(1) Решить СЛАУ вида $Ax = b$, где

$b = (b_1, b_2, \dots b_n)^T$ — вектор свободных членов

$x = (x_1, x_2, \dots x_n)^T$ — вектор неизвестных

$A = (a_{ij})_{i,j=1}^{n}$ — матрица коэф. СЛАУ $n \times n$

с точностью ε, т.е. найти такой вектор $\tilde{x}$, что

$\| \tilde{x} - x \| < \varepsilon$

x - вектор точного решения - известен

(2) $\exists\, x^{(0)} \in \mathbb{R}^{(n)}$ - любой вектор

Условие выхода $\| r^{(k)} \|_2 < \varepsilon$ (останавливаемся по невязке)

(5) $\| r_0 \|_2 = \left\| \begin{matrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{matrix} \right\|_2 = 3,7417$

$\| r_1 \|_2 = \left\| \begin{matrix} 0,514 \\ 0,616 \\ 0,037 \end{matrix} \right\| = 0,8031$

$\| r_2 \|_2 = \left\| \begin{matrix} 1,39 \\ -0,47 \\ 1,24 \end{matrix} \right\| = 1,9211$

(6) Для построения зависимости погрешности, нормы невязки, числа итераций от определителя возьмем 13 значений определителя, $\det(A_i) = 10^{-i}$, $i = 1, 2, \dots 13$, будем создавать матрицу 10×10, $b = Ax$. Исследуемый при этом вектор x остается неизменным. интервал $\det(A)$: $10^{-13} \le \det(A) \le 10^{1}$. Точность решения $= 10^{-8}$

Для построения зависимости погрешности, невязки, числа итераций от точности возьмем 13 значений: 10^{-i}, $i = 1, 2, \dots 13$. Зададим матрицу A размером 10×10, $\det A = 20$, вектор x - случайный, $b = Ax$. За 13 итераций получим 13 решений $Ax = b$ с соотв. точностью

Заметим, что алгоритм создания матриц с заданным определителем $A: n \times n$, $\det(A) = d$ создает A, стремящуюся к диагональной для

$\frac{1}{d} = z \cdot 2^n$, где n - размерность матрицы, $z \in \mathbb{Z}$, $\frac{1}{d} \cdot d$

(8) На рис. 1 график абс. погрешности лежит ниже биссектрисы => точность достигается. Для абс. погрешности верно $\| x^{(k)} - x^* \| \le \| A^{-1} \| \, \| A \|$ т.е. отличается на константу от нормы невязки, что и видим на граф. (параллельность двух прямых)