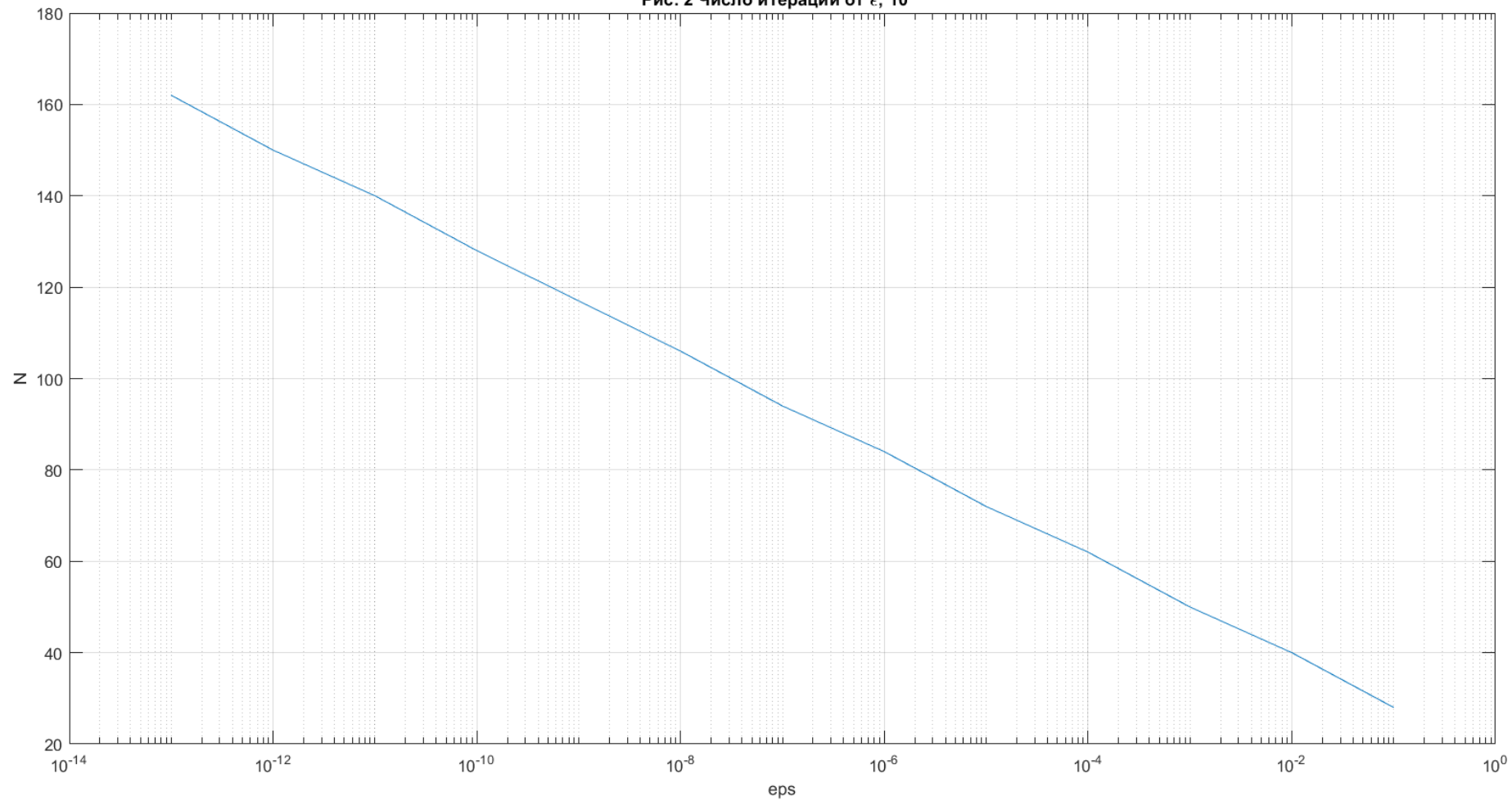


Рис. 3 Норма разности точного и вычисленного значений от det,

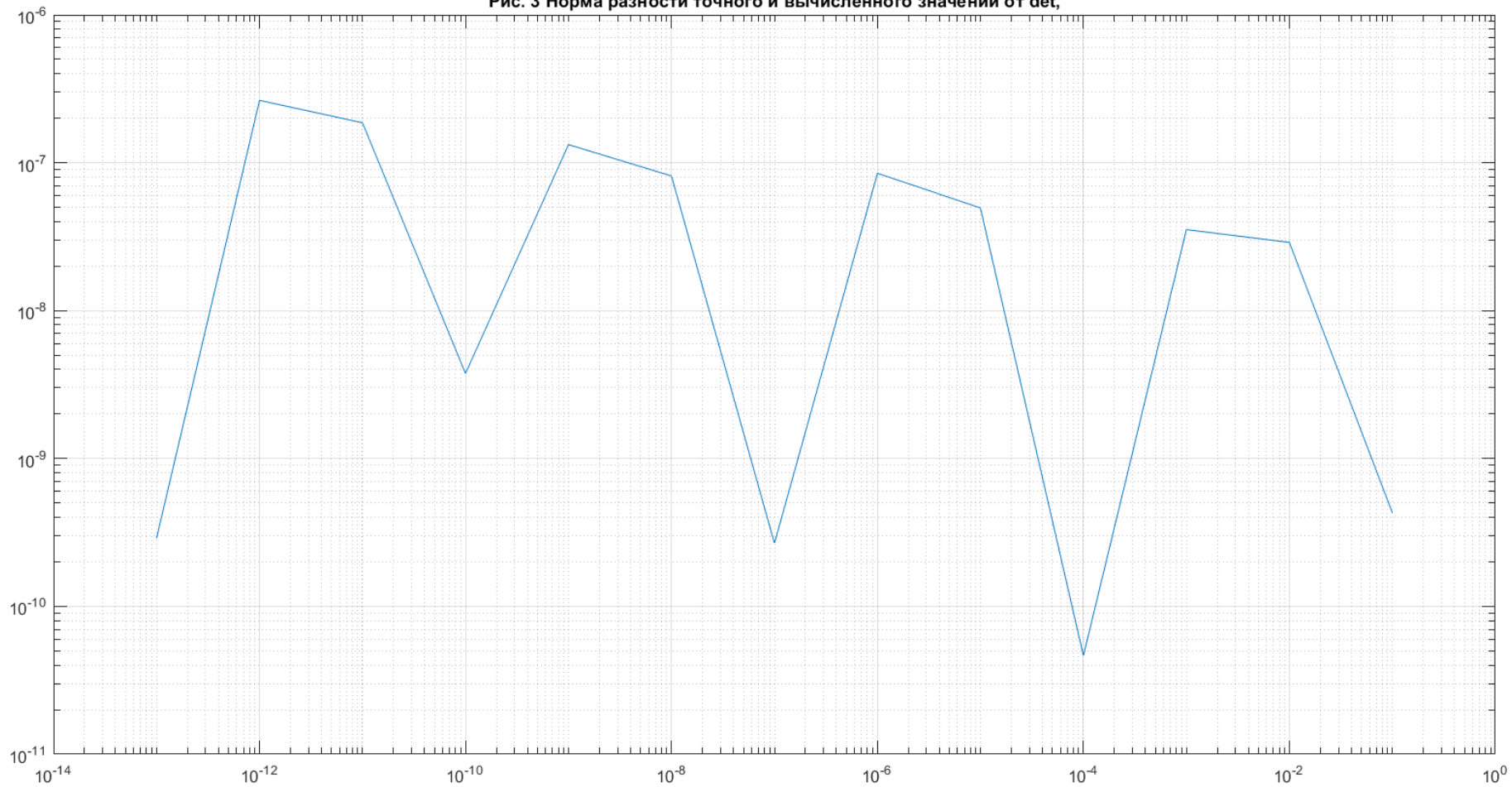


Рис. 4 Норма невязки от det

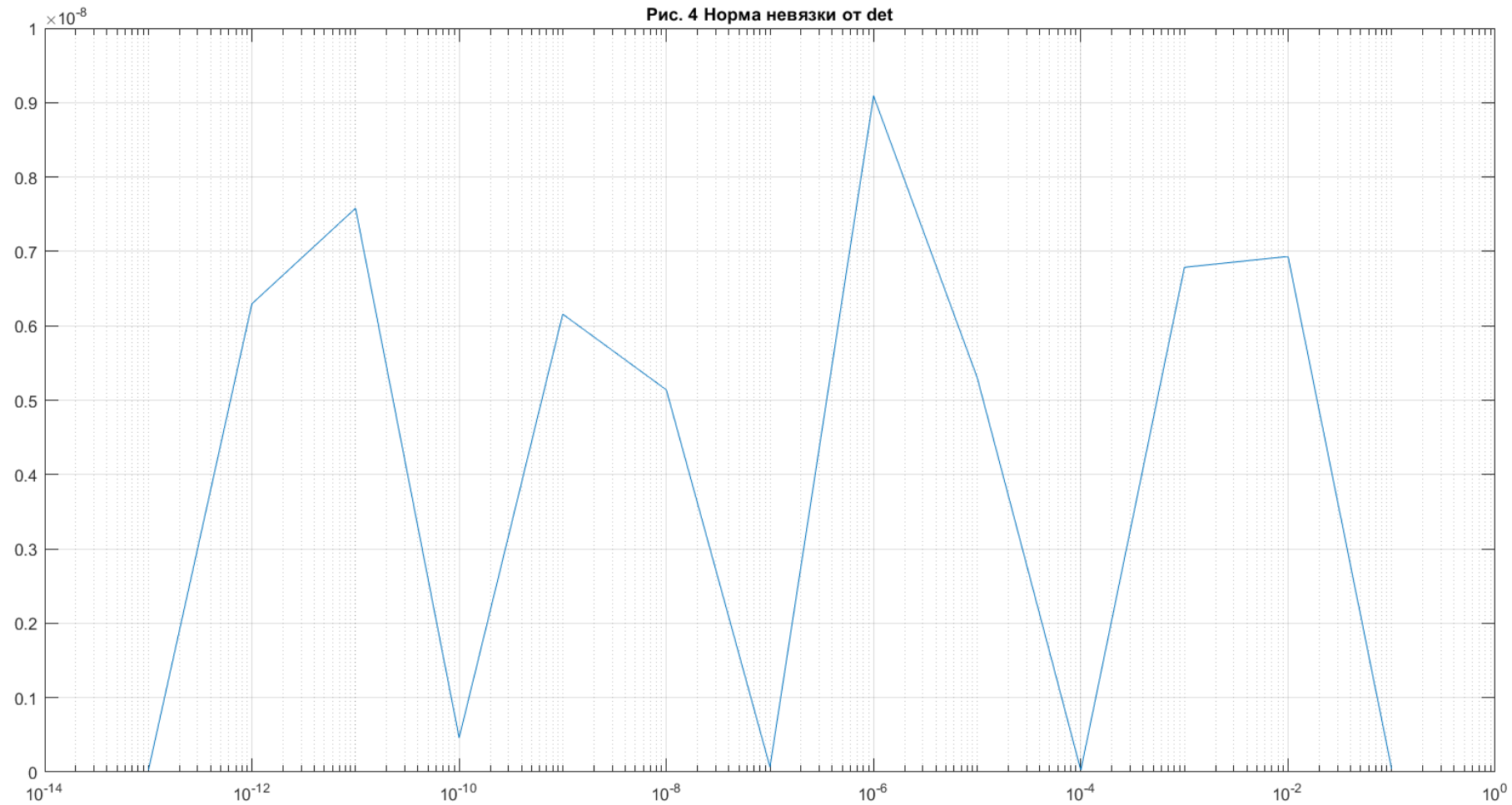


Рис. 5 Число итераций от det

