Вариант 11

Задание 1

```
In[1]:= f[x_] = 7 Cos[x]^3 // N
                         численное приближение
        X = {0, π/6, π/4, π/3, π/2, π, (9*π)/5}; xx = π/8;
        F = f[X];
        x_{k_} := X[[k+1]];
        f_{k_} := F[[k+1]];
        NN = Length[X];
                длина
        n = (NN-1)/2;
        koef = Solve[
                решить уравнения

                Table[a_0 + Σ_{k=1}^{n} (a_k * Sin[k*x_j] + b_k * Cos[k*x_j]) == f_j, {j, 0, NN-1}], {}] // Flatten;
                таблица    синус           косинус                                                      уплостить


        T[x_] = a_0 + Σ_{k=1}^{n} (a_k * Sin[k*x] + b_k * Cos[k*x]) /. koef // Simplify
                         синус         косинус                         упростить

        Table[(T[x_j] // N) - (f_j // N) // Chop, {j, 0, NN-1}]
                численное··· чис··· отсечь малые числа
        Gr1 = ListPlot[MapThread[List, {X, F}], PlotStyle → {PointSize[0.02]}];
                диаграмм·· нанизать ··· список        стиль графика  размер точки
        Gr2 = Plot[f[y], {y, x_0, x_{NN-1}}];
                график функции
        Gr3 = Plot[T[y], {y, x_0, x_{NN-1}}, PlotStyle → Red];
                график функции                стиль графика красный
        Show[Gr1, Gr2, Gr3]
        показать
        T[xx] // N
                численное приближение
        Abs[f[xx] - T[xx]]
        абсолютное значение
```
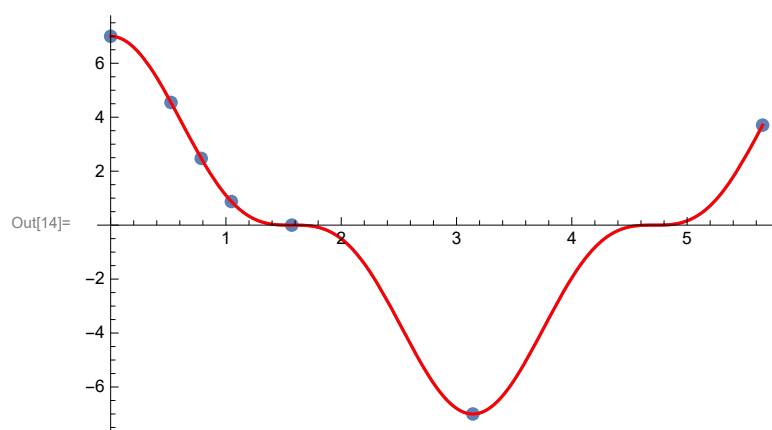
```
Out[1]= 7. Cos[x]^3
```

```
Out[9]= -7.94045 × 10^{-15} + 5.25 Cos[x] + 7.94045 × 10^{-15} Cos[2 x] + 1.75 Cos[3 x] +
        1.82044 × 10^{-14} Sin[x] - 2.64537 × 10^{-14} Cos[x] Sin[x] + 2.32354 × 10^{-15} Sin[3 x]
```

```
Out[10]= {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0}
```

Out[14]=

Out[15]= 5.52006

Out[16]= 0.

Задание 2

```
In[17]:= f[x_] = 7 * Cos[x]^3;
        NN = 7;
        X = Table[x_k = (2 π * k)/NN, {k, 0, NN - 1}];
              таблица значений

        F = f[X];
        f_k_ := F[[k + 1]];
        n = (NN - 1)/2;

        Do[C_k = 1/NN Σ_{j=0}^{NN-1} f_j * Exp[I * (2 π)/NN]^{-k*j}, {k, -n, n}];
           оператор цикла
```

$$T[x\_] = \sum_{k=-n}^{n} C_k * Exp[I * x]^k \text{ // FullSimplify}$$
упростить в полном объёме

```
Table[(T[x_j] // N) == (f_j // N), {j, 0, NN - 1}]
  таблица значений    численное···  численное приближение
Gr1 = ListPlot[MapThread[List, {X, F}], PlotStyle → {PointSize[0.02]}];
        диаграмм··· нанизать ···  список        стиль графика  размер точки
Gr2 = Plot[f[y], {y, x_0, x_{NN-1}}];
        график функции
Gr3 = Plot[T[y], {y, x_0, x_{NN-1}}, PlotStyle → Red];
        график функции           стиль графика  красный
Show[Gr1, Gr2, Gr3, PlotRange → All]
  показать           отображаем···  всё
```
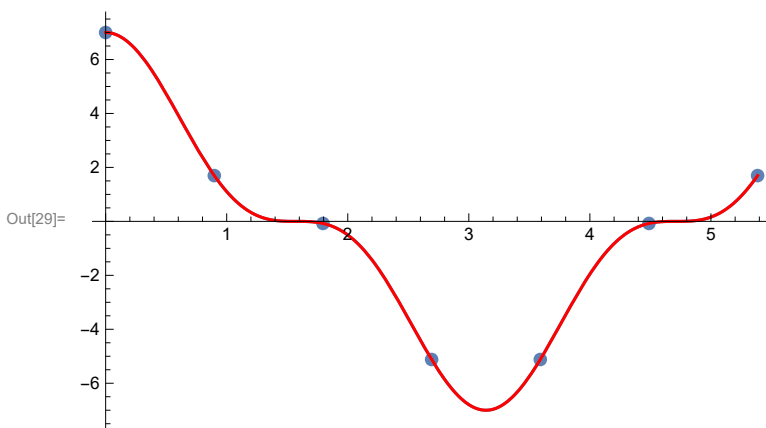
Out[24]= $7 \text{Cos}[x]^3$

Out[25]= {True, True, True, True, True, True, True}

Out[29]=

Задание 3

In[30]:= $XX = \left\{ \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10} \right\};$

$f = \left\{ \frac{106}{100}, \frac{2094}{1000}, \frac{5098}{1000}, \frac{8761}{1000} \right\};$

$n = \text{Length}[XX] - 1; \ xx_{k\_} := XX[[k + 1]]; \ f_{k\_} := f[[k + 1]]$
⌊длина

$\text{eqv}[m\_, y\_] := \text{Table}\left[\left(D[x^i, \{x, m\}] \ //. \ x \to y \right) == \sum_{k=0}^{n} d_k * xx_k{}^i, \ \{i, 0, n\} \right]$
⌊таблиц·· ⌊дифференцировать

$\text{Pr}[m\_, y\_] := \sum_{k=0}^{n} d_k * f_k \ //. \ \left(\text{Solve}[\text{eqv}[m, y], \{\}] \ // \ \text{Flatten} \right)$
⌊решить уравнения ⌊уплостить

$\left\{ \text{Pr}\left[1, \frac{1}{10}\right], \text{Pr}\left[1, \frac{2}{10}\right], \text{Pr}[2, 0], \text{Pr}\left[3, \frac{5}{10}\right] \right\}$

Out[35]= $\left\{ -\frac{97}{25}, \frac{179}{8}, \frac{2296}{5}, -1311 \right\}$

In[36]:= $P[x\_] = \text{InterpolatingPolynomial}[\text{Table}[\{xx_k, f_k\}, \{k, 0, n\}], x];$
⌊интерполяционный многочлен ⌊таблица значений

$\text{Pr1}[m\_, y\_] := D[P[x], \{x, m\}] \ //. \ x \to y$
⌊дифференцировать

$\left\{ \text{Pr1}\left[1, \frac{1}{10}\right] == \text{Pr}\left[1, \frac{1}{10}\right], \text{Pr1}\left[1, \frac{2}{10}\right] == \text{Pr}\left[1, \frac{2}{10}\right],$

$\text{Pr1}[2, 0] == \text{Pr}[2, 0], \text{Pr1}\left[3, \frac{5}{10}\right] == \text{Pr}\left[3, \frac{5}{10}\right] \right\}$

Out[38]= $\{\text{True, True, True, True}\}$

In[39]:= $\text{Pogr}[m\_, y\_] := \frac{M}{(n + 1)!} \ \text{Abs}\left[D\left[\prod_{k=0}^{n} (x - xx_k), \{x, m\} \right] \ //. \ x \to y \right]$
⌊аб·· ⌊дифференцировать

$\left\{ \text{Pogr}\left[1, \frac{1}{10}\right], \text{Pogr}\left[1, \frac{2}{10}\right], \text{Pogr}[2, 0], \text{Pogr}\left[3, \frac{5}{10}\right] \right\}$

Out[40]= $\left\{ \frac{M}{4000}, \frac{M}{12\,000}, \frac{7\,M}{240}, \frac{M}{4} \right\}$

In[41]:= $\text{Table}\left[\frac{M}{(n + 1)!} \ \text{Maximize}\left[\left\{ \text{Abs}\left[D\left[\prod_{k=0}^{n} (x - xx_k), \{x, m\} \right] \right], 0 \le x \le \frac{5}{10} \right\}, x \right][[1]], \{m, 0, n + 2\} \right]$
⌊таблица значений ⌊максимизи·· ⌊аб·· ⌊дифференцировать

Out[41]= $\left\{ \frac{M}{10\,000}, \frac{M}{480}, \frac{7\,M}{240}, \frac{M}{4}, M, 0 \right\}$