

Problemas del método del gradiente conjugado para resolver sistemas lineales.

- (1) Haz un programa que, dado un sistema lineal, lo resuelva usando el método del gradiente conjugado y aplicarlo al siguiente sistema de ecuaciones con 3 ecuaciones y 3 incógnitas:

$$\begin{aligned}x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 &= \frac{5}{6}, \\ \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{4}x_3 &= \frac{5}{12}, \\ \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{5}x_3 &= \frac{17}{60}.\end{aligned}$$

- (2) Consideremos el sistema siguiente de ecuaciones $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ de 16 ecuaciones con 16 incógnitas, donde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & -\mathbf{Id} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{Id} & \mathbf{A}_1 & -\mathbf{Id} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{Id} & \mathbf{A}_1 & -\mathbf{Id} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{Id} & \mathbf{A}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Usar el programa del ejercicio anterior para resolver el sistema anterior usando el método de gradiente conjugado.