

## Lista de Ejercicios (Parte 1)

*Prof.: Juan Carlos Martínez-Ovando**2 de febrero de 2016*

1. Deriva las expresiones de las funciones de densidad (o masa de probabilidad) de las distribuciones Bernoulli, binomial, Poisson, normal, exponencial y gamma como miembros de la Familia Exponencial de Distribuciones (FED).
2. Desarrolle los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  que corresponden a las distribuciones Poisson, binomial negativa, binomial y geométrica vistas como caso particular de la clase  $(\alpha, \beta, 0)$  de distribuciones.
3. Suponga que  $X|\lambda$  sigue una distribución Weibull con función de supervivencia  $S_{X|\lambda}(x) = \exp\{-\lambda x^\gamma\}$ , y suponga que  $\lambda$  sigue una distribución exponencial. Deriva la distribución marginal (tipo mezcla) de  $X$ .
4. Demuestra que la distribución modificada en 0 puede ser derivada usando una mezcla discreta de dos componentes.
5. Demuestra que el valor-en-riesgo (VaR) del número de siniestros no es único, y re-define el VaR de manera que sea operacionalmente manejable (i.e. que sea único).
6. Calcula el VaR y TVaR de la distribución Poisson con parámetro  $\lambda > 0$ .
7. Deriva tu intuición acerca de los posibles valores de  $\alpha$  y  $\beta$  asociados con la clase de distribuciones  $(\alpha, \beta, 0)$  de manera que las distribuciones resultantes sean propias (i.e. que sean medidas de probabilidad).
8. Sea  $X$  el monto individual de siniestros, y suponga que se distribuye de acuerdo a  $F_X$  con función de densidad

$$f_X(x) = (1 + 2x^2) \exp\{-2x\}.$$

- Determina el soporte de la distribución.

- Encuentra la función de supervivencia y la función hazard asociada.
- Encuentra la función de exceso de pérdida media.
- Pruebe que la función hazard no es estrictamente creciente, pero la función de exceso de pérdida media sí es estrictamente decreciente.