

Problemas de derivación e integración
Integración numérica.
Integración de Romberg.
Integración gaussiana.

- (1) Aproxima la integral siguiente usando la fórmula compuesta de los trapecios y de Simpson acotando el error cometido con $h = 0.1$:

$$\int_0^2 e^{-x^2} dx.$$

- (2) Queremos aproximar la integral del ejercicio anterior con un error menor que 10^{-6} . Hallar el valor de h y el número de nodos n para la fórmula compuesta de los trapecios y de Simpson.
- (3) Usando integración de Romberg y $h = 0.2$, aproxima la integral del ejercicio (1) con un error de orden $O(h^6)$ usando la fórmula compuesta de los trapecios.
- (4) Demostrar que si usamos la integración de Romberg usando la fórmula compuesta de los trapecios con h , el valor de $T_1(h)$ corresponde a la fórmula compuesta de Simpson con $\frac{h}{2}$.
- (5) Aplicar la fórmula de la cuadratura gaussiana para aproximar la integral

$$\int_0^2 e^{\sin x} dx$$

para $n = 2, 3, 4$. Estimar el error cometido dando una cota del mismo.

- (6) Demostrar que si usamos una cuadratura del tipo

$$Q(f) = \sum_{i=1}^n c_i f(x_i),$$

para aproximar la integral $\int_a^b f(x) dx$ no puede tener grado de precisión mayor que $2n - 1$ aunque se permita elegir los coeficientes c_i y los nodos x_i .

Indicación: Construir una función f que tenga como raíces dobles los nodos x_i .