

In[69]:= **Вариант 13;**

In[70]:= **1. Задаем начальные данные;**

In[71]:= $x_0 = 0.1; x_1 = 0.3; x_2 = 0.7; x_3 = 1.4;$
 $f_0 = 1; f_1 = -7; f_2 = 15; f_3 = 25;$
 $n = 3;$

In[74]:= **2. Формируем линейный интерполяционный сплайн на частичном отрезке $[x_k, x_{k+1}]$;**

In[75]:= $P_{k_}[t_] = f_k + (t - x_k) * A_k;$

In[76]:= **3. Записываем интерполяционные условия в систему линейных уравнений;**

In[77]:= $eq1 = \text{Table}[P_k[x_{k+1}] == P_{k+1}[x_{k+1}], \{k, 0, n - 2\}];$

[\[таблица значений\]](#)

$eq2 = \{P_{n-1}[x_n] == f_n\};$

In[79]:= **4. Формируем систему линейных уравнений
для определения неизвестных коэффициентов сплайна;**

Out[79]= **4. систему линейных Формируем уравнений**

In[81]:= $eq = \text{Join}[eq1, eq2]$

[\[соединить\]](#)

Out[81]= $\{1 + 0.2 A_0 == -7., -7 + 0.4 A_1 == 15., 15 + 0.7 A_2 == 25\}$

In[82]:= **5. Решаем систему линейных уравнений;**

In[83]:= $koef = \text{Solve}[eq, \{\}]$

[\[решить уравнения\]](#)

Out[83]= $\{\{A_0 \rightarrow -40., A_1 \rightarrow 55., A_2 \rightarrow 14.2857\}\}$

In[84]:= **6. Строим искомый сплайн;**

In[85]:= $spl = \text{Table}[P_k[t] /. koef, \{k, 0, n - 1\}] // \text{Expand} // \text{Flatten}$

[\[таблица значений\]](#)

[\[раскрыть ...\]](#) [\[уплостить\]](#)

Out[85]= $\{5. - 40. t, -23.5 + 55. t, 5. + 14.2857 t\}$

In[86]:= **8. Проверяем интерполяционные условия;**

In[87]:= $\text{Table}[(spl[[k]] /. t \rightarrow x_{k-1}) == f_{k-1}, \{k, 1, n\}]$

[\[таблица значений\]](#)

$(spl[[n]] /. t \rightarrow x_n) == f_n$

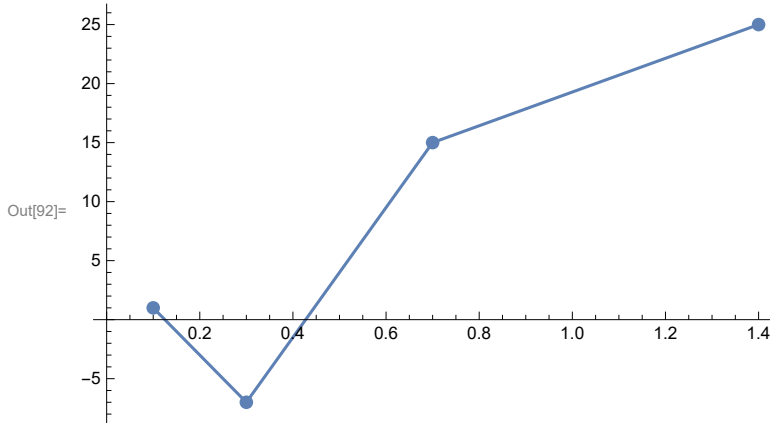
Out[87]= $\{\text{True}, \text{True}, \text{True}\}$

Out[88]= **True**

In[89]:= **10. Изображаем исходную систему точек и
полученный интерполяционный сплайн в одной системе координат;**

Out[89]= **10. и точек систему исходную Изображаем**

```
In[91]:= Gr1 = ListPlot[Table[{xi, fi}, {i, 0, n}], PlotStyle -> {PointSize[0.02]}];
[диаграмм... [таблица значений] [стиль графика] [размер точки]
Gr2 = Table[Plot[spl[[k]], {t, xk-1, xk}, {k, 1, n}];
[табл... [график функции]
Show[Gr1, Gr2]
[показать]
```



```
In[93]:= a = x0 = 0.1; x1 = 0.3; x2 = 0.7; x3 = 1.4;
f0 = 1; f1 = -7; f2 = 15; f3 = 25;
n = 3;
```

```
In[96]:= Pk[t_] = fk + (t - xk) * (Ak t + Bk);
```

```
In[97]:= eq1 = Table[Pk[xk+1] == Pk+1[xk+1], {k, 0, n - 2}];
[таблица значений]
```

```
PPk[t_] = ∂t Pk[t];
```

```
eq2 = Table[PPk[xk+1] == PPk+1[xk+1], {k, 0, n - 2}];
[таблица значений]
```

```
eq3 = {Pn-1[xn] == fn};
```

```
In[101]:= eq4 = {PP0[a] == 0};
```

```
In[102]:= eq = Join[eq1, eq2, eq3, eq4]
[соединить]
```

```
Out[102]= {1 + 0.2 (0.3 A0 + B0) == -7., -7 + 0.4 (0.7 A1 + B1) == 15., 0.5 A0 + B0 == 0. + 0.3 A1 + B1,
1.1 A1 + B1 == 0. + 0.7 A2 + B2, 15 + 0.7 (1.4 A2 + B2) == 25, 0. + 0.1 A0 + B0 == 0}
```

```
In[103]:= koef = Solve[eq, {}]
[решить уравнения]
```

```
Out[103]= {{A0 -> -200., A1 -> 337.5, A2 -> -251.02, B0 -> 20., B1 -> -181.25, B2 -> 365.714}}
```

```
In[104]:= spl = Table[Pk[t] /. koef, {k, 0, n - 1}] // Expand // Flatten
[таблица значений] [раскрыть... [уплостить]
```

```
Out[104]= {-1. + 40. t - 200. t2, 47.375 - 282.5 t + 337.5 t2, -241. + 541.429 t - 251.02 t2}
```

```
In[105]:= Table[(spl[[k]] /. t -> xk-1) == fk-1, {k, 1, n}]
[таблица значений]
(spl[[n]] /. t -> xn) == fn
```

```
Out[105]= {True, True, True}
```

```
Out[106]= True
```

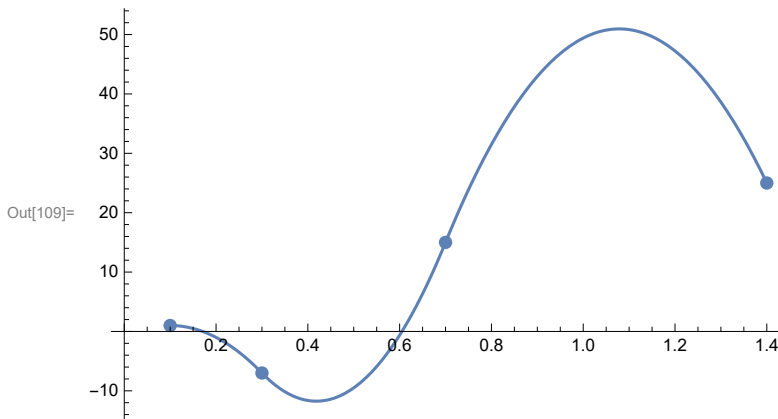
In[107]:= $(D[spl[[1]], \{t, 1\}] /. t \rightarrow a) == 0$
 [дифференцировать]

Out[107]= True

In[108]:= Gr1 = ListPlot[Table[{x_i, f_i}, {i, 0, n}], PlotStyle → {PointSize[0.02]}];
 [диаграмм... [таблица значений] [стиль графика] [размер точки]

Gr3 = Table[Plot[spl[[k]], {t, x_{k-1}, x_k}], {k, 1, n}];
 [табл... [график функции]

Show[Gr1, Gr3, PlotRange → All]
 [показать] [отображаем... [всё]



In[110]:= a = x₀ = 1/10; x₁ = 3/10; x₂ = 7/10; b = x₃ = 14/10;
 f₀ = 1; f₁ = -7; f₂ = 15; f₃ = 25;
 n = 3;

In[113]:= P_k[t_] = f_k + (t - x_k) * (A_k t² + B_k t + C_k);

In[114]:= eq1 = Table[P_k[x_{k+1}] == P_{k+1}[x_{k+1}], {k, 0, n - 2}];
 [таблица значений]

PP_k[t_] = ∂_t P_k[t];

eq2 = Table[PP_k[x_{k+1}] == PP_{k+1}[x_{k+1}], {k, 0, n - 2}];
 [таблица значений]

PPP_k[t_] = ∂_t PP_k[t];

eq3 = Table[PPP_k[x_{k+1}] == PPP_{k+1}[x_{k+1}], {k, 0, n - 2}];
 [таблица значений]

eq4 = {P_{n-1}[x_n] == f_n};

In[120]:= eq6 = {PP_{n-1}[x_n] == 0};

eq5 = {PP₀[x₀] == 0};

In[122]:= eq = Join[eq1, eq2, eq3, eq4, eq5, eq6]
 [соединить]

Out[122]= $\left\{ 1 + \frac{1}{5} \left(\frac{9 A_0}{100} + \frac{3 B_0}{10} + C_0 \right) == -7, -7 + \frac{2}{5} \left(\frac{49 A_1}{100} + \frac{7 B_1}{10} + C_1 \right) == 15, \right.$
 $\frac{9 A_0}{100} + \frac{3 B_0}{10} + \frac{1}{5} \left(\frac{3 A_0}{5} + B_0 \right) + C_0 == \frac{9 A_1}{100} + \frac{3 B_1}{10} + C_1,$
 $\frac{49 A_1}{100} + \frac{7 B_1}{10} + \frac{2}{5} \left(\frac{7 A_1}{5} + B_1 \right) + C_1 == \frac{49 A_2}{100} + \frac{7 B_2}{10} + C_2, \frac{8 A_0}{5} + 2 B_0 == \frac{6 A_1}{5} + 2 B_1,$
 $\frac{18 A_1}{5} + 2 B_1 == \frac{14 A_2}{5} + 2 B_2, 15 + \frac{7}{10} \left(\frac{49 A_2}{25} + \frac{7 B_2}{5} + C_2 \right) == 25,$
 $\frac{A_0}{100} + \frac{B_0}{10} + C_0 == 0, \frac{49 A_2}{25} + \frac{7 B_2}{5} + \frac{7}{10} \left(\frac{14 A_2}{5} + B_2 \right) + C_2 == 0 \}$

In[123]:= **koef = Solve[eq, {}]**

[\[решить уравнения\]](#)

Out[123]= $\left\{ \left\{ A_0 \rightarrow \frac{9833}{7}, A_1 \rightarrow -\frac{2885}{7}, A_2 \rightarrow \frac{27508}{343}, B_0 \rightarrow -\frac{26666}{35}, \right. \right.$
 $\left. B_1 \rightarrow \frac{21321}{35}, B_2 \rightarrow -\frac{60016}{245}, C_0 \rightarrow \frac{43499}{700}, C_1 \rightarrow -\frac{16947}{100}, C_2 \rightarrow \frac{35008}{175} \right\} \}$

In[124]:= **spl = Table[P_k[t] /. koef, {k, 0, n - 1}] // Expand // Flatten**

[\[таблица значений\]](#)

[\[раскрыть ...\]](#) [\[уплостить\]](#)

Out[124]= $\left\{ -\frac{36499}{7000} + \frac{13833t}{100} - \frac{12633t^2}{14} + \frac{9833t^3}{7}, \right.$
 $\left. \frac{43841}{1000} - \frac{49311t}{140} + \frac{51297t^2}{70} - \frac{2885t^3}{7}, -\frac{15629}{125} + \frac{9288t}{25} - \frac{14754t^2}{49} + \frac{27508t^3}{343} \right\}$

In[125]:= **Table[(spl[[k]] /. t -> x_{k-1}) == f_{k-1}, {k, 1, n}]**

[\[таблица значений\]](#)

(spl[[n]] /. t -> x_n) == f_n

Out[125]= {True, True, True}

Out[126]= True

In[127]:= **(D[spl[[1]], {t, 1}] /. t -> a) == 0**

[\[дифференцировать\]](#)

(D[spl[[n]], {t, 1}] /. t -> b) == 0

[\[дифференцировать\]](#)

Out[127]= True

Out[128]= True

```

In[129]:= Gr1 = ListPlot[Table[{xi, fi}, {i, 0, n}], PlotStyle → {PointSize[0.02]}];
           [диаграмм... [таблица значений [стиль графика [размер точки
Gr4 = Table[Plot[spl[[k]], {t, xk-1, xk}, PlotStyle → {Red, Blue}], {k, 1, n}];
           [табл... [график функции [стиль графика [кр... [синий
Show[Gr1, Gr4, PlotRange → All]
           [показать [отображаем... [всё
Show[Gr1, Gr2, Gr3, Gr4, PlotRange → All]
           [показать [отображаем... [всё

```

