Вариант 8 (По определению)

1.

```
X = {π/6, π/4, π/3, π/2};
f[x_] = Cot[x]^2;
n = Length[X] - 1;
```
длина
```
Do[{x_i = X[[i + 1]], f_i = f[x_i]}, {i, 0, n}]
```
оператор цикла

2.Строим алгебраический интерполяционный многочлен через определитель

```
Unprotect[Power];
```
снять защ⋯ степень
```
0^0 := 1;
Do[fi_j[x_] = x^j, {j, 0, n}];
```
оператор цикла
```
Do[d_{i,j} = fi_j[x_i], {i, 0, n}, {j, 0, n}];
```
оператор цикла
```
Do[{d_{i,n+1} = f_i, d_{n+1,i} = fi_i[x]}, {i, 0, n}];
```
оператор цикла
```
d_{n+1,n+1} = 0;
V = Table[d_{i,j}, {i, 0, n}, {j, 0, n}];
```
таблица значений
```
V1 = Table[d_{i,j}, {i, 0, n + 1}, {j, 0, n + 1}];
```
таблица значений
```
% // MatrixForm
```
матричная форма
```
P[x_] = -Det[V1] / Det[V] // Expand
```
детерми⋯ детермин⋯ раскрыть скобки

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{\pi}{6} & \frac{\pi^2}{36} & \frac{\pi^3}{216} & 3 \\ 1 & \frac{\pi}{4} & \frac{\pi^2}{16} & \frac{\pi^3}{64} & 1 \\ 1 & \frac{\pi}{3} & \frac{\pi^2}{9} & \frac{\pi^3}{27} & \frac{1}{3} \\ 1 & \frac{\pi}{2} & \frac{\pi^2}{4} & \frac{\pi^3}{8} & 0 \\ 1 & x & x^2 & x^3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$14 - \frac{103\,x}{\pi} + \frac{258\,x^2}{\pi^2} - \frac{216\,x^3}{\pi^3}$$

2.) Строим интерполционный многочлен с помощью встроенной функции InterpolatingPolynomial;

```
Tb1 = Table[{x_i, f_i}, {i, 0, n}];
```
таблица значений
```
P1[x_] = InterpolatingPolynomial[Tb1, x] // Expand
```
интерполяционный многочлен раскрыть

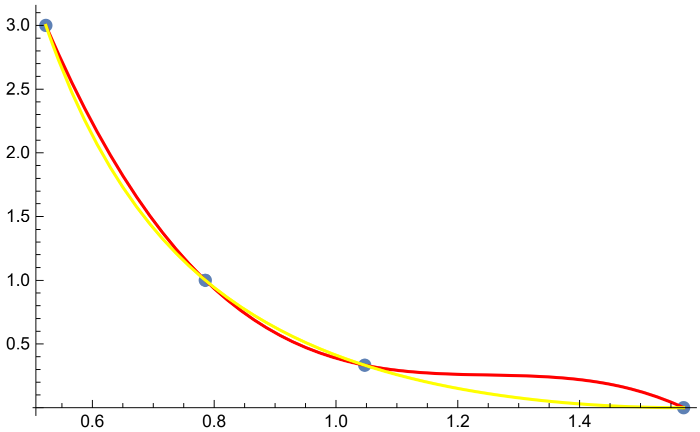
3.)Проверяем многочлены

```
((P[x] - P1[x]) // Chop) == 0
                   отсечь маль
```

```
True
```

4)Изобразить исходную систему точек

```
Gr1 = ListPlot[Tb1, PlotStyle → {PointSize[0.02]}];
      диаграмма раз··· стиль графика  размер точки
Gr2 = Plot[P[x], {x, x0, xn}, PlotStyle → Red];
      график функции          стиль графика красный
Gr3 = Plot[f[x], {x, x0, xn}, PlotStyle → Yellow];
      график функции          стиль графика жёлтый
Show[Gr1, Gr2, Gr3]
показать
```



4) Найти приближенное значение f (x) при указанном аргументе.

```
x* = Pi/5;
P[x*] // N
         численное приближение
A = N[Abs[f[x*] - P[x*]], 2]
    ·· абсолютное значение
B = N[A/(P[x*] // Abs) 100, 2]
    численное приближение
```

```
1.992
```

```
0.098
```

```
4.9
```

Задание 2. Доказать Утверждение, что на отрезке $[2, b]$, $b > 2$, система функций x, x^2, x^3, ..., x^n Образует систему Чебышева, а на отрезке $[-b, b]$ Не является чебышевской

Рассматриваемая система имеет n функций. Составляем обобщенный многочлен по заданной системе, он имеет вид $x\left(\sum_{i=0}^{n-1} a_i * x^i\right)$.На отрезке [2,b] b>2 первый множитель не обращается в нуль, то есть корней не имеет. Второй множитель имеет не более чем n-1 корней, в результате все произведение

имеет не больше чем n-1 корней на отрезке [2,b] b>2. По определению это означает что данная система является Чебышевской на [2,b] b>2.
Рассмотрим отрезок [-b,b].
$x\left(\sum_{i=0}^{n-1} a_i * x^i\right)$.На отрезке [-b,b] первый множитель имеет 1 корень. Второй множитель имеет более чем n-1 корней, в результате все произведение имеет не более чем n корней на отрезке [-b,b] По определению это означает что данная система не является Чебышевской на [-b,b].