actividadguiada2

July 11, 2025

1 Algoritmos - Actividad Guiada 2

Nombre: Elvis David Pachacama **URL:** https://github.com/ElvisDavis/maestria-algoritmos/blob/main/actividadguiada2.ipynb

[1]:
```
import math
```

1.1 Programación Dinámica. Viaje por el rio

- **Definición**: Es posible dividir el problema en subproblemas más pequeños, guardando las soluciones para ser utilizadas más adelante.
- **Características** que permiten identificar problemas aplicables: -Es posible almacenar soluciones de los subproblemas para ser utilizados más adelante -Debe verificar el principio de optimalidad de Bellman: "en una secuencia optima de decisiones, toda sub-secuencia también es óptima" (*) -La necesidad de guardar la información acerca de las soluciones parciales unido a la recursividad provoca la necesidad de preocuparnos por la complejidad espacial (cuantos recursos de espacio usaremos)

1.1.1 Problema

En un río hay **n** embarcaderos y debemos desplazarnos río abajo desde un embarcadero a otro. Cada embarcadero tiene precios diferentes para ir de un embarcadero a otro situado más abajo. Para ir del embarcadero i al j, puede ocurrir que sea más barato hacer un trasbordo por un embarcadero intermedio k. El problema consiste en determinar la combinación más barata.

- Consideramos una tabla TARIFAS(i,j) para almacenar todos los precios que nos ofrecen los embarcaderos.
- Si no es posible ir desde i a j daremos un valor alto para garantizar que ese trayecto no se va a elegir en la ruta óptima(modelado habitual para restricciones)

[2]:
```
#Viaje por el rio - Programación dinámica
################################################################################

TARIFAS = [
[0,5,4,3,float("inf"),999,999],   #desde nodo 0
[999,0,999,2,3,999,11],  #desde nodo 1
[999,999, 0,1,999,4,10], #desde nodo 2
```

```
[999,999,999, 0,5,6,9],
[999,999, 999,999,0,999,4],
[999,999, 999,999,999,0,3],
[999,999,999,999,999,999,0]
]

#999 se puede sustituir por float("inf") del modulo math
TARIFAS
```

[2]:
```
[[0, 5, 4, 3, inf, 999, 999],
 [999, 0, 999, 2, 3, 999, 11],
 [999, 999, 0, 1, 999, 4, 10],
 [999, 999, 999, 0, 5, 6, 9],
 [999, 999, 999, 999, 0, 999, 4],
 [999, 999, 999, 999, 999, 0, 3],
 [999, 999, 999, 999, 999, 999, 0]]
```

[3]:
```
#Calculo de la matriz de PRECIOS y RUTAS
#  PRECIOS - contiene la matriz del mejor precio para ir de un nodo a otro
#  RUTAS   - contiene los nodos intermedios para ir de un nodo a otro
#################################################################
def Precios(TARIFAS):
#################################################################
  #Total de Nodos
  N = len(TARIFAS[0])

  #Inicialización de la tabla de precios
  PRECIOS = [ [9999]*N for i in [9999]*N]   #n x n
  RUTA = [ [""]*N for i in [""]*N]

  #Se recorren todos los nodos con dos bucles(origen - destino)
  #  para ir construyendo la matriz de PRECIOS
  for i in range(N-1):
    for j in range(i+1, N):
      MIN = TARIFAS[i][j]
      RUTA[i][j] = i

      for k in range(i, j):
        if PRECIOS[i][k] + TARIFAS[k][j] < MIN:
            MIN = min(MIN, PRECIOS[i][k] + TARIFAS[k][j] )
            RUTA[i][j] = k
        PRECIOS[i][j] = MIN

  return PRECIOS,RUTA
```

[4]:
```
PRECIOS,RUTA = Precios(TARIFAS)
#print(PRECIOS[0][6])
```

```
print("PRECIOS")
for i in range(len(TARIFAS)):
  print(PRECIOS[i])

print("\nRUTA")
for i in range(len(TARIFAS)):
  print(RUTA[i])
```

```
PRECIOS
[9999, 5, 4, 3, 8, 8, 11]
[9999, 9999, 999, 2, 3, 8, 7]
[9999, 9999, 9999, 1, 6, 4, 7]
[9999, 9999, 9999, 9999, 5, 6, 9]
[9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 999, 4]
[9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 3]
[9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999]

RUTA
['', 0, 0, 0, 1, 2, 5]
['', '', 1, 1, 1, 3, 4]
['', '', '', 2, 3, 2, 5]
['', '', '', '', 3, 3, 3]
['', '', '', '', '', 4, 4]
['', '', '', '', '', '', 5]
['', '', '', '', '', '', '']
```

[5]:
```
#Calculo de la ruta usando la matriz RUTA
def calcular_ruta(RUTA, desde, hasta):
  if desde == RUTA[desde][hasta]:
  #if desde == hasta:
    #print("Ir a :" + str(desde))
    return desde
  else:
    return str(calcular_ruta(RUTA, desde, RUTA[desde][hasta])) +  ',' +␣
 ↪str(RUTA[desde][hasta])

print("\nLa ruta es:")
calcular_ruta(RUTA, 0,6)
```

```
La ruta es:
```

[5]:
```
'0,2,5'
```

1.2 Problema de Asignacion de tarea

[6]:
```
#Asignacion de tareas - Ramificación y Poda
################################################################################
#    T A R E A
#   A
#   G
#   E
#   N
#   T
#   E

COSTES=[[11,12,18,40],
        [14,15,13,22],
        [11,17,19,23],
        [17,14,20,28]]
```

[7]:
```
#Calculo del valor de una solucion parcial
def valor(S,COSTES):
  VALOR = 0
  for i in range(len(S)):
    VALOR += COSTES[S[i]][i]
  return VALOR




valor((3,2,  ),COSTES)
```

[7]: 34

[8]:
```
#Coste inferior para soluciones parciales
#  (1,3,) Se asigna la tarea 1 al agente 0 y la tarea 3 al agente 1

def CI(S,COSTES):
  VALOR = 0
  #Valores establecidos
  for i in range(len(S)):
    VALOR += COSTES[i][S[i]]

  #Estimacion
  for i in range( len(S), len(COSTES)   ):
    VALOR += min( [ COSTES[j][i] for j in range(len(S), len(COSTES))  ])
  return VALOR

def CS(S,COSTES):
  VALOR = 0
  #Valores establecidos
  for i in range(len(S)):
```

```
    VALOR += COSTES[i][S[i]]

  #Estimacion
  for i in range( len(S), len(COSTES)   ):
    VALOR += max( [ COSTES[j][i] for j in range(len(S), len(COSTES))  ])
  return VALOR

CI((0,1),COSTES)
```

[8]: 68

[9]:
```
#Genera tantos hijos como como posibilidades haya para la siguiente elemento de␣
 ↪la tupla
#(0,) -> (0,1), (0,2), (0,3)
def crear_hijos(NODO, N):
  HIJOS = []
  for i in range(N ):
    if i not in NODO:
      HIJOS.append({'s':NODO +(i,)    })
  return HIJOS
```

[10]:
```
crear_hijos((0,) , 4)
```

[10]: [{'s': (0, 1)}, {'s': (0, 2)}, {'s': (0, 3)}]

[11]:
```
def ramificacion_y_poda(COSTES):
#Construccion iterativa de soluciones(arbol). En cada etapa asignamos un␣
 ↪agente(ramas).
#Nodos del grafo  { s:(1,2),CI:3,CS:5  }
  #print(COSTES)
  DIMENSION = len(COSTES)
  MEJOR_SOLUCION=tuple( i for i in range(len(COSTES)) )
  CotaSup = valor(MEJOR_SOLUCION,COSTES)
  #print("Cota Superior:", CotaSup)

  NODOS=[]
  NODOS.append({'s':(), 'ci':CI((),COSTES)    } )

  iteracion = 0

  while( len(NODOS) > 0):
    iteracion +=1

    nodo_prometedor = [ min(NODOS, key=lambda x:x['ci']) ][0]['s']
    #print("Nodo prometedor:", nodo_prometedor)

    #Ramificacion
```

```
    #Se generan los hijos
    HIJOS =[ {'s':x['s'], 'ci':CI(x['s'], COSTES)   } for x in␣
 ↪crear_hijos(nodo_prometedor, DIMENSION) ]

    #Revisamos la cota superior y nos quedamos con la mejor solucion si␣
 ↪llegamos a una solucion final
    NODO_FINAL = [x for x in HIJOS if len(x['s']) == DIMENSION  ]
    if len(NODO_FINAL ) >0:
      #print("\n********Soluciones:",  [x for x in HIJOS if len(x['s']) ==␣
 ↪DIMENSION  ] )
      if NODO_FINAL[0]['ci'] < CotaSup:
        CotaSup = NODO_FINAL[0]['ci']
        MEJOR_SOLUCION = NODO_FINAL

    #Poda
    HIJOS = [x for x in HIJOS if x['ci'] < CotaSup   ]

    #Añadimos los hijos
    NODOS.extend(HIJOS)

    #Eliminamos el nodo ramificado
    NODOS =  [  x for x in NODOS if x['s'] != nodo_prometedor    ]

  print("La solucion final es:" ,MEJOR_SOLUCION , " en " , iteracion , "␣
 ↪iteraciones" , " para dimension: " ,DIMENSION  )



ramificacion_y_poda(COSTES)
```

```
La solucion final es: [{'s': (1, 2, 0, 3), 'ci': 64}]  en  10  iteraciones  para
dimension:  4
```

1.3 Descenso del gradiente

[12]:
```
import math                      #Funciones matematicas
import matplotlib.pyplot as plt  #Generacion de gráficos (otra opcion seaborn)
import numpy as np               #Tratamiento matriz N-dimensionales y otras␣
 ↪(fundamental!)
#import scipy as sc

import random
```

Vamos a buscar el minimo de la funcion paraboloide :

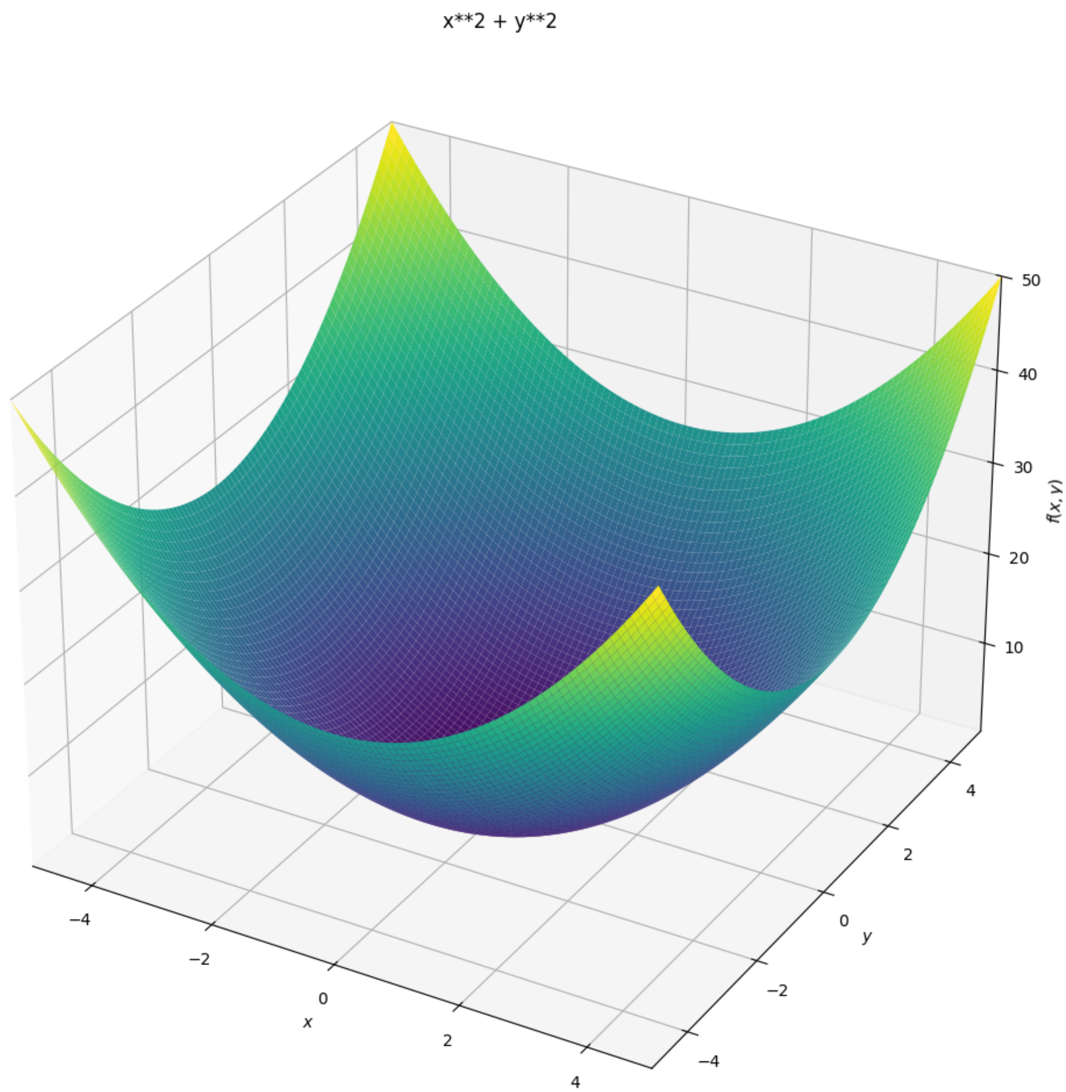
$$f(x) = x^2 + y^2$$

Obviamente se encuentra en (x,y)=(0,0) pero probaremos como llegamos a él a través del descenso del gradiante.

[13]:
```
#Definimos la funcion
#Paraboloide
f  = lambda X:      X[0]**2 + X[1]**2     #Funcion
df = lambda X: [2*X[0] , 2*X[1]]          #Gradiente

df([1,2])
```

[13]: [2, 4]

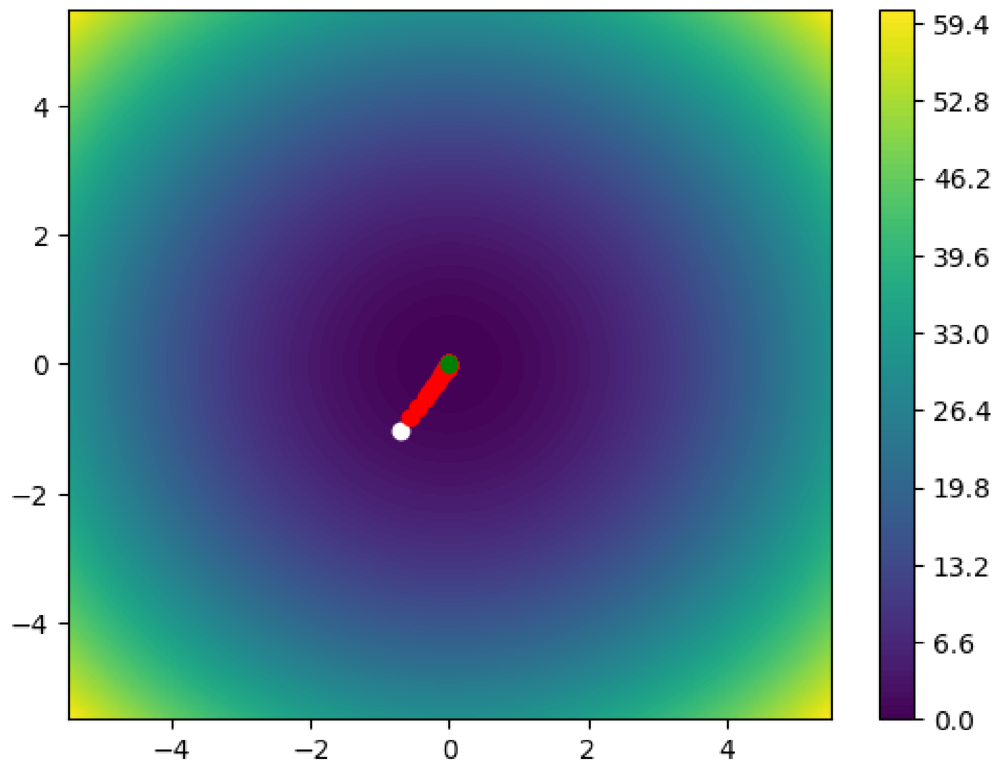
[15]:
```
from sympy import symbols
from sympy.plotting import plot
from sympy.plotting import plot3d
x,y = symbols('x y')
plot3d(x**2 + y**2,
       (x,-5,5),(y,-5,5),
       title='x**2 + y**2',
       size=(10,10))
```



[15]: <sympy.plotting.backends.matplotlibbackend.matplotlib.MatplotlibBackend at 0x26294c3f7d0>

[16]:
```
#Prepara los datos para dibujar mapa de niveles de Z
resolucion = 100
rango=5.5

X=np.linspace(-rango,rango,resolucion)
Y=np.linspace(-rango,rango,resolucion)
Z=np.zeros((resolucion,resolucion))
for ix,x in enumerate(X):
  for iy,y in enumerate(Y):
```

```python
    Z[iy,ix] = f([x,y])

#Pinta el mapa de niveles de Z
plt.contourf(X,Y,Z,resolucion)
plt.colorbar()

#Generamos un punto aleatorio inicial y pintamos de blanco
P=[random.uniform(-5,5  ),random.uniform(-5,5 ) ]
plt.plot(P[0],P[1],"o",c="white")

#Tasa de aprendizaje. Fija. Sería más efectivo reducirlo a medida que nos␣
 ↪acercamos.
TA=.1

#Iteraciones:50
for _ in range(50):
  grad = df(P)
  #print(P,grad)
  P[0],P[1] = P[0] - TA*grad[0] , P[1] - TA*grad[1]
  plt.plot(P[0],P[1],"o",c="red")

#Dibujamos el punto final y pintamos de verde
plt.plot(P[0],P[1],"o",c="green")
plt.show()
print("Solucion:" , P , f(P))
```




```
Solucion: [-1.0003996678368028e-05, -1.4800494458004704e-05]
3.191345857422265e-10
```

¿Te atreves a optimizar la función?:

$$f(x) = sin(1/2 * x^2 - 1/4 * y^2 + 3) * cos(2 * x + 1 - e^y)$$

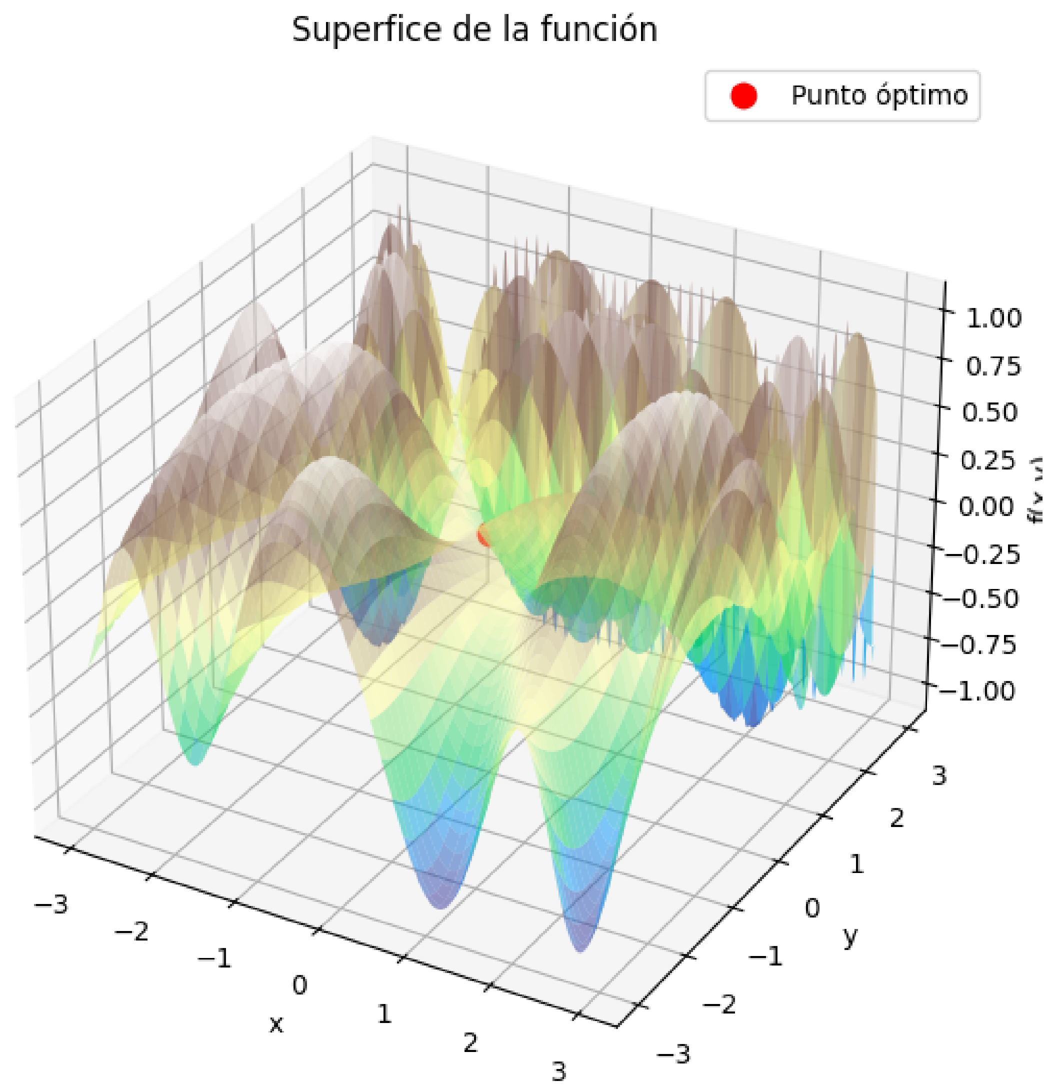
[22]:
```
from scipy.optimize import minimize
#Definimos la funcion
f= lambda X: math.sin(1/2 * X[0]**2 - 1/4 * X[1]**2 + 3) *math.cos(2*X[0] + 1 -
↪math.exp(X[1]) )
```

[23]:
```
# definimos la funcio a optimizar
def f(X):
    x, y = X
    return math.sin(0.5 * x**2 -0.25 * y**2 +3) * math.cos(2*x + 1 -math.exp(y))

# Para usar minimize necesitamos una versión vectorizada
def f_numpy(X):
    x, y = X
    return np.sin(0.5 * x**2 - 0.25 * y**2 +3)*np.cos(2*x +1 -np.exp(y))
```

[27]:
```python
#Graficamos la superficie
x=np.linspace(-3, 3, 200)
y = np.linspace(-3, 3, 200)
X, Y = np.meshgrid(x,y)
Z= f_numpy([X, Y])

# Buscamos el mínimo local usando Scipy
resultado = minimize(lambda X: -f(X), x0=[0, 0], method='BFGS')  # Maximizar f␣
 ↪-> minimizar -f
x_opt, y_opt = resultado.x
z_opt = f([x_opt, y_opt])

#Imprimimos el resultado óptimo
print("Punto óptimo encontrado:")
print(f"x = {x_opt:.6f}")
print(f"y = {y_opt:.6f}")
print(f"(x, y) ={z_opt:.6f}")
```

```
Punto óptimo encontrado:
x = 0.000000
y = 0.000000
(x, y) =0.141120
```

[35]:
```python
#Graficamos la superficie y el punto óptimo
fig = plt.figure(figsize=(10, 7))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot_surface(X, Y, Z, cmap='terrain', alpha=0.5)
ax.scatter(x_opt, y_opt, z_opt, color='red', s=80, label='Punto óptimo')
ax.set_title("Superfice de la función")
ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y')
ax.set_zlabel('f(x,y)')
ax.legend()
plt.show()
```


Superfice de la función
Punto óptimo
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
−3
−2
−1
0
1
2
3
x
y

```
[ ]:
```