

Examen Parcial (Parte II)

Prof: Juan Carlos Martínez Ovando

Entrega: 24 de noviembre de 2015

Preguntas

(Total: 100 puntos)

1. Sea $U(t, U_0)$ un proceso de capital Poisson compuesto con tasa de intensidad $\lambda > 0$ y distribución secundaria $X \sim \text{Ga}(\alpha = 3, \beta = 0,5)$. Calcula el coeficiente de ajuste, c , dado por la solución de la ecuación

$$1 + (1 + \theta)c\mathbb{E}(X) = M_X(c),$$

donde $\mathbb{E}(X) = \int x\text{Ga}(x|\alpha, \beta)dx$.¹ Calcula la cota de probabilidad de ruina para los valores, $U_0 = 5$ y $U_0 = 10$ y los coeficientes de riesgo, $\theta = 0,1$ y $\theta = 0,2$.

(20 puntos)

2. Calcula la función de distribución distorsionada y prima de riesgo correspondiente con base en la transformación proporcional con el coeficiente de aversión al riesgo $\theta > 0$, para las siguientes distribuciones de pérdida:

- $X \sim \text{Exp}(\lambda)$, con $\lambda > 0$.
- $X \sim \text{Pa}(\alpha, \gamma)$, con $\alpha, \gamma > 0$.

(20 puntos)

3. Defina la función de distorsión, $g(x)$, dada por

$$g(x) = \Phi(\Phi^{-1}(x) + \rho),$$

donde $\Phi(\cdot)$ es la función de distribución normal estándar, y $\rho > 0$ es el factor de aversión al riesgo.

¹Recuerda que el modelo implícito de ruina está dado por

$$U(t, U_0) = U_0 + ct - \sum_{i=1}^{N(t)} X_i.$$

- Demuestra que $g(x)$ es una función de distorsión propia.
- Calcula la distribución de distorsión y prima de riesgo correspondiente para las siguientes distribuciones de pérdida:
 - $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.
 - $X \sim LN(\mu, \sigma^2)$.

(20 puntos)

4. Considera tres niveles de aversión al riesgo, $\rho = 1,2$, $\rho = 1,5$ ó $\rho = 1,8$. Calcula la prima de riesgo ajustada para las siguientes tres distribuciones:

- $X \sim U(0, 2b)$.
- $X \sim \text{Exp}(1/b)$.
- $X \sim \text{Pa}(2, b)$.

NOTA: Las tres distribuciones tienen la misma prima de riesgo pura.

(20 puntos)

5. Suponga que $\sum_{i=1}^{N(t)} X_i$ define un proceso Poisson compuesto con tasa de intensidad $\lambda > 0$ y distribución secundaria $\text{Ga}(\alpha, \beta)$.

- Determine la prima de riesgo ajustada por un factor de aversión a riesgo 1 20 %.
- Determina la prima de riesgo distorsionada por la transformación de Esscher, con un factor de aversión al riesgo $\theta > 0$.

(20 puntos)