

Вариант 8

In[1]:=

$a = 0.2; b = 0.7; f[x_] = \cos[x]^3 * \exp[x];$
показательная фу

$IT[f_] := \int_a^b f[x] dx // N$
численное приближение

$x_{k_} := a + k \frac{(b - a)}{n}$

$S[f_] := (b - a) \sum_{k=0}^n B_k f[x_k]$

$B_k := \frac{(-1)^{n-k}}{k! (n-k)! n} \int_0^n \left(\prod_{i=0}^{k-1} (t - i) \right) \left(\prod_{i=k+1}^n (t - i) \right) dt$

$IT[f]$

Out[6]= 0.5522

In[7]:=

$n = 1;$
 $S_1 = S[f] // N$
численное приближение

$R_1 = \text{Abs}[IT[f] - S[f]]$
абсолютное значение

$ER_1 = \frac{(b - a)^3}{12} \text{Maximize}[\{\text{Abs}[D[f[x], \{x, 2\}]\}, a \leq x \leq b\}, x][[1]] // N$
максимизи... аб... дифференцировать чи

$R_1 \leq ER_1$

$\text{Table}[\{g[x_] = x^i, IT[g] == S[g]\}, \{i, 0, 2\}]$
таблица значений

Out[8]= 0.512701

Out[9]= 0.0394995

Out[10]= 0.0420705

Out[11]= True

Out[12]= $\{\{1, \text{True}\}, \{x, \text{True}\}, \{x^2, \text{False}\}\}$

In[13]:=

```

In[14]:= n = 2;
S2 = S[f] // N
           численное приближение

R2 = Abs[IT[f] - S[f]]
           абсолютное значение

ER2 =  $\frac{(b-a)^5}{2880}$  Maximize[{Abs[D[f[x], {x, 4}]]], a ≤ x ≤ b}, x][[1]] // N
           максимизи... аб... дифференцировать
           чи

R2 ≤ ER2
Table[{g[x_] = xi, IT[g] == S[g]}, {i, 0, 4}]
           таблица значений

```

Out[15]= 0.552568

Out[16]= 0.00036822

Out[17]= 0.000392161

Out[18]= True

Out[19]= {{1, True}, {x, True}, {x², True}, {x³, True}, {x⁴, False}}

```

In[20]:= n = 3;
S3 = S[f] // N
           численное приближение

R3 = Abs[IT[f] - S[f]]
           абсолютное значение

ER3 =  $\frac{(b-a)^5}{6480}$  Maximize[{Abs[D[f[x], {x, 4}]]], a ≤ x ≤ b}, x][[1]] // N
           максимизи... аб... дифференцировать
           чи

R3 ≤ ER3
Table[{g[x_] = xi, IT[g] == S[g]}, {i, 0, 4}]
           таблица значений

```

Out[21]= 0.552362

Out[22]= 0.000162373

Out[23]= 0.000174294

Out[24]= True

Out[25]= {{1, True}, {x, True}, {x², True}, {x³, True}, {x⁴, False}}

In[26]:= $\text{eps} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3};$

$\text{ER1} := \frac{\text{Maximize}[\{\text{Abs}[\text{D}[\text{f}[\text{x}], \{\text{x}, \text{n} + 1\}]\}, \text{a} \leq \text{x} \leq \text{b}\}, \text{x}][[1]]}{(\text{n} + 1)!} \text{Abs}\left[\int_a^b \left(\prod_{i=0}^n (y - x_i)\right) dy\right]$
абсолютное значение

$\text{ER2} := \frac{\text{Maximize}[\{\text{Abs}[\text{D}[\text{f}[\text{x}], \{\text{x}, \text{n} + 2\}]\}, \text{a} \leq \text{x} \leq \text{b}\}, \text{x}][[1]]}{(\text{n} + 2)!} \text{Abs}\left[\int_a^b \left(y \prod_{i=0}^n (y - x_i)\right) dy\right]$
абсолютное значение

$\text{n} = 1;$
 $\text{While}[(\text{If}[\text{EvenQ}[\text{n}], \text{ER2}, \text{ER1}]) > \text{eps}, \text{n}++]$

цикл... чётное число?

n

Out[31]= 2

In[32]:= $\text{S}_n = \text{S}[\text{f}] // \text{N}$

численное приближение

$\text{R}_n = \text{Abs}[\text{IT}[\text{f}] - \text{S}[\text{f}]]$

абсолютное значение

$\text{R}_n \leq \text{eps}$

$\text{Table}[\{g[x_] = x^i, \text{IT}[g] == \text{S}[g]\}, \{i, 0, \text{If}[\text{EvenQ}[\text{n}], \text{n} + 2, \text{n} + 1]\}]$

таблица значений

... чётное число?

Out[32]= 0.552568

Out[33]= 0.00036822

Out[34]= True

Out[35]= $\{\{1, \text{True}\}, \{x, \text{True}\}, \{x^2, \text{True}\}, \{x^3, \text{True}\}, \{x^4, \text{False}\}\}$