

الله



دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده مهندسی

گروه مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

گرایش پیشرانش

عنوان

ارزیابی عملکرد مدل مقیاس زیر شبکه‌ای گرادیانی
تنظیم شده در روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با
تصحیح حلگر پیمپل فوم از نرم‌افزار اپن فوم

نگارنده

الیاس لار کرمانی

استاد راهنما

دکتر احسان روحی گل خطمی

شهریور ماه ۱۳۹۶

اظهارنامه

اینجانب الیاس لار کرمانی دانشجوی مقطع کارشناسی ارشد رشته مهندسی هوا-فضا در دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد نویسنده پایان نامه ارزیابی عملکرد مدل مقیاس زیرشبکه‌ای گرادیانی تنظیم شده در روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با تصحیح حلگر پیمپل‌فوم از نرم‌افزار اپن‌فوم تحت راهنمایی آقای دکتر احسان روحی گل خطمی متعدد می‌شود:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد کرده‌ام.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نگردیده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه فردوسی مشهد است. مقالات مستخرج با نام «دانشگاه فردوسی مشهد» و یا «Ferdowsi University of Mashhad» به چاپ خواهند رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی رساله تاثیرگذار بوده‌اند را در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت کنم و در تمامی آن‌ها نام استاد(ان) راهنما به عنوان نویسنده مسئول و نشانی الکترونیکی دانشگاهی آنان را قید نمایم.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی داشته یا از آن‌ها استفاده کرده‌ام، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق پژوهشی را رعایت نموده‌ام.

تاریخ:

امضا دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه فردوسی مشهد است. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوط ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در رساله/پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نیست.

صور تجلیل دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

جلسه دفاع از پایان نامه آقای الیاس لارکرمانی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی هوا فضا در ساعت ۱۶ روز سه شنبه در کلاس دفاع آموزش های الکترونیکی دانشکده مهندسی با حضور امضا کنندگان ذیل تشکیل گردید. پس از بررسی های لازم، هیأت داوران رساله نامبرده را با نمره به عدد، به حروف و با درجه مورد تأیید قرار دادند.

عنوان پایان نامه

ارزیابی عملکرد مدل مقیاس زیر شبکه ای گرادیانی تنظیم شده در روش شبیه سازی گردابه های بزرگ با تصحیح حلگر پیمپل فوم از نرم افزار اپن فوم

امضا

هیئت داوران

- استاد ممتحن داخلی: دکتر محمود پسندیده فر
- استاد گروه مهندسی هوا فضا دانشگاه فردوسی مشهد
- استاد ممتحن داخلی: دکتر جواد سپاهی یونسی
- استاد یار گروه مهندسی هوا فضا دانشگاه فردوسی مشهد
- نماینده تحصیلات تکمیلی: دکتر محمود پسندیده فر
- دانشیار گروه مهندسی هوا فضا دانشگاه فردوسی مشهد
- استاد راهنمای: دکتر احسان روحی گل خطمی
- دانشیار گروه مهندسی مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد
- مدیر گروه: دکتر مسعود طهانی
- استاد گروه مهندسی مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد

تقدیم به مهربان فرشتنگانی که

محظات ناب باور بودن، لذت و غرور داشتن، جسارت خواستن، عظمت رسیدن
و تمام تجربه‌های یکتا و زیبای زندگیم، مدیون حضور بزرآن هاست.

تقدیم به خانواده عزیزم

پیشگفتار

I am an old man now, and when I die and go to heaven there are two matters on which I hope for enlightenment. One is quantum electrodynamics, and the other is the turbulent motion of fluids. And about the former I am rather optimistic.

Sir Horace Lamb

من اکنون پیرمردی بیش نیستم و وقتی از این دنیا به بهشت رفتم، امیدوارم دو موضوع برایم روشن شود. یکی الکترودینامیک کوانتومی و دیگری حرکت آشفته سیالات است. درمورد دومی تا اندازه‌ای خوبین هستم.

سیر هوراس لَم

پاس خدای را که سخنواران، در تودن او بماند و شمارندگان، شمردن نعمت‌های او نمایند و کوشندگان، حق او را گزاردن توانند. وسلام و دورد بر محمد و خاندان پاک او، ظاهران مخصوص، هم آمان که وجودمان و امداد وجودشان است؛ و نفرین بیوسته بر دشمنان ایشان تاروز رستاخیز...

بدون شک جایگاه و متریت معلم، اجل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی‌شببه او، بازبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بگایم.
اما از آن جایی که تجلیل از معلم، پاس از انسانی است که هدف و غایت آفونش را تائی می‌کند و سلامت امانت‌های را که به دستش پرسیده‌اند، تحسین؛

بر حسب وظیفه و از باب

«من لم یکنکر المنعم من المخوقین لم یکنکر الله عز و جل»

از پدر و مادر عزیزم، این دو معلم بزرگوار که همواره بر کوتاهی و درشتی من، قلم ععنوکشیده و کریمانه از کنار غنیمت نایم گذشتند و در تمام عرصه‌های زندگی یار و یاوری بی‌پشم داشت برای من بوده‌اند؛

از استاد بакالالات و شایرته؛ جناب آقای دکتر احسان روحی که «دکمال سعد صدر، باحسن خلق و فروتنی، از بیچ کلی در این عرصه بر من دینه تمودند و زحمت راهنمایی این رساله را بر عهده گرفتند؛

از استاد صبور و با تقوی، جناب آقای دکتر مسعود طحانی، مدیریت محترم کری گرده
واز استاد فرزانه دلووز؛ جناب آقای دکتر محمود پسندیده فرو و دکتر جواد سپایی که زحمت داوری این رساله را متحمل شدند؛ دکمال شکر و قدردانی را دارم.
باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آمان را پاس گوید.

ارزیابی عملکرد مدل مقیاس زیرشبکه‌ای گرادیانی تنظیم شده در روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با تصحیح حلگر پیمپل‌فوم از نرم‌افزار اپن‌فوم

چکیده

مدل‌سازی مناسب مقیاس‌های زیرشبکه‌ای در تعیین دقت محاسبات روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در تحلیل جریان‌های آشفته از اهمیت بهسزایی برخوردار است. در سال‌های اخیر، شاخهٔ جدیدی از مدل‌های زیرشبکه‌ای موسوم به مدل‌های گرادیانی در محاسبهٔ تانسور تنش و بردار شار حرارتی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای توسعه یافته‌اند و در روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در این پژوهش، برای اولین بار معادلات مدل زیرشبکه‌ای گرادیانی تنظیم شده در نرم‌افزار اپن‌فوم پیاده‌سازی شده و ایدهٔ تصحیح حلگر پیمپل‌فوم برای بهبود دقت نتایج مدل مذکور استفاده شده است. این مدل بر مبنای بسط سری تیلور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای بنا شده است و از فرضیهٔ تعادلی محلی به منظور ارزیابی انرژی جنبشی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای استفاده می‌کند. برای ارزیابی دقت مدل گرادیانی تنظیم شده و تغییرات اعمال شده در حلگر پیمپل‌فوم، شبیه‌سازی جریان کانال آشفته در سه عدد رینولدز اصطکاکی ۱۸۰، ۳۹۵ و ۵۹۰ با استفاده از نرم‌افزار متن‌باز اپن‌فوم انجام شده و نتایج روش فوق با داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم و دیگر مدل‌های مختلف زیرشبکه‌ای مانند مدل اسماگورینسکی، اسماگورینسکی دینامیکی و دییردورف مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که مدل گرادیانی تنظیم شده کمیت‌های آشفتگی مرتبهٔ اول و مرتبهٔ دوم را با دقت بالایی بازیابی می‌کند. شبیه‌سازی آزمون پلهٔ پسرو اanhنادر در معرض یک گرادیان فشار ثابت سبب جدایش جریان می‌گردد؛ از این رو یک هندسهٔ ایده‌آل در بررسی مدل‌های مختلف مقیاس‌های زیرشبکه‌ای به شمار می‌رود.

واژه‌های کلیدی:

شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای، مدل‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای، مدل گرادیانی تنظیم شده، جریان کانال آشفته، نرم‌افزار اپن‌فوم

صفحه

فهرست مطالب

۱۵	۱ مقدمه و پیشینه پژوهش
۱۸	۱-۱ شبیه‌سازی آشفتگی
۲۲	۲-۱ اهداف و نوآوری‌های پژوهش
۲۴	۳-۱ چهارچوب کلی پایان‌نامه
۲۴	۱-۳-۱ محتوای گزارش
۲۴	۲-۳-۱ اعتبارسنجی و آزمون‌های انجام‌شده
۲۶	۴-۱ مبانی آشفتگی
۳۴	۵-۱ جامعیت در مقیاس‌های کوچک آشفتگی
۳۵	۶-۱ ساختارشناسی لایه‌های تشکیل‌دهنده یک لایه‌مرزی آشفته
۳۶	۷-۱ مقیاس‌های آشفتگی در محدوده لایه‌مرزی آشفته
۳۷	۸-۱ مروری بر تحقیقات انجام‌گرفته در سینماتیک آشفتگی
۴۲	۲ اصول شبیه‌سازی گردا به‌های بزرگ و مدل‌سازی آن
۴۲	۱-۱ معادلات حاکم
۴۸	۲-۲ مدل‌سازی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای
۴۸	۱-۲-۲ مدل‌های جبری
۵۱	۲-۲-۲ مدل‌های زیرشبکه‌ای دیفرانسیلی
۵۴	۳-۲-۲ مدل‌های تشابه مقیاسی و ترکیبی خطی (مختلط)
۵۵	۴-۲-۲ مدل‌های دینامیکی
۵۹	۵-۲-۲ مدل‌های گرادیانی (بدون لرجت گردابه)
۶۱	۳-۲ روش محاسباتی
۶۳	۴-۲ شیوه‌های گسسته‌سازی
۶۴	۱-۴-۲ گسسته‌سازی حوزه محاسباتی
۶۴	۲-۴-۲ گسسته‌سازی مکانی
۶۵	۱-۲-۴-۲ جمله جابه‌جایی
۶۷	۲-۲-۴-۲ جمله دیغیوzen (پخش)
۶۹	۳-۲-۴-۲ جمله‌های چشمde (منع)
۶۹	۳-۴-۲ انتگرال زمانی
۷۰	۱-۳-۴-۲ طرح گسسته‌سازی زمانی کرانک-نیکلسون
۷۱	۲-۳-۴-۲ طرح تفاضل پسرو مرتبه دوم
۷۲	۴-۴-۲ گسسته‌سازی معادله ناویراستوکس
۷۲	۱-۴-۴-۲ دیغیوzen (پخش) آشفتگی
۷۴	۲-۴-۴-۲ جمله جابه‌جایی
۷۴	۳-۴-۴-۲ معادله فشار
۷۹	۵-۲ پیاده‌سازی مدل‌سازی
۸۰	۱-۵-۲ مدل انرژی آشفتگی تکمعادله‌ای

۸۲	۲-۵-۲ مدل گرadiانی تنظیم شده.....
۸۲	۶-۲ شرایط مرزی.....
۸۳	۱-۶-۲ شرایط مرزی پایه.....
۸۳	۱-۶-۲ شرط مرزی مقدار ثابت
۸۴	۲-۱-۶-۲ شرط مرزی گرادیان ثابت
۸۴	۱-۶-۲ شرط مرزی پریودیک
۸۵	۷-۲ ساختار نرم افزار اپن فوم.....
۸۷	۸-۲ مطالعات انجام شده با نرم افزار اپن فوم.....
۸۹	۹-۲ زبان برنامه نویسی C++ در نرم افزار اپن فوم.....
۹۰	۱۰-۲ پردازش موازی.....
۹۲	۳ کanal آشفته و پلۀ پسرو انحنادار.....
۹۲	۱-۳ جریان کanal آشفته.....
۹۵	۱-۱-۳ مقداردهی اولیه جریان کanal.....
۹۶	۲-۱-۳ کمیت های اصلی جریان.....
۹۸	۳-۱-۳ اثر شبکه بندی.....
۹۹	۴-۱-۳ پروفیل سرعت متوسط.....
۱۰۱	۵-۱-۳ اغتشاشات سرعت.....
۱۰۴	۶-۱-۳ تنش برشی آشفتگی.....
۱۰۵	۷-۱-۳ اغتشاشات گردابه.....
۱۰۹	۸-۱-۳ معیار شاخص گردابه <i>Q</i>
۱۱۲	۹-۱-۳ طیف انرژی.....
۱۱۶	۲-۳ پلۀ پسرو انحنادار.....
۱۱۹	۴ نتیجه گیری.....
۱۲۰	۱-۴ نوآوری های پایان نامه.....
۱۲۱	۲-۴ پیشنهادها برای ادامه کار.....
۱۲۲	مراجع.....

صفحه

فهرست شکل‌ها

شکل ۱-۱ طبقه‌بندی روش‌های ناپایدار با توجه به سطح مدل‌سازی [۱۱]	۲۲
شکل ۱-۲ حوزه محاسباتی جریان کanal آشفته	۲۵
شکل ۱-۳ حوزه محاسباتی پله پسرو انحنادار	۲۶
شکل ۱-۴ پروفیل سرعت جریان‌های آشفته و آرام در لوله	۲۹
شکل ۱-۵ طیف انرژی آشفتگی جریان تراکم‌ناپذیر سه‌بعدی [۱۳]	۳۱
شکل ۱-۶ آشفتگی در یک لایه اختلاطی. عدد رینولدز در شکل بالا دو برابر شکل پایین است [۲۰]	۳۳
شکل ۱-۷ گردابه‌های ایجادشده در پشت هواپیما	۳۴
شکل ۱-۸ لایه‌های مختلف تشکیل دهنده یک لایه‌مرزی آشفته	۳۵
شکل ۱-۹ شماتیکی از وضعیت یک گردابه نعل اسبی شکل	۳۹
شکل ۱-۱۰ نمایش یک بعدی از یک تابع فیلتر دلخواه	۴۴
شکل ۲-۱ توابع فیلتر. فیلتر برش فوریه تیز با خط ممتد مشکی، فیلتر گوسی با خط‌چین و فیلتر تاپ هت با نقطه خط مشخص شده‌اند. شکل a فضای واقعی و شکل b فضای فوریه را نشان می‌دهند [۳۶]	۴۵
شکل ۲-۲ فیلتر کردن یک تابع آزمون در فضای فوریه. فیلتر برش فوریه تیز با $+$ ، فیلتر گوسی با $,$ فیلتر تاپ هت با Δ و خط $53 - \kappa$ با خط‌چین مشخص شده‌اند [۳۶]	۴۵
شکل ۲-۳ حجم کنترل برای گسسته‌سازی حجم محدود	۶۴
شکل ۲-۴ درون‌یابی صفحه‌ای	۶۶
شکل ۲-۵ تجزیه بردار مساحت سطح ناشی از عدم تعامل با استفاده از روش فراتخفیف	۶۹
شکل ۲-۶ گام‌های اساسی از الگوریتم پیاده‌شده در حلگر پیمپل‌فوم	۷۵
شکل ۲-۷ فلوچارت عملکرد الگوریتم PISO	۷۹
شکل ۲-۸ نمایی از پروفیل متغیر برای $0 < \phi C < \beta m$	۸۱
شکل ۲-۹ یک حجم کنترل در مجاورت مرز	۸۳
شکل ۲-۱۰ قسمتی از برنامه معادلات مدل گرادیانی تنظیم شده در کتابخانه آشفتگی اپن‌فوم	۹۰
شکل ۲-۱۱ حوزه محاسباتی برای شبیه‌سازی جریان کanal	۹۳
شکل ۲-۱۲ مقداردهی اولیه حوزه محاسباتی توسط یک پروفیل پایه بر مبنای اغتشاشات سینوسی $Re\tau =$	۹۵
شکل ۲-۱۳ کانتور سرعت محوری اولیه در $y+ = 20$ پیش از آغاز شبیه‌سازی جریان کanal $Re\tau = 180$	۱۸۰
شکل ۲-۱۴ مقداردهی اولیه حوزه محاسباتی توسط یک پروفیل پایه بر مبنای اغتشاشات سینوسی $Re\tau =$	۳۹۵
شکل ۲-۱۵ کانتور سرعت محوری اولیه در $y+ = 20$ پیش از آغاز شبیه‌سازی جریان کanal $Re\tau = 395$	۳۹۵
شکل ۲-۱۶ مقداردهی اولیه حوزه محاسباتی توسط یک پروفیل پایه بر مبنای اغتشاشات سینوسی $Re\tau = 590$	۹۶
شکل ۲-۱۷ کانتور سرعت محوری اولیه در $y+ = 20$ پیش از آغاز شبیه‌سازی جریان کanal $Re\tau = 590$	۹۶

شکل ۸-۳ پروفیل متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی‌بعد در سه شبکه متفاوت برای مدل اسماگورینسکی	$Ret = 395$	۹۸
شکل ۹-۳ پروفیل متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی‌بعد در سه شبکه متفاوت برای مدل اسماگورینسکی دینامیکی	$Ret = 395$	۹۸
شکل ۱۰-۳ پروفیل متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی‌بعد در سه شبکه متفاوت برای مدل دیبردورف	$Ret = 395$	۹۹
شکل ۱۱-۳ پروفیل متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی‌بعد در سه شبکه متفاوت برای مدل گرادیانی تنظیم شده	$Ret = 395$	۹۹
شکل ۱۲-۳ پروفیل‌های متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی‌بعد از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای	$Ret = 180$	۹۹
شکل ۱۳-۳ پروفیل‌های متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی‌بعد از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای	$Ret = 395$	۹۹
شکل ۱۴-۳ پروفیل‌های متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی‌بعد از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای	$Ret = 590$	۱۰۰
شکل ۱۵-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه محوری بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره	$Ret = 180$	۱۰۱
شکل ۱۶-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه محوری بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره	$Ret = 395$	۱۰۱
شکل ۱۷-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه محوری بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره	$Ret = 590$	۱۰۱
شکل ۱۸-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه عرضی بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره	$Ret = 180$	۱۰۲
شکل ۱۹-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه عرضی بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره	$Ret = 395$	۱۰۲
شکل ۲۰-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه عرضی بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره	$Ret = 590$	۱۰۲
شکل ۲۱-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه عمقی بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره	$Ret = 180$	۱۰۲
شکل ۲۲-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه عمقی بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره	$Ret = 395$	۱۰۲
شکل ۲۳-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه عمقی بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره	$Ret = 590$	۱۰۳
شکل ۲۴-۳ پروفیل‌های تنش برشی آشتفتگی بی‌بعد از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره	$Ret = 180$	۱۰۴

شکل ۲۵-۳ پروفیل‌های تنش برشی آشفتگی بی‌بعد از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re\tau = 395$	۱۰۴
شکل ۲۶-۳ پروفیل‌های تنش برشی آشفتگی بی‌بعد از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re\tau = 590$	۱۰۵
شکل ۲۷-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه محوری بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re\tau = 180$	۱۰۶
شکل ۲۸-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه محوری بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re\tau = 395$	۱۰۶
شکل ۲۹-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه محوری بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re\tau = 590$	۱۰۶
شکل ۳۰-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه عرضی بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re\tau = 180$	۱۰۶
شکل ۳۱-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه عرضی بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re\tau = 395$	۱۰۶
شکل ۳۲-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه عرضی بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re\tau = 590$	۱۰۷
شکل ۳۳-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه عمقی بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re\tau = 180$	۱۰۷
شکل ۳۴-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه عمقی بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re\tau = 395$	۱۰۷
شکل ۳۵-۳ پروفیل‌های بی‌بعد انحراف استاندارد مولفه عمقی بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re\tau = 590$	۱۰۷
شکل ۳۶-۳ کانتورهای اندازه سرعت و شاخص گردابه در جریان کانال آشفته با مدل گرادیانی تنظیم شده در $y+ = 20$ و $Re\tau = 180$. مقادیر $tFTT$ از بالا به پایین به ترتیب ۰، ۱، ۲.۶۶، ۶ و ۲۰ است	۱۱۰
شکل ۳۷-۳ کانتورهای اندازه سرعت و شاخص گردابه در جریان کانال آشفته با مدل گرادیانی تنظیم شده در $y+ = 20$ و $Re\tau = 395$. مقادیر $tFTT$ از بالا به پایین به ترتیب ۰، ۱، ۲.۶۶، ۶ و ۲۰ است	۱۱۱
شکل ۳۸-۳ کانتورهای اندازه سرعت و شاخص گردابه در جریان کانال آشفته با مدل گرادیانی تنظیم شده در $y+ = 20$ و $Re\tau = 590$. مقادیر $tFTT$ از بالا به پایین به ترتیب ۰، ۱، ۲.۶۶، ۶ و ۲۰ است	۱۱۲
شکل ۳۹-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی $Re\tau = 180$	۱۱۲
شکل ۴۰-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی $Re\tau = 395$	۱۱۲
شکل ۴۱-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی $Re\tau = 590$	۱۱۳

شکل ۴۲-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی دینامیکی $Re\tau = 180$ ۱۱۳
شکل ۴۳-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی دینامیکی $Re\tau = 395$ ۱۱۳
شکل ۴۴-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی دینامیکی $Re\tau = 590$ ۱۱۳
شکل ۴۵-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای دیپردورف $Re\tau = 180$ ۱۱۴
شکل ۴۶-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای دیپردورف $Re\tau = 395$ ۱۱۴
شکل ۴۷-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای دیپردورف $Re\tau = 590$ ۱۱۴
شکل ۴۸-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای گرادیانی تنظیم‌شده $Re\tau = 180$ ۱۱۴
شکل ۴۹-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای گرادیانی تنظیم‌شده $Re\tau = 395$ ۱۱۴
شکل ۵۰-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای گرادیانی تنظیم‌شده $Re\tau = 590$ ۱۱۵
شکل ۵۱-۳ حوزه محاسباتی و شبکه‌بندی در شبیه‌سازی جریان بر روی پله پسرو انحنادار ۱۱۷
شکل ۵۲-۳ پروفیل متوسط گیری‌شده مولفه سرعت محوری در چهار مقطع متفاوت با مدل گرادیانی تنظیم‌شده $Reh = 13700$ ۱۱۷
شکل ۵۳-۳ کانتور مولفه سرعت محوری در شبیه‌سازی جریان بر روی پله پسرو انحنادار با مدل گرادیانی تنظیم‌شده ۱۱۸
شکل ۵۴-۳ گردابه شکل گرفته در پایین دست پله پسرو انحنادار در نتیجه جدایش جریان با مدل گرادیانی تنظیم‌شده ۱۱۸

صفحه

فهرست جدول‌ها

جدول ۱-۲ اسکیم‌های عددی موجود در این فوم [۹۵].....	۸۶
جدول ۱-۳ پارامترهای عددی در شبیه‌سازی گردا به‌های بزرگ از جریان آشفته کanal.....	۹۴
جدول ۲-۳ معیارهای سنجش شبکه‌بندی در شبیه‌سازی گردا به‌های بزرگ با مدل اسماگورینسکی.....	۹۴
جدول ۳-۳ معیارهای سنجش شبکه‌بندی در شبیه‌سازی گردا به‌های بزرگ با مدل اسماگورینسکی دینامیکی.....	۹۴
جدول ۴-۳ معیارهای سنجش شبکه‌بندی در شبیه‌سازی گردا به‌های بزرگ با مدل دییردورف.....	۹۴
جدول ۵-۳ معیارهای سنجش شبکه‌بندی در شبیه‌سازی گردا به‌های بزرگ با مدل گرادیانی تنظیم شده.....	۹۴
جدول ۶-۳ پارامترهای اصلی جریان در عدد رینولدز اصطکاکی ۱۸۰.....	۹۶
جدول ۷-۳ پارامترهای اصلی جریان در عدد رینولدز اصطکاکی ۳۹۵.....	۹۷
جدول ۸-۳ پارامترهای اصلی جریان در عدد رینولدز اصطکاکی ۵۹۰.....	۹۷

فهرست علائم

علائم لاتین

مقدار و بردار مساحت سطح (m^2)	A, \mathbf{A}
ثابت میرایی	A^+
ضریب ثابت	C
ضریب اصطکاک	C_f
ثابت جهانی	C_κ
تابع میرایی	D
قطر (m)	d
بردار جابه‌جایی (m)	\mathbf{d}
چگالی انرژی آشتفتگی (m^2/s^2)	E
خطا، انرژی گردابه (m^2/s^2)	e
شار سطحی (m^3/s)	F
متغیر عمومی جریان، فرکانس (s^{-1})	f
فاکتور درون‌یابی	f_x
هسته فیلتر	G
گرادیان ثابت (شرایط مرزی)	g_b
ارتفاع، نصف ارتفاع کانال (m)	h
تانسور واحد	I
هدایت حرارتی ($W/m \cdot K$)	K
انرژی آشتفتگی (m^2/s^2)	k
تنش لثونارد (m^2/s^2)	L
طول مرجع یا مقیاس انتگرالی (m)	L
طول یا مقیاس طولی (m)	l
عدد ماخ	M
موقعیت مرکز سلول همسایه (m)	N
تعداد کل، متغیر تعداد	N, n
بردار نرمال واحد (m)	\mathbf{n}
موقعیت مرکزی سلول (m)	P

فشار، فشار میانگین مجموعه‌ای (Pa)	p, P
دومین ثابت تانسور یا شاخص گردابه	Q
تنش رینولدز حل شده متوسط (m^2/s^2)	R
شعاع گردابه (m)	r
تانسور نرخ کرنش (s^{-1})	S
جمله چشمی	S
متوسط تنش رینولدز کل (m^2/s^2)	T
زمان (s)	t
میدان سرعت لحظه‌ای و میانگین مجموعه‌ای (m/s)	V, U
سرعت جریان آزاد (m/s)	U_∞
مولفه‌های سرعت (m/s)	u, v, w
سرعت برشی (سرعت اصطکاکی) (m/s)	u_τ
حجم (m^3)	V
مختصات مکانی عمومی (m)	x
مولفه‌های مختصات (m)	x, y, z
فاصله از دیواره (m)	y, y_w
علائم یونانی	
پارامتر عمومی	α
پارامتر عمومی	β
پارامتر تراکم	γ
ضریب نفوذ	Γ
ضخامت لایه مرزی (m)	δ_b
اندازه فیلتر، مقیاس طولی مرتبط با شبکه‌بندی (m)	Δ
اتلاف انرژی آشفتگی ($J/kg \cdot s$)	ϵ
مقیاس اتلافی کلموگروف (m)	η
ضخامت مومنت (m)	θ
عدد موج (m^{-1})	κ
عدد موج اتلافی (m)	κ_d
عدد موج انتگرالی (m)	κ_i

نفوذ حرارتی (m^2/s)	κ_T
لزجت ثانویه (m^2/s)	λ
لزجت دینامیک ($kg/m \cdot s$)	μ
لزجت بالک (m^2/s)	ξ
چگالی (kg/m^3)	ρ
تانسور تنش کوشی (m^2/s^2)	σ
اندازه و تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای، تانسور تنش برشی لزجی (m^2/s^2)	τ, τ, τ'
لزجت سینماتیک (m^2/s)	v
كمیت اسکالار عمومی	ϕ
ورتیسیته (s^{-1})	ω
زیرنویس‌ها	
موازی	\parallel
شاخص جهت یا موقعیت	1, 2, 3
بالک (Bulk)	b
مرکز (Centre)	c
اتلاف (Dissipation)	d
موثر (efficient)	eff
كمیت صفحه‌ای (Face based quantity)	f
مقیاس شبکه (Grid Scale)	GS
شاخص مکانی	i
مقیاس زیرشبکه‌ای (Sub Grid Scale)	SGS
آشفتگی (Turbulent)	t
كمیت دیواره (Wall)	w
شاخص‌های جهت	x, y, z
بالانویس‌ها	
یکای دیواره	$+$
مولفه اغتشاشی	$'$
مولفه انحرافی	$''$
خاصیت اینرسی	e

ترانهاده	T
علائم روی کمیت‌ها	
کمیت فیلترشده	—
فیلتر آزمون	~
گروه‌های بی‌بعد	
$CFL = \frac{F_f \Delta t}{ \mathbf{A} \mathbf{d} }$	عدد کورانت CFL
$P^+ = \nu \frac{dP}{dx} \frac{1}{u_t^3}$	پارامتر گرادیان فشار P^+
$Re = \frac{ V L}{\nu}$	عدد رینولدز Re
$Re_\tau = \frac{u_\tau h}{\nu}$	عدد رینولدز بر مبنای سرعت برشی (رینولدز اصطکاکی) Re_τ
$Re_\theta = \frac{U_b \theta}{\nu}$	عدد رینولدز بر مبنای ضخامت مومنتم Re_θ
$U^+ = \frac{U}{u_\tau}$	سرعت بی‌بعدشده با سرعت برشی U^+
$y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu}$	یکای بی‌بعد دیواره y^+

۱ مقدمه و پیشینه پژوهش

جريان آشفته یک رودخانه خروشان، جريان جت گازهای داغ خروجی از نازل موشکها، جريان‌های متلاطم باد، جريان واقع در پشت يك وسیله نقلیه پرسرعت، جريان واقع در پایین‌دست يك پمپ، کمپرسور یا توربین و صدها نمونه ديگر از اين دست جريان‌ها، مثال‌های روشنی از جريان‌های آشفته هستند. از آنجا که فيزيک حاكم بر جريان‌های آشفته به خوبی درک نشده است و طيف وسیعی از عقاید متفاوت در زمینه سینماتیک و دینامیک این جريان‌ها وجود دارد، به سختی می‌توان فردی را در میان محققین یافت که تعريف دقیق و روشنی از این جريان‌ها ارائه داده باشد. حتی یافتن محققینی که دارای تعاریف مشابهی از این نوع جريان هم باشند، امری دشوار است. بنابراین در داخل هر يك از نظرات ارائه‌شده، تنها می‌توان بخشی از حقیقت موجود در مورد جريان‌های آشفته و فيزيک حاكم بر آن‌ها را یافت.

همان‌طور که از نام جريان آشفته بر می‌آید، این جريان رفتاری کاملاً اتفاقی و بی‌سازمان دارد. در اين جريان، به واسطه فرآيندهای اختلاطی شدید ناشی از نوسانات کمیت‌های مرتبط با مومنتم، انرژی و غلظت جريان، به جز در نواحی بسيار نزدیک به دیواره، شکل لایه‌های جريان به راحتی از يك‌ديگر قابل تشخيص نیست و توده‌های سیال مسیر مشخصی را طی نمی‌کنند. به زبان ساده، جريان آشفته نوعی از جريان سیال است که سیال تحت نوسانات جريانی و فرآيندهای اختلاطی شدید قرار می‌گيرد. اين رفتار بر خلاف رفتار جريان آرام است که در آن توده‌های واقع در جريان سیال تحت لایه‌ها و مسیرهای مشخص حرکت می‌کنند. در يك جريان آشفته، اندازه و راستای سرعت در هر نقطه دائمًا تحت نوسانات و تغييرات قرار دارد، به طوری که تشخيص موقعیت دقیق هر ذره در هر لحظه در داخل ميدان جريان مشکل بوده و تقریب‌زدن وضعیت ذره در لحظه بعد تقریباً غيرممکن به نظر می‌رسد.

اغلب جریان‌هایی که مسائل مهندسی با آن‌ها سر و کار دارد، در زمرة جریان‌های آشفته قرار می‌گیرند. تنها در تعداد اندکی از جریان‌های با اعداد رینولدز موضعی خیلی کوچک، همانند جریان‌های بسیار نزدیک به لبه حمله اجسام و یا لایه‌های مجاور سطوح جامد می‌توان جریان را آرام در نظر گرفت. با یک بررسی جامع در مورد تعاریفی که برای جریان‌های آشفته ارائه شده است و جمع‌آوری نقطه نظرات محققین امر در این زمینه، می‌توان برخی از مهم‌ترین خصوصیات جریان‌های آشفته را به صورت زیر بیان نمود؛

- تناوبی‌بودن
- سه‌بعدی‌بودن
- بی‌نظمی مکانی و زمانی
- اعداد رینولدز (معمولًاً) بالا
- طیف پیوستهٔ مکانی و زمانی
- افزایش اضمحلال انرژی و مومنتم
- افزایش اختلاط، انتقال حرارت و ضریب پسای پوسته‌ای
- حرکات غالب چرخشی و مملو‌بودن از ادی^۱‌های آشفتگی با ابعاد و اندازه‌های بسیار متنوع و گسترده

آشفتگی، حالت شبه‌تصادفی و ظاهراً غیر قابل پیش‌بینی از یک سیال، یکی از مسائل مبهم در دینامیک سیالات شناخته شده است. جریان‌های آشفته با افزایش چشم‌گیری در اختلاط و اصطکاک همراه هستند و پیش‌بینی این پدیده‌ها از اهمیت به سزاوی در کاربردهای مهندسی برخوردار است. از این رو، دانشمندان تلاش مضاعفی در مشاهده، تشریح و درک ابعاد مختلف جریان‌های آشفته سرمایه‌گذاری کرده‌اند. آزمایش انجام‌شده توسط ازبرن رینولدز^۲ [۱] در سال ۱۸۸۳ یکی از مهم‌ترین آزمایش‌های انجام شده در تاریخ دینامیک سیالات می‌باشد که اساتید و محققین به دفعات آن را مورد توجه قرار داده‌اند. او در هنگام مطالعه جریان عبوری از داخل یک لوله شیشه‌ای افقی، مقادیر اندکی از آب رنگی را با فشار و دمایی یکسان با فشار و دمای جریان آب داخل لوله و از نزدیکی دهانه ورودی به درون لوله تزریق نمود. نتیجه حاصل این بود که برای سرعت‌های پایین جریان درون لوله، جریان صاف و یا اصطلاحاً آرام بوده و در این شرایط هر ذره از سیال در یک مسیر مستقیم و به موازات خط مرکزی لوله حرکت می‌کند. اما پس از آن که او به تدریج سرعت جریان را در داخل لوله بالا برد، مشاهده کرد که در نقطه‌ای واقع در پایین‌دست محل تزریق آب رنگی، رگه‌های رنگی تزریق‌شده به طور ناگهانی با آب درون لوله مخلوط

¹ Eddy

² Osborne Reynolds

می‌شوند و در یک فاصله نسبتاً کوتاه، تمام حجم پایین دست را از آب رنگی اشغال می‌نمایند. گذر از حالت جریان آرام و رسیدن به یک جریان^۱ کاملاً آشفته و مغوش با افزایش یک پارامتر بحرانی (عدد رینولدز) رخ می‌دهد. از دیگر یافته‌های مهم، می‌توان به این نکته اشاره کرد که جریان‌های آشفته را یک سلسله مراتب از گردابهای یا چرخش^۲‌ها در بازه‌ای از مقیاس‌های بزرگ تا بسیار کوچک تشکیل می‌دهند. به عبارت دیگر، در جریان آشفته دو نوع ساختار وجود دارد: یکی ساختار با مقیاس کوچک که دربرگیرنده گردابهای کوچک (آشفتگی و نوسانات کوچک) بوده و دیگری ساختار با مقیاس بزرگ که دربرگیرنده گردابهای بزرگ (جریان متوسط و نوسانات بزرگ) می‌باشد. در حالت کلی، انرژی جنبشی آشفتگی به تدریج از مقیاس‌های بزرگ به مقیاس‌های نوسانی کوچک منتقل می‌گردد تا در نهایت کوچک‌ترین مقیاس‌ها در اثر وجود لزجت ملکولی به صورت گرما تلف شوند. این نظریه آثار انرژی^۳ بر مبنای قوانین فیزیکی برای مقیاس‌های مختلف حاضر در جریان آشفته توسط دانشمند روسی به نام کلموگروف^۴ ارائه شد [۲]. اگرچه او یک ریاضی‌دان بود، اما به واسطه وجود برخی خصوصیات آماری جالب در جریان‌های آشفته، علاقه‌مندی شدیدی به مطالعه پدیده‌های موجود در این نوع جریان‌ها از خود نشان داد. کلموگروف در سال ۱۹۴۱ مقاله‌ای را در یکی از مجلات معتبر ریاضی روسیه به چاپ رساند و از فرضیه‌های خود در بطن جریان‌های آشفته سخن گفت.

مطالعه جریان‌های آشفته می‌تواند به سه دسته اصلی تقسیم گردد: تئوری تحلیلی، آزمایش‌های فیزیکی و شبیه‌سازی‌های عددی. رویکرد تحلیلی در آشفتگی به دلیل طبیعت شدیداً غیرخطی و تصادفی جریان با شک و تردید همراه است و در نتیجه به کارگیری از آن به عنوان یک ابزار عمومی محدود می‌شود. تحقیقات دینامیک سیالات تجربی همواره مورد توجه بسیاری واقع شده است. این نتایج تجربی هنوز هم به عنوان معیار اساسی برای اعتبارسنجی مدل‌های جدید کاربرد دارند و انتظار می‌رود در آینده نه چندان دور در جایگاه ویژه‌ای از تحلیل آشفتگی قرار گیرند. همچنین، ظهور روش‌های اندازه‌گیری جدید که اجازه نمونه‌برداری از مشخصه‌های جریان را دارند، گسترش یافته است. از میان این روش‌ها می‌توان سرعت‌سنج لیزر-دالپلر^۴ و بادسنج چندگانه سیمی را نام برد.

شبیه‌سازی عددی در چند دهه گذشته همیشه از محبوبیت قابل توجهی برخوردار بوده است. از دیدگاه عملی، دینامیک سیالات محاسباتی بسیار مقرن به صرفه و انعطاف‌پذیرتر از روش‌های تجربی است. مزیت‌های بسیاری را در وصف شبیه‌سازی عددی برشمرده‌اند که نمونه‌گیری از کمیت‌های جریان

¹ Whirl

² Energy cascade

³ Kolmogorov

⁴ Laser-Doppler

در هر نقطه از میدان حل و دست یابی به مقادیر میدان‌های لحظه‌ای در تمام حوزه محاسباتی نمونه‌ای از آن‌ها است. با همه این مزیت‌ها، شبیه‌سازی عددی جریان‌های آشفته در کاربردهای مهندسی یک اشکال عمدی دارد و آن عدم توانایی در تضمین دقت بالا و کافی تحت تمام شرایط موجود است. با این‌که تکنیک‌های شبیه‌سازی مناسبی به عنوان ابزار مطالعاتی جریان‌های آشفته پایه‌گذاری شده‌اند، در حال حاضر نتایج شبیه‌سازی‌ها در ترکیب با داده‌های تجربی بهترین ارائه را در زمینه اعتبارسنجی در اختیار کاربران قرار می‌دهند. لذا توسعه و گسترش یک روش شبیه‌سازی دقیق و کم‌هزینه، تمرکز اصلی پژوهش حاضر در دینامیک سیالات محاسباتی به شمار می‌رود.

۱-۱ شبیه‌سازی آشفتگی

با گذشت بیش از یک قرن مشاهده می‌شود که هنوز درک صحیحی از جریان‌های آشفته وجود ندارد. مسئله آشفتگی از سال‌ها پیش مورد بحث بوده اما بیشترین حرکت در بررسی جریان‌های آشفته در دهه ۷۰ میلادی صورت گرفته است. هنگامی که تنش برشی^۱ (شار مومنت) یا نرخ برش روی دیواره افزایش یابد، انتقال جریان از آرام به آشفته صورت می‌گیرد [۳]. نقطه شروع در مدل‌سازی عددی جریان‌های آشفته با معادلات ناویراستوکس شکل می‌گیرد. این معادلات نشان‌دهنده بقای جرم و مومنت هستند. توزیع مقیاس‌های آشفتگی در طیف وسیعی شامل بزرگ‌ترین مقیاس‌ها که در اندرکنش با جریان اصلی می‌باشند تا کوچک‌ترین مقیاس‌ها که در آن‌ها اتلاف انرژی صورت می‌پذیرد، قرار دارد. کوچک‌ترین مقیاس‌های طولی در جریان آشفته تابعی از انرژی اتلافی (ϵ) و عامل اتلاف یعنی لزجت (η) می‌باشند.

$$\eta = f(\epsilon, v) = \frac{v^{3/4}}{\epsilon^{1/4}} \quad (1-1)$$

نسبت کوچک‌ترین مقیاس طولی، η ، که به مقیاس طولی کلموگروف مشهور است و بزرگ‌ترین مقیاس طولی (l) برابر است با:

$$\frac{\eta}{l} = \frac{v^{3/4}}{\epsilon^{1/4} l} = \frac{1}{Re^{3/4}} \quad (2-1)$$

یعنی هرچه شدت آشفتگی و عدد رینولدز بیشتر باشد، ساختار مقیاس‌های کوچک، ریزتر است و فاصله بین مقیاس‌های طولی بزرگ و کوچک‌ترین مقیاس‌های طولی بیشتر می‌شود. در نتیجه تبادل مستقیم انرژی و اطلاعات بین دو مقیاس کم‌تر می‌گردد و این دو حرکت به طور آماری در میدان جریان از یک‌دیگر مستقل می‌شوند. این بیان نشان می‌دهد که برای شبیه‌سازی مقیاس‌های کوچک در جریان‌های آشفته با عدد رینولدز بالا دقت شبکه‌بندی باید در ابعاد کوچک‌ترین مقیاس طولی باشد [۴].

در فضای عدد موج، K ، انرژی گردابه‌ها از K تا $dK + dK$ با معادله (۳-۱) بیان می‌شود:

^۱ Shear stress

$$e(\kappa) = E(\kappa) d\kappa \quad (3-1)$$

در واقع انرژی گردابه‌ها بیان‌گر سهم انرژی مقیاس‌هایی با عدد موج بین κ تا $\kappa + d\kappa$ در انرژی جنبشی آشتفتگی (k_e) می‌باشد. بعد^۱ عدد موج یک بر روی طول یا l^{-1} است. بنابراین می‌توان عدد موج را متناسب با معکوس شعاع گردابه در نظر گرفت ($\kappa \propto 1/r$) [۳]. با انتگرال گرفتن از رابطه (۳-۱) در تمام فضای عدد موج، کل انرژی جنبشی آشتفتگی محاسبه می‌شود. انرژی جنبشی آشتفتگی با مجموع انرژی جنبشی مؤلفه‌های نوسانی سرعت برابر است.

$$k_e = \int_0^\infty E(\kappa) d\kappa = \frac{1}{2} (\overline{u_i'^2} + \overline{u_j'^2} + \overline{u_k'^2}) = \frac{1}{2} \overline{u_i'^2 u_i'^2} \quad (4-1)$$

برای دست‌یابی به حل واقعی آشتفتگی از رویکرد شبیه‌سازی عددی مستقیم استفاده می‌شود. در این فرآیند، معادلات ناویراستوکس با گسسته‌سازی و الگوریتم‌های عددی به طور مستقیم حل می‌شوند. شبیه‌سازی عددی مستقیم سعی دارد تا تمام مقیاس‌های محرک در سیال، از بزرگ‌ترین ساختارهای منسجم تا کوچک‌ترین گردابه‌های اتلافی را بدون اعمال هیچ‌گونه متوضط‌گیری یا فیلتر کردن میدانی محاسباتی حل کند و تصویر دقیقی از مکانیزم آشتفتگی ترسیم نماید. به عنوان یک نتیجه می‌توان گفت، در شبیه‌سازی عددی مستقیم فرضیات مدل‌سازی آشتفتگی یا روابط تجربی دیده نمی‌شود و تنها تفاوت میان شبیه‌سازی و معادل تجربی آن خطاهای تولیدشده ناشی از تقریب‌های عددی است. برای یک شبکه‌بندی ریز و اصولی چنان‌چه خطای طرح عددی به حداقل برسد، شبیه‌سازی عددی مستقیم می‌تواند به عنوان یک حل دقیق سه‌بعدی و وابسته به زمان در نظر گرفته شود.

مقیاس‌های کوچک در جریان آشتفته، توسط نیروهای اینرسی تولید شده و به وسیله نیروهای لزجی تلف می‌شوند. اگر عدد رینولدز بالا باشد، نیروهای لزجی نسبتاً کوچک خواهند بود و این، شکل‌گیری حجم وسیعی از مقیاس‌های کوچک را در پی دارد. برای تسخیر همه اتلاف‌های مقیاس‌های کوچک، اندازه شبکه‌بندی نباید از مقیاس کلموگروف، $(v^3/\epsilon)^{1/4}$ = η بزرگ‌تر باشد. علاوه بر این، دامنه محاسباتی باید به اندازه کافی وسیع باشد تا بزرگ‌ترین مقیاس‌های آشتفتگی را دربر گیرد. در یک شبکه یکنواخت، وجود حداقل تعداد L/η نقطه شبکه در هر جهت احساس می‌شود (L مقیاس انتگرالی یا طول حوزه محاسباتی است). این تعداد از نقاط باید در تمام سه جهت به کار گرفته شود. از طرفی گام زمانی نیز با اندازه شبکه‌بندی ارتباط دارد و این بدان معناست که هزینه شبیه‌سازی با مکعب عدد رینولدز متناسب است [۵]. همچنین، طرح‌های گسسته‌سازی مرتبه بالا (پرهزینه) و بسیار دقیق به منظور محدود کردن خطاهای اتلاف^۲ و پراکندگی^۱ مورد استفاده قرار می‌گیرند. چنان‌چه این‌گونه تحلیل‌ها

¹ Dimension

² Dissipation

توسط شبیه‌سازی عددی مستقیم انجام شود، هرچند نتایج به دست آمده بسیار دقیق و قابل استناد است، اما باید زمان و هزینه زیادی صرف شود که در کنار وضعیت فعلی ظرفیت محاسباتی، مقرر به صرفه نیست. لذا شبیه‌سازی عددی مستقیم را به هندسه‌های ساده (صفحه تخت، آشفتگی همگن^۱، کانال) در اعداد رینولدز نسبتاً پایین محدود می‌سازد. از این‌رو ایده استفاده از مدل‌های مختلف مقیاس‌های زیرشبکه‌ای^۲ تحول شگرفی در شبیه‌سازی بهینه جریان‌های آشفته ایجاد کرد.

برای کاهش حجم مقیاس‌هایی که باید حل شوند، یک عملگر متوسط‌گیری به معادلات ناویراستوکس اعمال می‌شود. روش متوسط‌گیری کلاسیک، متوسط‌گیری مجموعه‌ای^۳ است که معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز^۴ را شکل می‌دهند. از نقطه نظر محاسباتی، این روش متوسط‌گیری معادل با یک مجموعه نامتناهی از آزمایش‌های تجربی است که در یک زمان مشابه و یکسان نمونه‌گیری شده‌اند. میانگین همه میدان‌های جریان، متوسط‌گیری مجموعه‌ای را بیان می‌کند. نتایج متوسط‌گیری مجموعه‌ای برای استقلال زمانی یا جریان غیرمتناوب با نتایج متوسط‌گیری زمانی برابر است. معادله ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز برای یک میدان سرعت آشفته تراکم‌ناپذیر به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U} \mathbf{U}) = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nabla \cdot [v(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T)] - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau \quad (5-1)$$

که در آن حروف بزرگ بیان‌گر کمیت‌های متوسط‌گیری شده هستند. متوسط‌گیری از جمله‌های غیرخطی، کمیت مجھول جدیدی را در معادله معرفی می‌کند که تانسور تنش رینولدز (τ) نام دارد. این تانسور تنش، نشان‌دهنده اثرات تمام اغتشاشات و نوسانات آشفتگی است و برای رسیدن به یک سیستم معادلات بسته باید مدل شود. مدل‌های آشفتگی بسیاری، از مدل‌های تک معادله‌ای ساده [۶] تا مدل‌های مرسوم و رایج $\epsilon - K$ [۷] برای مدل‌سازی تنش رینولدز کامل مورد استفاده قرار می‌گیرند [۸].

در حال حاضر این روش محاسباتی بر خلاف شبیه‌سازی عددی مستقیم، می‌تواند برای حل جریان در هندسه‌های پیچیده و اعداد رینولدز بالا به کار گرفته شود. به همین خاطر در کاربردهای مهندسی بیش‌تر مورد توجه قرار گرفته است. متأسفانه معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز از نبود یک ویژگی مهم بی‌بهره هستند و آن وجود طیف بسیار گسترده‌ای از مقیاس‌ها در مدل آشفتگی است.

¹ Dispersion

² Homogeneous turbulence

³ Sub grid scale (SGS) models

⁴ Ensemble average

⁵ Reynolds Average Navier-Stokes (RANS)

مقیاس‌های کوچک عمدتاً به لزجت وابسته بوده و نقشی جامع و فراگیر دارند، در حالی که ساختارهای بزرگ‌تر به شدت تحت تاثیر شرایط مرزی قرار دارند. به عبارتی، آن دسته از مدل‌هایی که برای شبیه‌سازی کانال طراحی شده‌اند، هنگامی که در محاسبه جدایش یا جریان‌های برشی استفاده می‌شوند، عملکرد ضعیفی را از خود به نمایش می‌گذارند. به نظر می‌رسد مدل‌سازی اثرات مقیاس‌های بزرگ از آشفتگی با روشنی یکسان در جریان‌هایی که تفاوت فاحشی با یکدیگر دارند، امکان‌پذیر نیست. این عدم ثبات در جریان‌های آشفته از عوامل مهم در گرایش به ایجاد روش‌های جدید هم‌چون شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ^۱ است. شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ یک مدل ریاضی برای آشفتگی است که در دینامیک سیالات محاسباتی کاربرد دارد. این مدل اولین‌بار در سال ۱۹۶۳ توسط جوزف اسماعیل‌گورینسکی^۲ [۹] در شبیه‌سازی جریان جوی پیشنهاد شد و بعدها در سال ۱۹۷۰ توسط دیردورف^۳ [۱۰] توسعه یافت. در حال حاضر شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در طیف گسترده‌ای از کاربردهای مهندسی؛ از جمله احتراق و شبیه‌سازی لایه‌مرزی استفاده می‌شود.

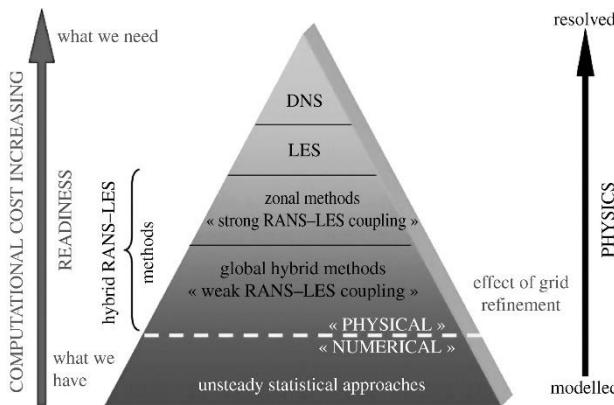
پس از توصیف روش‌هایی که پیش از این به آن اشاره شد، به معرفی موضوع اصلی پژوهه یعنی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ پرداخته می‌شود. شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ تمام مقیاس‌های آشفتگی را حل نمی‌کند (شبیه‌سازی عددی مستقیم تمام مقیاس‌های آشفتگی را حل می‌کند)، اما در برگیرنده طیف بزرگ‌تری از مقیاس‌ها در مقایسه با معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز است. در این روش شبیه‌سازی، مقیاس‌های بزرگ به طور صریح تحلیل شده در حالی که اثرات مقیاس‌های زیرشبکه‌ای مدل و پارامتری می‌شوند. از آنجایی که مقیاس‌های کوچک تمایل بیشتری به ایزوتrop^۴ بودن نسبت به مقیاس‌های بزرگ دارند، باید امکان پارامتری کردن آن‌ها با استفاده از مدل‌های ساده‌تر از مدل‌های تنش رینولدز استاندارد وجود داشته باشد [۱۱، ۱۲]. از این‌رو می‌توان شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ را در بازه‌ای بین شبیه‌سازی عددی مستقیم و معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز در نظر گرفت به گونه‌ای که شبیه‌سازی مستقیم بر روی مقیاس‌های بزرگ انجام شده و اثرات مقیاس‌های کوچک بدون انجام متوسط‌گیری مدل می‌شوند. در شکل ۱-۱ روش‌های ناپایدار با توجه به هزینه محاسباتی و دقت نتایج طبقه‌بندی شده‌اند.

¹ Large eddy simulation (LES)

² Joseph Smagorinsky

³ Deardorff

⁴ Isotropic



شکل ۱-۱ طبقه‌بندی روش‌های ناپایا با توجه به سطح مدل‌سازی [۱۱].

توجیه فرآیند شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ منطقی و قابل اثبات است؛ با توجه به این‌که گردابه‌های بزرگ حاوی سهم عظیمی از انرژی بوده و انتقال خواص بقای جریان را بر عهده دارند و نیز تغییرات آن‌ها از جریانی به جریان دیگر قابل تأمل است، شبیه‌سازی مستقیم آن‌ها به توصیف دقیق‌تر جریان کمک می‌کند. در مقابل، گردابه‌های کوچک‌تر مستقل از شرایط مرزی هستند و در بیش‌تر جریان‌ها نقشی جامع و فراگیر برای آن‌ها متصور می‌شوند، بنابراین مدل‌سازی ساده‌تری دارند.

از آنجایی که سهم مقیاس‌های کوچک‌آشفتگی نسبت به میدان حل‌شده ناچیز و اندک است، خطاهای تولیدشده ناشی از مدل‌سازی آن‌ها باید کوچک باشد. علاوه بر این، مقیاس‌های حل‌شده^۱ اطلاعات کامل‌تری در قیاس با جریان متوسط پیش‌بینی شده توسط معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز را دربر دارند. بنابراین شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ دقیق‌تر از معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز عمل می‌کند و هنگامی که با شبیه‌سازی عددی مستقیم مقایسه می‌شود به منابع محاسباتی کم‌تری احتیاج پیدا می‌کند، زیرا در این روش کوچک‌ترین مقیاس‌ها به طور مستقیم حل نمی‌شوند. با توجه به تمام این خصوصیات، افزایش مداوم در منابع محاسباتی و توسعه شیوه‌های مدل‌سازی، نقش برجسته روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ را در محیط‌های طراحی و تولید ملموس‌تر می‌سازد.

۲-۱ اهداف و نوآوری‌های پژوهش

ساختارهای مقیاس بزرگ‌آشفتگی ذاتاً سه‌بعدی و وابسته به زمان هستند، بنابراین فرآیند شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ نیز باید برای تسخیر و ارائه رفتار دقیق آن‌ها این ویژگی‌ها را داشته باشد. همچنین نیاز به یک شبکه‌بندی با کیفیت و وضوح بالا، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ را تا حدودی گران‌تر از

^۱ Resolved or super Grid Scales (GS)

شبیه‌سازی معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز رایج قرار می‌دهد. علاوه بر این، تمامی کمیت‌های شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در بحث مدل‌سازی ناحیه نزدیک دیواره، وابستگی شدیدی به عدد رینولدز نشان می‌دهند. در این ناحیه، مقیاس‌ها به صورت تابعی از معکوس عدد رینولدز بیان می‌شوند [۵]. بنابراین در محاسبات شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ از جریان‌های با عدد رینولدز متوسط و رو به بالا، معمولاً ناحیه لایه مرزی بیش از ۵۰ درصد از کل نقاط شبکه محاسباتی را شامل می‌شود. تا به امروز، وجود این عوامل، کاربری وسیع و گسترده شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ را به جریان‌های پایه و محاسبات ساده محدود کرده است.

با در نظر گرفتن این محدودیت‌ها در ذهن، هدف عمدۀ این پژوهش، ارزیابی و توسعه روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به عنوان یک ابزار شبیه‌سازی در محاسبات جریان‌های محدود به دیواره تعریف شد. در رسیدن به این هدف، مدل‌های بسیاری تجزیه و تحلیل گردید، اما تنها نمونه گرادیانی با بهترین عملکرد توجه زیادی را به خود معطوف ساخت. در گام بعدی امکان پیاده‌سازی معادلات مدل گرادیانی تنظیم شده^۱ در نرم‌افزار متن‌باز اپن‌فوم^۲ بررسی و مراحل تطبیق توابع و کمیت‌های تعریف شده در نرم‌افزار با معادلات ریاضی مدل برگزیده انجام شد. گسسته‌سازی معادلات و تجزیه آن‌ها در جهت محورهای مختصات، نیازمند به کارگیری توابعی است که تا پیش از این در کتابخانه‌های نرم‌افزار اپن‌فوم معرفی نشده است. بنابراین آشنایی با زبان برنامه‌نویسی C++، کلاس‌ها و نحوه فراخوانی آن‌ها در کتابخانه‌های مختلف قدم اصلی در اعمال یک مدل جدید آشافتگی به اپن‌فوم محسوب می‌شود. با پیاده‌سازی معادلات مدل گرادیانی تنظیم شده در کتابخانه مدل‌های آشافتگی نرم‌افزار اپن‌فوم و اجرای موققیت‌آمیز آن، اعتبارسنجی در جریان‌های آشفته با اعداد رینولدز متفاوت در اولویت قرار می‌گیرد. از دو هندسه کanal و پله پسرو انحنادار با ابعاد و شبکه‌بندی معین استفاده شده است. جریان کanal یک مسئله نمونه کلاسیک در شکل‌گیری جریان آشفته است و به طور گسترده با استفاده از روش‌های تجربی و عددی مطالعه شده است. پله پسرو انحنادار در معرض یک گرادیان فشار معکوس قرار می‌گیرد و سبب جدایش جریان می‌گردد؛ از این‌رو یک هندسه چالش‌برانگیز در بررسی مدل‌های مختلف مقیاس‌های زیر شبکه‌ای به شمار می‌رود.

¹ Modulated Gradient Model (MGM)

² Open Field Operation And Manipulation (Open FOAM)

۳-۱ چهارچوب کلی پایان نامه

پایان نامه بر اساس موضوع به دو قسمت تقسیم شده است. بخشی از تحقیقات به مطالعه نظریه‌ها، استخراج و به کارگیری معادلات اختصاص می‌یابد. این فصل‌ها شامل بررسی متون مرتبط نیز هستند. در بخش دوم، بیشترین تمرکز بر روی توصیف و تشریح خصوصیات مدل‌های مقیاس‌های زیر شبکه‌ای و اعتبارسنجی آن‌ها با استفاده از یک مجموعه تست‌های انجام‌شده معطوف شده است. در ادامه، مروری بر نکات بر جسته مطرح شده در هر بخش ایراد می‌شود.

۱-۳-۱ محتوای گزارش

این فصل از پایان نامه، مبحث بررسی خصوصیات آشفتگی و نحوه شبیه‌سازی آن‌ها را به خصوص در لایه‌مرزی آشفته بازگو می‌کند. با الهام از آثار نویسنده‌گان در زمینه تئوری آشفتگی، دینامیک گردابه‌ها و شبیه‌سازی مستقیم، یک تصویر منسجم از لایه‌مرزی آشفته نمایان می‌شود. درک دینامیک و خصوصیات مقیاس‌بزرگ از لایه‌های مرزی، نقطه عطفی در تعیین الزامات فرآیند شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ از رفتار نزدیک دیواره است.

فصل دوم نحوه استخراج معادلات حاکم بر شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ و بیانی از مفاهیم و روش‌های مدل‌سازی مقیاس‌های زیر شبکه را تشریح می‌کند. مدل گرادیانی تنظیم شده بر مبنای فرضیه تعادل بین مقیاس‌های زیر شبکه‌ای و اتلاف لزجی معرفی می‌گردد. روش‌های عددی در گسته‌سازی معادلات ناویراستوکس فیلتر شده، الگوریتم پیاده‌شده در برنامه حلگر به منظور محاسبه ارتباط کمیت‌های فشار-سرعت^۱ و حل عددی ماتریس‌های حاصل همراه با مجموعه‌ای از قابلیت‌های فرعی، ساختار کلی این فصل را تشکیل می‌دهند. آشنایی با نرم‌افزار اپن‌فوم، معرفی کتابخانه‌های موجود، شیوه‌های گسته‌سازی و نگاهی مختصر به فرآیند کدنویسی و اعمال برنامه مدل گرادیانی تنظیم شده در کتابخانه مدل‌های آشفتگی نرم‌افزار از دیگر مباحث فصل دوم می‌باشد.

۱-۳-۲ اعتبارسنجی و آزمون‌های انجام‌شده

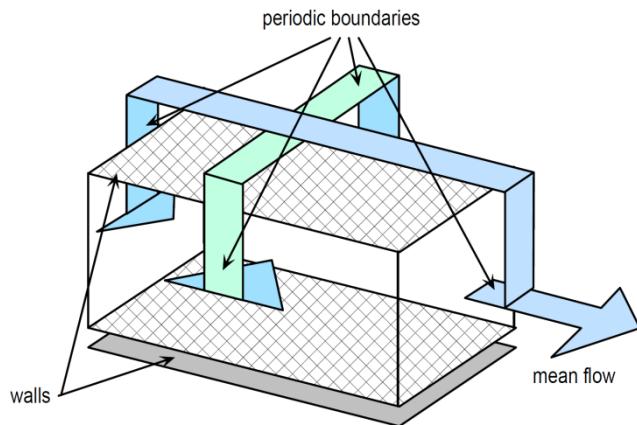
بخش دوم پایان نامه به اعتبارسنجی مدل‌های مختلف و روش‌های عددی از طریق به کارگیری آن‌ها در آزمون‌های گرفته شده می‌پردازد.

اولین محاسبات بر روی جریان کانال آشفته کاملاً توسعه یافته صورت می‌گیرد. شکل ۲-۱ این کانال را به همراه شرایط مرزی نشان می‌دهد. این آزمون به دلیل هندسه ساده و حجم محاسبات اندک برای اعتبارسنجی مدل‌های مقیاس‌های زیر شبکه جدید و توابع دیواره به طور گسترده در شبیه‌سازی

^۱ Pressure-velocity coupling

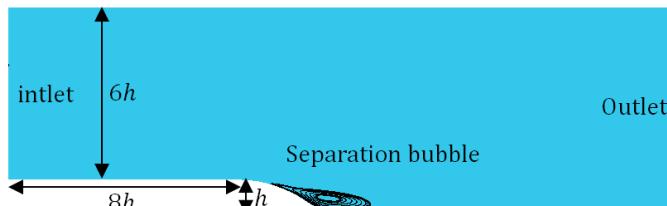
گردا بهای بزرگ مورد استفاده قرار گرفته است. از دیگر مزایای آن محاسبات آسان در اعداد رینولدز پایین، شرایط مرزی تعریف شده و وجود داده های آزمایشگاهی و شبیه سازی عددی مستقیم برای مقایسه نتایج می باشد.

متأسفانه، حوزه محاسباتی ساده همراه با جریان کاملاً توسعه یافته کاربرد محدودی برای اعتبارسنجی دقیق از توابع دیواره در جریان های پیچیده با اعداد رینولدز بالا دارد. با این حال هنوز هم آزمون ها و روش های معیار ارزان برای بررسی خطا و فرآهم آوردن تجربیات ناب و نیز بینشی عمیق بر دینامیک آشفتگی توجه بسیاری را به خود جلب کرده است. گستره سازی ساده حوزه محاسباتی در جریان کanal آشفته، یک بستر ایده آل را برای بررسی اثرات تراکم شبکه بر دینامیک آشفتگی لایه مرزی فرآهم کرده است.



شکل ۱-۲ حوزه محاسباتی جریان کanal آشفته.

یکی از مزیت های بر جسته شبیه سازی گردا بهای بزرگ، توانایی آن در پیش بینی مسائل دشوار و پیچیده هم چون جدایش جریان با عامل گرادیان فشار است که می تواند طول دقیقی از ناحیه جدایش را در مقایسه با شیوه های رایج شبیه سازی معادلات ناویر استوکس متوسط گیری شده رینولدز محاسبه کند. دومین آزمون بر روی پله پسرو انحنادار، نمونه ای از این چنین مسائل تأمل برانگیز به شمار می رود. شکل ۱-۳ نمایی از آن را نشان می دهد. وجود شرایط مرزی تعریف شده به همراه داده های آزمایشگاهی مناسب، زمینه را برای به کار گیری این آزمون در اعتبارسنجی مدل های گونا گون شبیه سازی گردا بهای بزرگ مساعد می سازد. از طرفی اعداد رینولدز پایین ($Re_h = 13700$) سبب کاهش هزینه محاسباتی می گردد و آزادی عمل بیشتری را در هنگام آزمایش متوجه کاربر می سازد. کنار هم قرار گرفتن عوامل بالا، جریان دیفیوzer را به یک جریان تمام عیار در بررسی اثرات متفاوت مقیاس های زیر شبکه ای، مدل سازی دیواره و کیفیت شبکه بندی تبدیل می کند.



شکل ۱-۳ حوزه محاسباتی پله پسرو انحنادار.

نتایج شبیه‌سازی هندسه‌های کanal و پله پسرو انحنادار، توانایی مدل‌های مختلف مقیاس‌های زیرشبکه‌ای را در بازیابی کمیت‌های آشفتگی مرتبه اول و دوم ارزیابی می‌کنند. در فصل سوم، تحلیل نتایج حاصل و مقایسه آن‌ها با داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم به تفصیل بیان شده است. به منظور تکمیل ساختار گزارش و ارائه پیشنهادات کاربردی و موثر در تحقیقات آتی فصل چهارم تدوین شده است. در انتهای پایان‌نامه می‌توان به مراجع و پیوست‌ها دسترسی داشت.

یکی از عوامل موثر در هزینه بالای شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، بررسی دقیق حرکت‌های مقیاس‌های کوچک در لایه‌مرزی است. برای مدل‌سازی موفقیت‌آمیز و کاهش هزینه شبیه‌سازی در این ناحیه، باید خصوصیات رفتار نزدیک دیواره ناشی از تعامل لایه‌مرزی با جریان اصلی تعیین گردد. بنابراین درک درستی از فیزیک جریان در ناحیه نزدیک دیواره، به ویژه حالتهای برخورد میان لایه‌مرزی و جریان اصلی حائز اهمیت است.

یکی از مفاهیم ابتدایی و مهم در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ این است که کوچکترین مقیاس‌های آشفتگی می‌توانند به عنوان یک ترم اتلافی مدل شوند به‌گونه‌ای که کمترین تاثیر را در دقت تحلیل شبیه‌سازی بر جای گذارند. استدلال پنهان در پشت این فرضیه و این که چگونه و چه زمانی اعتبارش را از دست می‌دهد، موضوع بخش مقدماتی را تشکیل می‌دهد. لذا مطالعه در زمینه دینامیک لایه‌های مرزی پیچیده، راه را در نیل به هدف نهایی هموارتر می‌سازد.

۴-۱ مبانی آشفتگی

یکی از پدیده‌های جالب و غالب در آشفتگی حضور گردابه‌ها در اندازه‌های مختلف می‌باشد. برای درک بهتر آشفتگی نیاز است تصور درستی از ظهور، عملکرد و تاثیر گردابه‌ها در جریان‌های آشفته شکل گیرد. به توده‌ای از ذرات سیال که هم‌زمان حرکتی موزون انجام می‌دهند، گردابه یا ادی می‌گویند. ساختار گردابه‌ها به‌گونه‌ای است که گردابه‌های کوچک درون گردابه‌های بزرگ جای می‌گیرند و حتی گردابه‌های کوچک‌تر در دل گردابه‌های کوچک قرار دارند. گردابه می‌تواند همانند یک گروه بزرگ از ذرات سیال تعریف شود که به طور عرضی و یا طولی در حوزه جریان حرکت می‌کند و در همین حال می‌تواند تغییر شکل داده یا کشیده شود و یا به دو گردابه کوچک‌تر یا بیشتر شکسته شود. محدودیتی برای فرآیند

شکستن گردا به ها و کوچک ترشدن آن ها وجود دارد. وقتی یک گردا به به اندازه کافی کوچک شد، نیروهای لزجی به واسطه گرادیان شدید سرعت اهمیت پیدا می کند. این نیروها باعث اضمحلال کوچک ترین گردا به ها می شوند و بدین صورت لزجت تعیین کننده محدوده پایین اندازه گردا به ها است [۳].

گردا به ها در نواحی برش زیاد، در حوزه جریان متوسط نزدیک مرز، در جریان لوله و کانال و یا در مجاورت تماس بین دو جریان که دارای سرعت های متفاوت و موازی هم هستند، به وجود می آیند. بخش قابل توجهی از انرژی مکانیکی جریان برای تولید گردا به ها صرف می شود که در نهایت این انرژی به صورت انرژی حرارتی در کوچک ترین گردا به ها اتلاف می گردد. برای مثال اگر عدد رینولدز جریان در حدود ۱۰۰۰ باشد، تنها ۰,۰۰۱ انرژی جنبشی جریان در مقیاس های بزرگ توسط لزجت ملکولی به گرما تبدیل می شود. بنابراین مقیاس های بزرگ، کسر بسیار کوچکی از انرژی خود را در ارتباط مستقیم با اثرات اتلافی لزجت تلف می کنند. انرژی باقیمانده، انرژی آشفتگی را شکل می دهد. به بیان دیگر، مقیاس های بزرگ انرژی گردا به هایی با مقیاس میانی را که به بازه اینترسی^۱ موسوم است، تأمین می کنند. در اثر روند کشیدگی، در انتهای مقیاس این گردا به ها به حدی می رسد که انرژی آن ها توسط لزجت به انرژی حرارتی داخلی تبدیل می شود. گردا به ها در حین حرکت به اطراف، در اندر کنش با یکدیگر نیز قرار دارند و با هم تبادل مومنت و انرژی می کنند. به طور مثال یک گردا به که در مرکز لوله قرار دارد و دارای سرعت بالایی است، ممکن است به طرف دیواره لوله حرکت کرده و با یک گردا به کم سرعت در مجاور دیواره تداخل و اختلاط نماید. در این اختلاط، تفاوت مومنت موجود بین این دو گردا به از بین رفته و در نتیجه مومنت می شود. این فرآیند همانند عملکرد لزجت در هموار نمودن گرادیان های مومنت توسط اندر کنش ملکولی است. براساس همین تشابه برای تاثیر اختلاط گردا به ها در جریان های آشفتگی عبارت معادل لزجت آشفتگی یا لزجت گردا به^۲ به کار گرفته می شود [۱۱، ۳]. اگر آشفتگی در تمام میدان جریان دارای یک ساختار باشد، آشفتگی را همگن می گویند و اگر صورت های آماری آشفتگی در هیچ جهتی برتری نداشته باشد، منجر به کنار گذاشتن و حذف دیگر نواحی می گردد؛ در این حالت، آشفتگی را همسان گرد یا ایزو ترrop می نامند.

تلاش برای تعریف آشفتگی سیال بدون توجه به جزئیات آن می تواند دشوار باشد. به طور کلی، حرکت نامنظم در جریان های چرخشی که از قیود احتمال تبعیت می کند [۱۳]، آشفتگی را توصیف می کند. اختلاف نظر در باره شکل گیری دقیق این پدیده نشان از نبود تصویری روشن برای درک پیچیدگی های آن دارد. خوش بختانه، سهم اندکی از این مباحث مبهم، تحقیق پیش رو را تحت تاثیر قرار

¹ Inertia range

² Eddy-viscosity

می‌دهند و این خود راه گریزی از رویارویی با پرسش‌های دشوار است. طبق گفته لسیر^۱، آشفتگی به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۴] :

- جریان آشفته باید بی‌نظم باشد، به این معنی که یک اغتشاش کوچک اولیه، تقویت شده و در نهایت منجر به شکل‌گیری یک میدان متلاطم می‌گردد. این بیان نشان می‌دهد پیش‌بینی قطعی یک جریان آشفته غیرممکن است.
- آشفتگی باید قادر به اختلاط هر کمیت انتقالی نظیر مومنتم، بسیار سریع‌تر از نفوذ ملکولی باشد.
- در نهایت، مقیاس‌هایی که در آن‌ها اختلاط کمیت‌ها رخ می‌دهند باید شامل طیف گستردگی از طول موج‌های مکانی باشند.

حتی این تعریف نیز دارای پنهان و مبهم است، گرچه نکات دوم و سوم بر جنبه محاسباتی جریان‌های آشفته دلالت دارند. با این وجود، ویژگی‌های اصلی و فیزیکی این جریان‌ها به طور کامل معین شده‌اند تا درک روشی از رفتارهای آن‌ها تحت شرایط مهندسی به دست آید.

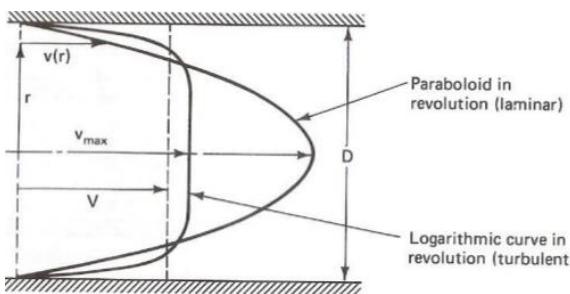
یک جریان آشفته به‌واسطه حرکات منسجم و بزرگ گردابی‌شکل (ادی) موجود در ساختار داخلی خود از یک جریان آرام تمیز داده می‌شود. ادی‌های موجود در جریان‌های آشفته، باعث ایجاد نوسان در میدان سرعت، فشار، دما، چگالی و حتی غلاظت جریان می‌شوند. این ادی‌ها همچنین سبب شکل‌گیری حالت تصادفی و عدم قطعیت در تعیین مقادیر صریح متغیرهای جریانی از توزیع میدان جریان می‌گرددند. هرچند که نوسان‌های میدان سرعت نقش مؤثری در تشکیل ادی ایفا می‌نمایند. یک جریان آشفته مانند جت متقارنِ محوری آشفته ممکن است در ساختار متوسط خود دو بعدی باشد اما جریان‌های آشفته همواره سه‌بعدی هستند. البته جریان‌های آشفته دو بعدی هم یافت می‌شوند که دو بعدی بودن قضیه مربوط به جریان در مقیاس بزرگ است و کوچک‌ترین مقیاس‌های موجود در جریان، دارای ساختاری کاملاً سه‌بعدی می‌باشند. البته فهم مفاهیم ارائه شده در جریان‌های آشفته دو بعدی کمک شایان توجهی به فهم آشفتگی در حالت سه‌بعدی خواهد نمود.

جریان‌های آرام تنها در مقیاس مولکولی دارای رفتار تصادفی هستند که به آن نفوذ یا اختلاط مولکولی گفته می‌شود. به عبارت بهتر، آن‌چه که باعث نفوذ، پخش و یا توزیع کمیت‌های فیزیکی نظیر حرارت یا مومنتوم در داخل جریان آرام می‌شود، خواصی مولکولی مانند هدایت حرارتی (K) و ویسکوزیته (μ) است که همگی مرتبط با حرکت ملکول‌ها در مقیاس فواصل بین مولکولی هستند. اما نوسان‌های میدان جریان آشفته به واسطه حضور ادی‌هایی در مقیاس‌های مختلف، پخش کمیت‌های

^۱ Lesieur

جريانی را در پی دارد. در واقعیت امر آشفتگی یک پدیده وابسته به زمان، سه بعدی و به شدت غیرخطی است.

پروفیل سرعت جريان‌های آشفته نسبت به جريان‌های آرام، مسطح‌تر است. از اين‌رو در جريان‌های آشفته، گراديان سرعت در نزديکی دیواره و تنش برشی ناشی از آن، بزرگ‌تر از مقادير نظير در جريان‌های آرام است. به واسطه کوپل‌بودن توزيع سرعت و دما با يك‌ديگر (به خصوص در جريان‌های تراكم‌پذير يا جريان‌های درگير با انتقال حرارت جابه‌جاي آزاد)، افزایش گراديان سرعت در نزديکی دیواره باعث افزایش انتقال حرارت و انتقال جرم از دیواره مي‌گردد.



شکل ۴-۱ پروفیل سرعت جريان‌های آشفته و آرام در لوله.

جريان‌های آشفته دارای خصوصيت منحصر به فردی هستند. هنگامی که دو جريان آشفته مشابه با شرایط مرzi و شرایط اولیه يکسان در کنار هم قرار مي‌گيرند، اختلاف اندکی در رفتار و شكل ساختارهای جريانی دارند. با گذشت زمان، اختلافات جزئی و اولیه موجود میان آن‌ها بيشتر، گسترده‌تر و عميق‌تر مي‌گردد به‌نحوی که بعد از گذشت مدت زمان طولاني، تشخيص وضعیت يکسان و مشابه آن‌ها در لحظه اول غیرممکن است.

ياfتن پاسخی برای اين سوال که آشفتگی از کجا آمده است، می‌تواند زمینه را برای فهم عميق شکل گيري ساختارهای آشفته هموار سازد. به‌کرات نشان داده شده است که آشفتگی تنها در جريان چرخشی يعني در حضور برش توسعه مي‌يابد. گراديان‌های سرعت، انرژي لازم برای تبديل اغتشاشات اولیه کوچک به مقیاس‌های بزرگ‌تر را از طریق رشد فرآیندهای ناپایدار مختلف فرآهم می‌کنند. این روند هنگامی محقق مي‌گردد که نیروهای اینرسی از اثرات لزجی فراتر رفته به‌طوری که اغتشاشات کوچک تحت لزجت ملکولی از بین نرونده (به عبارتی جريان در اعداد رینولدز بزرگ قرار گرفته باشد). سپس حرکت‌های بزرگ‌تر به مقیاس‌های کوچک‌تر شکسته می‌شوند و ساختارهای تصادفي با عنوان آشفتگی ظاهر می‌گردند. تعیین جزئيات مکانیزم‌های ناپایداری با به‌كارگيري ابزارهای عددی و تحليلى در زمرة تحقیقات مهم و در حال پیشرفت قرار مي‌گيرد. تا به امروز، بخشی از رشد اغتشاشات و نوسانات در چهارچوب نظرية پایداری خطی توضیح داده شده است. قسمت کوچکی از اين بیان در بخش بعدی با اشاره به لایه‌های مرزی پوشش داده می‌شود.

از دیگر فرآیندهای آشفتگی که همچنان در ابهام به سر می‌برد و برهان فیزیکی در وصف آن بیان نشده است، شکست ساختارهای منسجم بزرگ‌تر به گردابه‌های شلoug و درهم است. در حال حاضر این پدیده تنها با عنوان "شکست بر پایه مجموعه‌ای از بی ثباتی‌های پی‌درپی" طبقه‌بندی می‌شود [۱۴]. برخلاف گردابه‌های بسازمان و ساختاریافته مادر، که اغلب رفتاری قابل پیش‌بینی و تناوبی از خود نشان می‌دهند، گردابه‌های تجزیه‌شده، سه‌بعدی و شبه‌تصادفی هستند و تمایل دارند مستقل از فرآیند شکل‌گیری گردابه‌های اولیه گسترش یابند. در کمال تعجب، توزیع مقیاس این گردابه‌ها تطابق خوبی با پیش‌بینی‌های پدیدارشناختی کلموگروف دارد [۱۵]. نظریه کلموگروف بر این فرض بنا شده است که محتوای انرژی آشفتگی همگن تنها به نرخ اتلاف انرژی، ϵ ، وابسته است، که در آن حرکت کوچک‌ترین مقیاس‌های آشفتگی به گرما و عدد موج، K ، (این عدد با معکوس طول مقیاس گردابه متناسب است) تبدیل می‌شود. به بیان دیگر مقیاس طولی که در آن انرژی آشفتگی به سیستم تزریق می‌شود به اندازه کافی از مقیاسی که در آن اتلاف انرژی به گرما اتفاق می‌افتد، فاصله دارد که نشان می‌دهد مشخصه آشفتگی از مقیاس‌های بزرگ و لزجت ملکولی مستقل خواهد بود. بررسی‌های تجربی از درست‌بودن این تخمینِ جالب برای طیف گستردگی از جریان‌های جوی [۱۶] تا جریان‌های جت [۱۷] خبر می‌دهند. این فرضیه بر تمایل آشفتگی به جهت‌گیری رفتاری همگن و همسان‌گرد^۱ دلالت دارد، حقیقتی که عملی بودن شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ را بشارت می‌دهد.

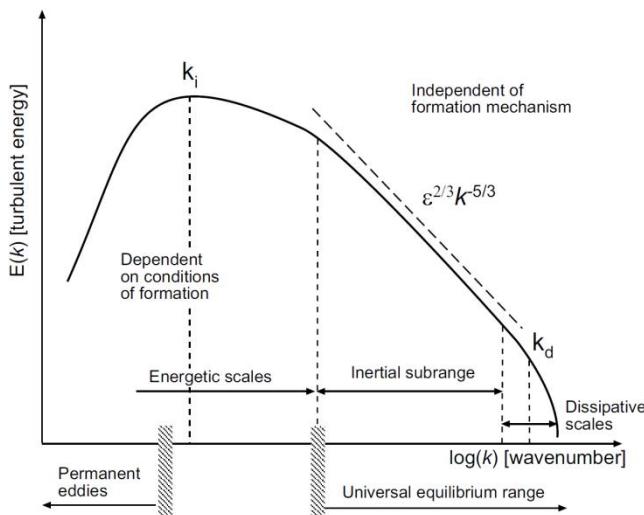
قانون کلموگروف به صورت یک خط با شیب ثابت در شکل ۱-۵ نشان داده شده است که بیان گر طیف انرژی^۲ آشفتگی می‌باشد. رابطه این قانون با استفاده از تحلیل ابعادی استخراج می‌شود:

$$E(\kappa) = C_\kappa \epsilon^{2/3} \kappa^{-5/3} \quad (6-1)$$

که در آن C_κ یک ثابت جهانی است و به صورت تجربی از مرتبه ۱,۵ محاسبه شده است. این رابطه بسیار مهم به رابطه طیفی کلموگروف [۱۵] یا قانون پنج‌سوم ($-5/3$) معروف است و بیان می‌کند طیف انرژی در اعداد رینولدز بالا در جریان کاملاً آشفته، دارای شیب کاوشی $5/3$ است. در جریان آرام به دلیل یکنواخت‌بودن اندازه گردابه‌ها پدیده آبشار انرژی مشاهده نمی‌شود.

¹ Isotropic fashion

² Energy spectrum



شکل ۱-۵ طیف انرژی آشفتگی جریان تراکم‌ناپذیر سه بعدی [۱۳].

به طور کلی طیف ایده‌آل می‌تواند به چندین بخش تقسیم گردد:

- مقیاس‌های انتگرالی یا حامل انرژی، k_i : شامل حرکت‌های ناپایدار و دائمی هستند که انرژی آشفتگی را به سیستم معرفی می‌کنند. این گردابه‌های بزرگ، بیشترین انرژی جنبشی آشفتگی را دربر می‌گیرند. بزرگ‌ترین ادبیات موجود در یک جریان آشفته، به واسطه وجود عوامل ایجاد‌کننده ناپایداری‌های هیدرودینامیکی در میدان جریان متوسط به وجود می‌آیند. دینامیک و خواص هندسی این مقیاس‌های حامل انرژی متناسب با خواص میدان جریان متوسط است.
- بخش دوم شامل مقیاس‌های انتقالی است، که به زیرمحدوده اینرسی معروف هستند. این مقیاس‌ها از قانون کلموگروف تعییت می‌کنند، یعنی مستقل از مقیاس‌هایی هستند که توسط نیروهای اینرسی بر جریان چیره شده‌اند. علاوه بر این، این مقیاس‌ها محتوی انرژی آشفتگی ناچیزی هستند و به میزان اندک آن را تلف می‌کنند. عملکرد اصلی آن‌ها انتقال انرژی از مقیاس‌های بزرگ به مقیاس‌های بسیار کوچک است.
- بخش نهایی طیف انرژی، محدوده اتلافی است. این بازه از طیف انرژی دربرگیرنده مقیاس‌های کوچک‌تر از مقیاس کلموگروف است $(\epsilon/u^3)^{1/4} \propto k_d$. به بیان دیگر طولی که با شروع اثرات لزجی همراه بوده و بهشدت حرکت‌های آشفته را دمپ می‌کند. انتهای این‌جا طیف انرژی با یک افت شدید و تقریباً نمایی^۱ در محتوای انرژی مشخص می‌شود که بخش عمده‌ای از اتلاف انرژی در آبشار آشفتگی در این ناحیه رخ می‌دهد. مقیاس‌های اتلافی همراه با

^۱ Exponential

زیرمحدوده اینرسی با عنوان محدوده تعادلی عمومی^۱ شناخته شده‌اند، زیرا آشفتگی به صورت کاملاً توسعه‌یافته و عاری از تاثیرات مخرب مرزها و دیگر نیروها در نظر گرفته می‌شود. با وجود فراگیربودن طیف ایده‌آل، این شکل از طیف انرژی آشفتگی با نمونه جامع و کلی فاصله دارد. برای مثال، چنان‌چه انرژی اضافه‌شده به سیستم نزدیک به مقیاس‌های اتلافی باشد، زیرمحدوده اینرسی توانایی رشد و توسعه را نخواهد داشت. همچنین تنابوب در مقیاس بزرگ و دیگر پدیده‌های ناپایدار می‌توانند باعث اختلال یا اصلاح توزیع محدوده اینرسی گردند [۱۸].

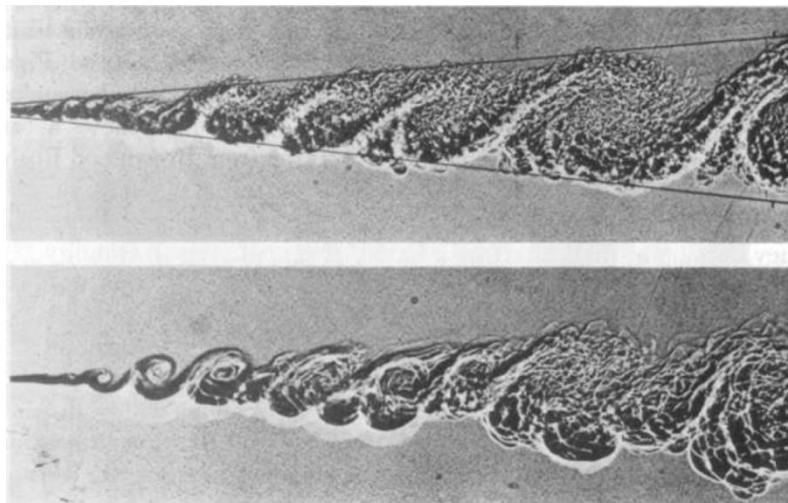
تبديل انرژی جنبشی سیال به انرژی آشفتگی می‌تواند به دو دسته کلی تقسیم شود که هر دو از وجود یک میدان برشی متوسط خبر می‌دهند. یکی جریان‌های برشی آزاد همچون لایه‌های اختلاطی، جت‌ها و جریان‌های برخاستگی و دیگری جریان‌های محدود به دیواره نظیر لایه‌های مرزی، لوله‌ها و کanal‌ها است. در جریان‌های برشی آزاد رشد ناپایداری‌ها با یک پروفیل سرعت خمیده همراه شده است و اساساً یک فرآیند غیرلزج محسوب می‌شود [۱۹]. به طور کلی این نوع از ناپایداری‌ها به صورت گردابه‌های شبه‌دوبعدی ناپایا و بزرگ از طریق فرآیندهایی مانند موج‌های کلوین-هلmholtz^۲ در لایه‌های اختلاطی (شکل ۱-۶) یا گردابه‌های کارمن^۳ در جریان‌های برخاستگی گسترش می‌یابند. گاهی اوقات حتی گردابه‌های بزرگ می‌توانند در ساختارهای بزرگ‌تر انباسته شوند که علت آن در بقای ورتیسیته^۴ و طبیعت دو بعدی آن‌ها خلاصه می‌شود. این ساختارهای حامل انرژی از طریق فرآیند آبشار انرژی که پیش از این تشریح شد، به گردابه‌های کوچک‌تر شکسته می‌شوند. توجه به این نکته که ساختارهای پرانرژی در جریان‌های برشی آزاد، مقیاس‌هایی بزرگ دارند، از اهمیت بالایی برخوردار است. زیرا در شرایط تعادلی، مقیاس‌های کوچک تمایل به پیروی از قانون کلموگروف دارند و این رفتار آن‌ها به صورت یک خصوصیت آماری شناخته شده است.

¹ Universal equilibrium range

² Kelvin-Helmholtz waves

³ Karman vortices

⁴ Vorticity



شکل ۱-۶ آشفتگی در یک لایه اختلاطی. عدد رینولدز در شکل بالا دو برابر شکل پایین است [۲۰].

از سوی دیگر، جریان‌های محدود به دیواره اجزاء رشد و گسترش ناپایداری‌های خطی را نمی‌دهند. در عوض، اثر محدود کردن مرز جامد بر روی مقیاس‌های حرکت عامل توسعه ناپایداری‌های اولیه از طریق یک فرآیند لزج می‌باشد که می‌تواند القای ناپایداری‌های ثانویه و غیرلزج را در پی داشته باشد. از طرفی حضور دیواره سبب یک محدودیت فیزیکی در رشد ناپایداری‌ها می‌گردد؛ بنابراین گردابه‌های حاصل در مقیاس‌هایی از کسری از فاصله از سطح محصور می‌شوند. نتیجه این که گردابه‌های پرانرژی نزدیک دیواره کوچک بوده و انرژی آشفتگی در اعداد موج بالا افزوده می‌شود. لذا وجود یک محدوده اینرسی کلاسیک بعید به نظر می‌رسد. علاوه بر این، نتایج آزمایشگاهی [۲۱] نشان داده‌اند که گردابه‌های پرانرژی نزدیک دیواره همانند گردابه‌های بزرگ در جریان‌های برشی آزاد، ناهمسان‌گرد و ناهمگن هستند، اگرچه شکل و رفتار دینامیکی آن‌ها به طور قابل توجهی متفاوت است. مفهوم این بیان برای اهداف شبیه‌سازی بر دو قسم است؛

- از آنجایی که انرژی آشفتگی در مقیاس‌های کوچک، نزدیک سطح جامد به سیستم معرفی می‌شود، برخی مکانیزم‌های انتقالی در جریان، شرایط انتقال آن‌ها به مقیاس‌های بزرگ‌تر دور از دیواره را فرآهم می‌کند.
- ناهمسان‌گردی مقیاس‌های کوچک، پیش‌بینی دقیق مدل‌های بر پایه فرضیات همسان‌گردی از عملکرد این مقیاس‌ها را با مشکل روبرو می‌سازد.

۱-۵ جامعیت^۱ در مقیاس‌های کوچک آشفتگی

با نگاهی دقیق‌تر به تصاویر نشان داده شده در شکل ۱-۶، به راحتی می‌توان به طبیعت اتفاقی موجود در ساختارهای مقیاس کوچک آشفتگی پی برد. همچنین یکی دیگر از ویژگی‌های بارز جریان‌های آشفته یعنی ایزوتروپ بودن ساختارهای مقیاس کوچک آشفتگی به وضوح قابل مشاهده است. ساختارهای ایزوتروپ به گونه‌ای است که هیچ جهت مشخصی برای آن‌ها نمی‌توان متصور شد. بنابراین اگر از طریق یک دریچه کوچک با ابعادی به مراتب کوچک‌تر از ابعاد ساختارهای مقیاس بزرگ جریان به جریان آشفته نظاره شود، به واسطه حرکت ساختارهای مقیاس کوچک آشفتگی در جهات مختلف، نمی‌توان در مورد جهت حرکت این ساختارها اظهار نظر قطعی ارائه نمود. این حقیقت بخشی از مهم‌ترین خصوصیات جریان‌های آشفته است و از آن تحت عنوان جامعیت یا فراگیری مقیاس‌های کوچک آشفتگی یاد می‌شود. به بیان دیگر چنان‌چه تمام جریان‌های آشفته با عدد رینولدز بالا مورد بررسی واقع شوند، مستقل از این‌که چگونه ساختاری در مقیاس بزرگ دارند و در کدام دسته از جریان‌های داخلی یا خارجی با شرایط مرزی منحصر به‌فرد خود طبقه‌بندی می‌شوند، خواص آماری مشابهی در رفتار مقیاس‌های کوچک آشفتگی همه آن‌ها مشاهده می‌گردد (منوط بر این‌که عدد رینولدز مقیاس بزرگ جریان بر واحد طول در تمام آن‌ها یکسان باشد).



شکل ۱-۷ گردابه‌های ایجادشده در پشت هواپیما.

در ادامه این فصل، فیزیک جریان در ناحیه نزدیک دیواره و ساختارهای لایه‌مرزی بررسی می‌شود. شبیه‌سازی دقیق یک جریان آشفته می‌تواند در پیش‌بینی صحیح رفتار مقیاس‌های شناور در ناحیه مجاور دیواره و لایه‌های مرزی خلاصه شود.

^۱ Universality

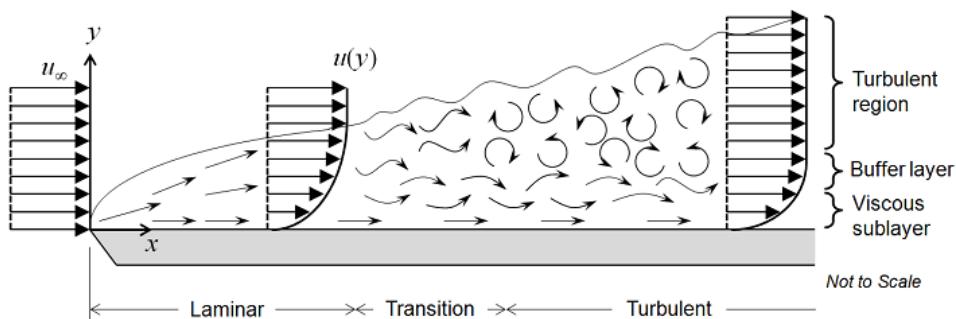
۶-۱ ساختارشناسی لایه‌های تشکیل‌دهنده یک لایه‌مرزی آشفته

اگرچه اولین مدل‌های تئوری در مورد آشفتگی جریان در فاصله دهه‌های ۱۹۲۰ تا ۱۹۳۰ و با تاکید بر روی ذات کاملاً اتفاقی و غیرسازمان یافته آشفتگی ارائه شده‌اند، تانسند^۱ و فیج^۲ در سال ۱۹۳۲ نشان دادند که یک لایه‌مرزی آشفته، بخلاف عقاید رایج، دارای ساختاری منسجم و سازمان یافته بوده و عناصر آن متمایز از یکدیگر با نظم مشخصی قابل تشخیص هستند [۲۲].

برای یک لایه‌مرزی تشکیل‌شده بر روی یک صفحه تخت دیده شد که در راستای طولی صفحه یا راستای جریانی^۳، سه ناحیه جریان با خواصی مجزا از یکدیگر توسعه می‌یابند:

- ناحیه آرام در ابتدای صفحه
- ناحیه آشفته
- ناحیه گذرا که بخش میانی این دو ناحیه را تشکیل می‌دهد.

آزمایش‌های تجربی بسیاری نشان داده‌اند که اندکی پس از آشفته شدن لایه‌مرزی، لایه‌های تشکیل‌شده بر روی دیواره در راستای عمود بر صفحه سه حوزه متفاوت را شکل می‌دهند. شکل ۱-۸ این نواحی را به خوبی ترسیم می‌کند.



شکل ۱-۸ لایه‌های مختلف تشکیل‌دهنده یک لایه‌مرزی آشفته.

۱- زیرلایه لزج^۴: رفتار جریان در نزدیکترین لایه به دیواره کاملاً شبیه به جریان آرام موجود در نواحی ابتدایی صفحه می‌باشد. در این ناحیه، لایه‌ها به دیواره جامد نزدیک هستند و تحت تاثیر اثرات لزجت سیال سرعت بسیار کمی دارند. از این‌رو دیفیوژن^۵ (پخش) ملکولی نقش غالب را در انتقال مومنتم، حرارت و سایر پدیده‌های انتقالی بر عهده دارد. اگرچه در این ناحیه ورتكس و ادی یافت نمی‌شود، اما گزارش‌های متعدد از وجود تپش‌های جریانی در این ناحیه خبر داده‌اند

¹ Townsend

² Fage

³ Streamwise

⁴ Viscous sublayer

⁵ Diffusion

که می‌تواند حضور برخی ساختارهای نامنظم و سه‌بعدی را اثبات کند. لذا فرضیه آرامبودن جریان و خطی بودن پروفیل سرعت در این ناحیه با تردیدهای جدی مواجه شده است. اگر برای راستای عمود بر جریان، عدد رینولدز دیواره ($Re_w = \rho U_\infty y / \mu$) تعریف شود، مقدار آن در ناحیه زیرلایه لزج در حدود یک به دست می‌آید.

۲- لایه آشفته^۱: در دورترین لایه از دیواره و یا لایه‌های نزدیک به لبه خارجی لایه‌مرزی، ادی‌ها یا ساختارهای چرخشی فعال در جریان‌های آشفته، نقش غالب را در انتقال مومنت و حرارت بر عهده دارند. با توجه به نوع پروفیل سرعت در این ناحیه، اصطلاح لایه لگاریتمی^۲ نیز به این لایه اطلاق می‌گردد. در این ناحیه وجود گردابه‌های عرضی^۳ و طولی (در راستای جریان) توزیع فراوانی را به خود اختصاص می‌دهند.

۳- لایه حائل^۴: بین دو لایه قبلی، ناحیه‌ای بهنام لایه گذرا یا لایه میانی وجود دارد که از آن با عنوان لایه حائل نیز یاد می‌شود. در این ناحیه، دیفیوژن مولکولی و ادی‌ها از اهمیت و نقش یکسانی برخوردار هستند و گردابه‌های طولی توزیع غالب را شامل می‌شوند.

۷-۱ مقیاس‌های آشفتگی در محدوده لایه‌مرزی آشفته

برای توصیف یک لایه‌مرزی آشفته، حداقل سه دسته مقیاس آشفتگی نیاز است. در این ناحیه معمولاً بزرگ‌ترین مقیاس‌های آشفتگی با کمک ضخامت لایه‌مرزی و سرعت جریان آزاد در خارج از لایه‌مرزی توصیف می‌شوند. مقیاس طولی، زمانی و سرعت مربوط به بزرگ‌ترین گردابه‌های یک لایه‌مرزی آشفته به ترتیب با δ , U_∞ / δ و U_∞ بیان می‌شوند. از طرفی مقیاس طولی، زمانی و سرعت برای کوچک‌ترین مقیاس‌های آشفتگی در یک لایه‌مرزی آشفته به ترتیب با u_τ / u , u_τ^2 / u و u_τ توصیف می‌شوند. متغیرهای دیواره^۵ یا متغیرهای لزج عنوان دیگری برای مقیاس‌های اخیر است و در بیشتر موارد از آن‌ها برای بی‌بعدسازی کمیت‌های فیزیکی جریان در نواحی نزدیک به دیواره استفاده می‌شود. به طور کلی هر کمیتی که در محدوده ضخامت لایه‌مرزی با به کارگیری متغیرهای دیواره (متغیرهای لزج) بی‌بعد گردد، با نماد u^+ (۰۰...) نشان داده می‌شود. از مهم‌ترین این کمیت‌ها می‌توان به کمیت‌های بدون بعد u^+ و y^+ اشاره کرد.

¹ Fully turbulent layer

² Logarithmic layer

³ Transverse vortices

⁴ Buffer layer

⁵ Wall variables

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad (7-1)$$

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (8-1)$$

این کمیت‌ها تنها در محدوده لایه‌مرزی معتبر و دارای کاربری بوده و در خارج از آن فاقد اعتبار هستند. در رابطه (8-1)، y بیان‌گر فاصله عمود بر دیواره است. کمیت‌های مقیاس طولی لزج (u/u_τ) و مقیاس سرعت لزج (u_τ) به‌واسطه وجود لزجت سینماتیکی معنی و مفهوم پیدا می‌کنند. به بیان دیگر، در ناحیه‌ای از جریان که بارزترین ویژگی آن وجود لزجت می‌باشد، استفاده از این مقیاس‌ها ارزشمند است. با نگاهی دقیق به تعریف ارائه شده از کمیت y^+ ، می‌توان به شباهت آن با تعریف عدد رینولدز پی‌برد. از این‌رو عدد بدون بعد y^+ نیز به صورت نسبت میان نیروهای اینرسی و نیروهای لزجی در جریان آشفته بیان می‌شود.

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} = \frac{\rho u_\tau^2}{\mu u_\tau} = \frac{\text{Inertial Force in Turbulent Flow}}{\text{Viscous Force in Turbulent Flow}} \quad (9-1)$$

نواحی بسیار نزدیک به دیواره با عدد y^+ کوچک، نشان‌دهنده قدرت بالای نیروهای لزجت در مقایسه با نیروهای اینرسی است که هرگونه نوسان یا اغتشاش احتمالی در این محدوده را میرا می‌سازند. با فاصله گرفتن از دیواره و افزایش عدد y^+ ، قدرت نیروهای لزجی برای میراکردن اغتشاشات احتمالی موجود در جریان تضعیف شده و برخی از نوسانات فرصت رشد در محیط مناسب خود را پیدا می‌کنند. در فواصل دورتر از دیواره حجم بیشتری از اغتشاشات رشد می‌کنند تا جایی که با مملو شدن جریان از اغتشاشات، آشفتگی باوضوح بالای نمود پیدا می‌کند.

۱-۸ مروری بر تحقیقات انجام‌گرفته در سینماتیک آشفتگی

در این بخش با توجه به اهمیت ناحیه نزدیک دیواره در سینماتیک جریان‌های آشفتگی محصور به دیواره، خلاصه‌ای از نتایج مهم‌ترین تحقیقات انجام‌شده در این زمینه گزارش می‌شود. اگرچه تحلیل‌های هر یک از محققین، بخشی از فیزیک حاکم بر جریان‌های آشفتگی محصور به دیواره را آشکار می‌سازد، اما مطالعه آن‌ها می‌تواند سینماتیک آشفتگی در این ناحیه و نحوه تعامل آن با دیگر نواحی موجود را بازگو کند.

۱- لافر^۱ در سال ۱۹۵۳ با مطالعه جریان آشفتگی مجاور دیواره یک لوله، نشان داد که بیشترین مقدار تولید و اضمحلال انرژی جنبشی آشفتگی، در مجاورت زیرلایه لزج رخ می‌دهد. به همین دلیل به ناحیه حائل، ناحیه تولید آشفتگی نیز گفته می‌شود [۲۳].

۲- کلبانوف^۱ در سال ۱۹۵۴ پس از مطالعات گسترده بر روی یک لایه‌مرزی آشفتگی، نتایج ارائه شده توسط لافر را مورد تایید قرار داد. او نشان داد بیش از یک‌سوم تولید و اضمحلال انرژی جنبشی

¹ Laufer

آشفتگی در عدد رینولدز $Re_\theta = 7500$ ، تنها در دو درصد داخلی‌ترین بخش لایه‌مرزی رخ می‌دهد. این نتیجه اهمیت بالای ناحیه بسیار نزدیک در مجاور دیواره و نقش بسیار مهم آن در حفظ و بقای آشفتگی لایه‌مرزی را نشان می‌دهد. نتایج جالب این محقق نقطه‌آغازی در بررسی و تعیین مشخصه‌های ناحیه نزدیک دیواره به شمار می‌رود [۲۴].

-۳- اگرچه بسیاری از محققین بر این باورند که جریان در زیرلایه لزج کاملاً آرام است، اما تانسند و فیچ در سال ۱۹۳۲ از وجود یک سری انحرافات مداوم رفتارهای خطی در محدوده $y^+ < 4$ خبر دادند [۲۲].

-۴- لی^۲ و اینشتین^۳ در سال ۱۹۵۸ تصاویری را منتشر کردند که در آن رنگ‌های تزریق‌شده در داخل زیرلایه لزج از طریق فرآیندهای انفجاری به درون ناحیه آشفته بیرونی پراکنده می‌شدند [۲۵]. این مشاهدات از وجود تبادل شدید میان زیرلایه لزج و ناحیه بیرونی آشفته حکایت دارد. تفسیری که گرانت^۴ از این پدیده ارائه نمود، در واقع حضور یک سری جت‌های موضعی و رو به بیرون را تایید می‌کرد که از لبه خارجی زیرلایه لزج نشات گرفته است. او این جت‌های موضعی را جنبش‌هایی تنش‌زدا در داخل ناحیه پرتنش مجاور دیواره معرفی کرد. گرانت دریافت که حرکات مجاور دیواره در راستای جریان کشیده شده‌اند اما در راستای عرضی باریک و کوتاه هستند [۲۶]. طبیعت رگه‌ای (کشیده‌شده) جریان در مجاورت دیواره تا قبل از دهه ۱۹۵۰ میلادی توجه خاصی را به خود معطوف نکرده بود. تا پیش از آن تصور بر این بود که این نوع مشاهدات به واسطه خطای موجود در تجهیزات اندازه‌گیری به دست می‌آیند و یا در صورت عدم خطأ، اهمیت و نقش چندانی در رژیم یک لایه‌مرزی آشفته نخواهد داشت. هر چه شواهد برای اثبات خصوصیات حرکات منسجم در داخل لایه‌مرزی قابل استناد باشد، ارائه مدل‌های سازگار با مشاهدات تجربی، ساده و دقیق خواهد بود.

-۵- تانسند در سال ۱۹۵۱ بیان کرد که در نواحی نزدیک دیواره، ادی‌های غالب انرژی خود را تحت تاثیر مستقیم اضمحلال لزجت سیال از دست می‌دهند و شکل متفاوت آن‌ها در این ناحیه ناشی از وجود نرخ برشی بالا است. او همچنین مشاهده کرد که فرآیند کشش ورتکس منجر به انحراف ادی‌ها در زاویه ۴۵ درجه نسبت به دیواره می‌شود [۲۷].

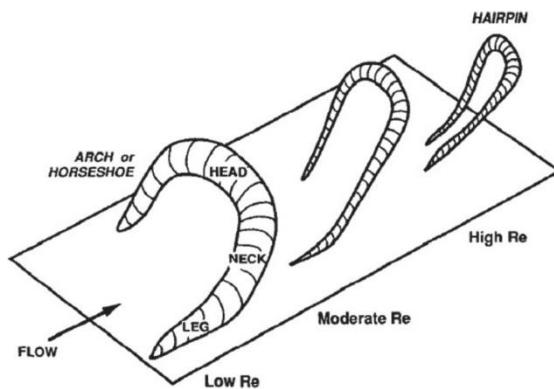
¹ Klebanoff

² Li

³ Einstein

⁴ Grant

۶- تئودورسن^۱ در سال ۱۹۵۱ اولین مدل ساختاری برای شبیه‌سازی نحوه تولید آشفتگی در مجاورت دیواره را ارائه کرد. این مدل در واقع با استفاده از معادله انتقال ورتیسیته ناویراستوکس شکل گرفت و توانست خطوط گردابه‌های جریان را که به شکل نعل اسب اینجا یافته‌اند، به خوبی مدل‌سازی کند. این مدل به عنوان شبیه‌ساز ساختار اصلی لایه‌مرزی، در هر دو بخش گذرا و توسعه‌یافته و مادر مدل‌های ساختاری آشفته شناخته می‌شود. او در سال ۱۹۵۲ نظریه خود را این‌گونه تشریح کرد که لایه‌های مرزی آشفته از گردابه‌هایی به شکل نعل اسب تشکیل شده‌اند و تحت تاثیر فرآیند کشش ورتکس با یک زاویه ۴۵ درجه به سمت نواحی بیرونی رشد می‌کنند. تئودورسن عامل اصلی تولید و اضمحلال انرژی جنبشی آشفتگی را همین گردابه‌های نعل اسبی شکل اعلام کرد [۲۸].



۹-۱ شماتیکی از وضعیت یک گردابه نعل اسبی شکل.

۷- کلین^۲ و رانستادر^۳ در سال ۱۹۵۹ نشان دادند تنها یک دلیل وجود ساختار رگه‌ای گزارش شده در نواحی مجاور دیواره را تایید می‌کند؛ زیرلایه لزج از نواحی منسجم طولی با سیال پرسرعت و کم‌سرعت پوشیده شده است که این نواحی به طور مداوم و با یک فرکانس بالا جای خود را در راستای عرضی با یک‌دیگر عوض می‌کنند [۲۹]. این حقیقت مهم در کنار شواهد قبلی مبنی بر آن‌که جریان در داخل زیرلایه لزج سه‌بعدی و وابسته به زمان است، منجر شد تا تمام دیدگاه‌های پیشین از آرامبودن جریان در داخل زیرلایه لزج متزلزل شود. از طرف دیگر فرض پروفیل خطی برای این ناحیه با سه‌بعدی بودن جریان نقض می‌شود. آن‌ها مشاهده کردند که ساختار رگه‌ای مجاور دیواره همواره در یک لایه‌مرزی آشفته ظاهر می‌گردد.

¹ Theodorsen

² Kline

³ Runstadler

-۸- پس از انتشار نتایج لی و اندیشتین در سال ۱۹۵۸ [۲۵] و نتایج گرانت [۲۶] در همین سال مبنی بر وجود انفجارات موضعی سیال در نواحی مجاور دیواره که از آن با عنوان فوران^۱ یاد شده است، محققین دانشگاه استنفورد با نتایج تحقیقات گستردگایی که به سه روش سنجشگرهای فیلم داغ، روش‌های تولید حباب هیدروژن و تزریق رنگ انجام شده‌اند، از یک سری پدیده‌های تکرارشونده متناوب در نواحی مجاور دیواره خبر دادند که عامل اصلی تولید آشفتگی در لایه‌های مرزی شکل گرفته بر روی صفحات تخت است. تفسیرهای ارائه شده و مشاهدات آن‌ها از این وقایع، مهر تاییدی بر مدل تئودورسن و نتایج اندیشتین، لی و گرانت بود. این سلسه وقایع با بلندشدن رگه‌های کم‌سرعت سیال از داخل زیرلایه لزج و نفوذ به درون ناحیه حائل آغاز می‌شوند. از این رو یک قوز موضعی در پروفیل سرعت راستای جريان ایجاد می‌شود. برخی ذرات نشان‌دار که درون رگه‌های بلندشده گیر افتاده‌اند، پس از گذشت لحظاتی به‌شکل موجی یا نوسانی با سرعتی قابل توجه به سمت بیرون پرتاب می‌شوند و در نهایت در جريانی مملو از آشفتگی‌های مقیاس کوچک پخش و پراکنده می‌شوند. سه مرحله بلندشدن از روی سطح، نوسان و پرتاب به بیرون در اصطلاح فرآیند انفجار^۲ گفته می‌شود که به ذات تناوبی جريان نیز اشاره دارد. این تحقیقات یک حقیقت بسیار مهم را در دل خود جای داده است و آن شکل‌گیری تنش‌های آشفتگی رینولز (U/U') در طی فرآیند انفجار است. نتیجه دیگری که از بطن این تحقیقات به دست آمد این بود که فاصله عرضی میان رگه‌های کم‌سرعت جريان تقریباً ۱۰۰ برابر مقیاس طولی لزج (U_{τ}/U') است.

-۹- کیم، کلاین و رینولز در سال ۱۹۷۱ اثبات کردند که تمام تولید آشفتگی در طی فرآیند انفجار رخ می‌دهد. آن‌ها بیان کردند که انتقال بخش عمده انرژی از جريان متوسط به سوی آشفتگی، نقطه شروع ریزش انرژی به سمت مقیاس‌های کوچک آشفتگی است [۳۰].

-۱۰- به موازات تحقیقات انجام‌شده در دانشگاه استنفورد به سرپرستی کلاین در سال ۱۹۶۷ [۲۹] و کیم در سال ۱۹۷۱ [۳۰] یکی دیگر از مهم‌ترین مقالات در زمینه دینامیک آشفتگی توسط کورینو^۳ و برادکی^۴ در سال ۱۹۶۹ منتشر شد [۳۱]. در این مقاله، برخی مشاهدات تجربی از وقایع مجاور دیواره به صورت زیر شرح داده شد:

¹ Eruption

² Bursting

³ Corino

⁴ Brodkey

در ناحیه زیرلایه لزج ($y^+ \leq 5$) وجود یکی سری نوسان‌های ناآرام شناسایی شد که به اغتشاشات موجود در داخل ناحیه حائل و نیز نفوذ‌های ناحیه خارجی جریان به سمت دیواره وابسته است. در ناحیه مجاور زیرلایه لزج، در محدوده $15 \leq y^+ \leq 5$ ، عناصر کوچکی از سیال کم‌سرعت به سمت بیرون پرتاپ می‌شوند که جنبش‌های موجود در لایه خارجی هیچ نقشی بر این فرآیند ندارند. سیال پرتاپ‌شده با ناحیه پرتنش موجود در بالادست فصل مشترک ناحیه پرتاپ، برهمکنش نشان می‌دهد. این برهمکنش سبب ایجاد نوسانات شدید در اندازه و راستای سرعت جریان می‌شود که می‌تواند عامل اصلی تولید آشفتگی محسوب شود.

۱۱- در سال ۱۹۷۹ بلکولدر^۱ و اکلمان^۲ توانستند با استفاده از تجزیه میدان تنش آشفتگی به چهار ربع و بررسی نتایج حاصل از اندازه‌گیری تنش برشی به کمک سنجش‌گر نصب‌شده بر روی دیواره به شواهد محکم دیگری مبنی بر حضور جفت ورتکس‌های دوران‌کننده مختلف الجهت در این ناحیه از جریان لایه‌مرزی دست یابند [۳۲].

۱۲- تحقیقات مهم دیگری که بر روی ساختار لایه‌مرزی آشفته در مجاورت دیواره انجام شده‌اند، طبیعت نوسانی اندازه فشار وارد بر دیواره و تنش برشی دیواره را نشان می‌دهند. تحقیقات ویلمارث^۳ و ولریچ^۴ در سال ۱۹۶۲ از حقیقت مبهم دیگری پرده برداشت. آن‌ها دامنه نوسانات فشار در داخل یک لایه‌مرزی آشفته را از مرتبه ضخامت جابه‌جایی اندازه‌گیری کردند و ردپای نوسانات فشاری را به حالت گرد گزارش کردند [۳۳].

۱۳- رایس^۵ و هانراتی^۶ در سال ۱۹۶۳ با استفاده از سنجش‌گرهای انتقال جرم تلاش تازه‌ای را شروع کردند تا تنش برشی نوسانی وارد بر دیواره را اندازه‌گیری کنند. آن‌ها در طی تحقیقات خود دریافتند که مقیاس طولی این نوسانات در راستای جریان از مقیاس طولی آن‌ها در راستای عرضی چندین مرتبه بزرگ‌تر است و همین بیان دلیل محکمی بر ساختار رگه‌ای جریان در داخل زیرلایه لزج می‌باشد [۳۴].

¹ Blackwelder

² Eckelmann

³ Willmarth

⁴ Wooldridge

⁵ Reiss

⁶ Hanratty

۲ اصول شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ و مدل سازی آن

پس از بررسی ابعاد مختلف آشفتگی در سیالات، تمرکز اصلی بر مسئله مدل‌سازی معطوف می‌شود. طبیعت مدل‌سازی در مفهوم شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با تاکید بر تکنیک‌های ضروری در تسخیر و اجرای محاسبات پیچیده ظهرور می‌کند. این فصل با خلاصه‌ای از ویژگی‌ها و وضعیت فعلی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ آغاز می‌شود. بخش عمده‌ای از این فصل به مدل‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای موجود، معرفی مدل‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای گرادیانی و بهبودهای صورت گرفته بر روی عملکرد آن‌ها در تخمین دقیق لایه‌مرزی آشفته می‌پردازد.

۱-۲ معادلات حاکم

اولین بار معادلات پایه برای شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ توسط اسماگورینسکی [۹] در اوایل سال ۱۹۶۰ تدوین شد. ضرورت یافتن راه حلی در تحلیل تمام مقیاس‌های حرکت در کنار محدودیت شدید منابع محاسباتی احساس می‌شد. بر اساس نظریه کلموگروف [۱۵]، کوچک‌ترین مقیاس‌های حرکت، یکنواخت هستند و به طور عمدۀ در تخلیۀ انرژی مقیاس‌های بزرگ‌تر از طریق فرآیند آبشار انرژی به کار گرفته می‌شوند. بنابراین به نظر می‌رسد این مقیاس‌ها می‌توانند با موفقیت تخمین زده شوند. مقیاس‌های بزرگ حرکتی، که حامل بیش‌ترین سهم انرژی هستند، بخش وسیعی از انتقالات را بر عهده دارند و بهشت تحت تاثیر شرایط مرزی رفتار می‌کنند. از این‌رو می‌بایست به طور مستقیم محاسبه شوند در حالی که

مقیاس‌های کوچک با یک مدل ارائه می‌شوند. این بیان اساس شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ را شکل می‌دهد. شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ تنها با محاسبه مستقیم گردابه‌هایی با مقیاس طولی بزرگ‌تر از یک مقیاس طولی مشخص (Δ) سعی در کاهش حجم شبکه‌بندی محاسباتی و افزایش گام زمانی دارد. برای جدایکدن مقیاس‌های بزرگ حرکتی از مقیاس‌های کوچک از نوعی متوسط‌گیری استفاده می‌شود. این عملگر متوسط‌گیری در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ همانند متوسط‌گیری مجموعه‌ای در شبیه‌سازی معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز کاربرد ندارد اما متوسط وزنی خصوصیات جریان را بر روی یک حجم سیال به صورت موضعی استخراج می‌کند. یکی از کمیت‌های مهم در فرآیند فیلترکردن، عرض فیلتر (Δ) است که مشخصه مقیاس طولی محسوب می‌شود. مقیاس‌های بزرگ‌تر از Δ (مقیاس‌های حل شده) در میدانِ جریان فیلترشده باقی می‌مانند در حالی که توزیع مقیاس‌های کوچک‌تر از Δ (مقیاس‌های زیرشبکه‌ای) مدل‌سازی می‌شوند. مقیاس‌های طولی در ارتباط با بخش حل نشده، مقیاس‌های زیرشبکه‌ای نامیده می‌شوند. به عبارت دیگر، در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ هر متغیر جریان، f ، از یک مقیاس بزرگ و توزیع مقیاس‌های کوچک تشکیل شده است:

$$\bar{f}(x, t) = f(x, t) - f'(x, t) \quad (1-2)$$

نماد پرایم^۱ مقیاس‌های کوچک و خط تیره کوتاه، مقیاس‌های بزرگ‌تر (مقیاس‌های شبکه یا حل شده) را نشان می‌دهد. عملیات فیلترکردن برای استخراج مولفه‌های مقیاس بزرگ با معادله (۲-۲) انجام می‌شود. در بیان ریاضی، میدان جریان مرتبط به همراه هسته فیلتر منتخب انتگرال‌گیری می‌شود.

$$\bar{f}(x, t) = \oint G(x, x'; \Delta) f(x', t) dx' \quad (2-2)$$

Δ علاوه بر این که عرض فیلتر می‌باشد با طول موج کوچک‌ترین مقیاس باقی‌مانده از عملیات فیلترکردن متناسب است و پارامتر تعیین‌کننده اندازه مقیاس‌های عبوری از فیلتر است. هسته فیلتر ($G(x, x'; \Delta)$) یک تابع موضعی است که شرط زیر را ارضا می‌کند.

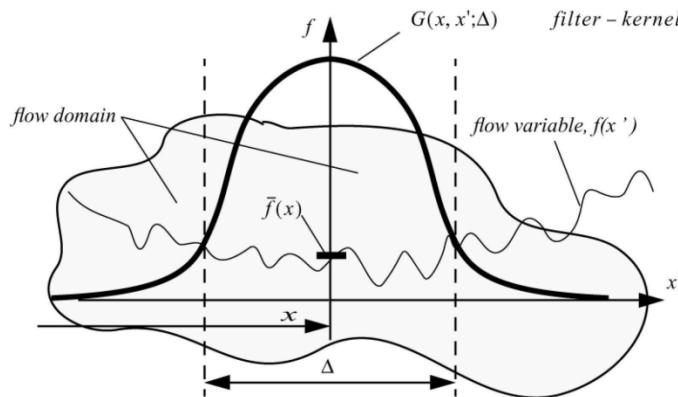
$$\oint G(x, x'; \Delta) dx' = 1 \quad (3-2)$$

بیان گرافیکی از فرآیند فیلتر با هسته فیلتر دلخواه و یک متغیر تصادفی یک‌بعدی و نوسانی، f ، در شکل ۱-۲ ترسیم شده است. تعداد زیادی از فیلترها با ویژگی‌های منحصر به فرد در مقالات اخیر معرفی شده‌اند [۳۵، ۱۱]. با این وجود، اعمال و اجرای برخی از آن‌ها در کدهای دینامیک سیالات محاسباتی دشوار و پیچیده است. فیلترهای گوسی^۲، تاپ هت^۳ (جعبه) و برش فوریه تیز^۱ رایج‌ترین هسته‌های فیلتر در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به شمار می‌روند.

¹ Prime

² Gaussian

³ Top-hat



شکل ۱-۲ نمایش یکبعدی از یک تابع فیلتر دلخواه.

- فیلتر گوسی: این فیلتر با رابطه (۴-۲) ارائه می‌شود. مشتق‌پذیری و همواربودن از مزیت‌های فیلتر گوسی می‌باشد.

$$G(x, \Delta) = \sqrt{\frac{6}{\pi \Delta^2}} \exp\left(-\frac{6x^2}{\Delta^2}\right) \quad (4-2)$$

- فیلتر تاپ هت (جعبه): متوسط‌گیری بر روی یک حوزه مستطیلی، عملکرد فیلتر تاپ هت را به طور خلاصه تعریف می‌کند. استفاده از این فیلتر در روش حجم محدود متداول است زیرا میانگین‌گیری بر روی یک حجم کنترل از شبکه‌بندی حجم محدود اتفاق می‌افتد؛ جایی که متغیرهای جریان تابع خطی از کمیت x هستند. چنان‌چه عرض فیلتر (Δ) با فواصل شبکه‌بندی برابر باشد، مقدار متوسط و محلی متغیر تصادفی \bar{f} یکسان خواهد بود.

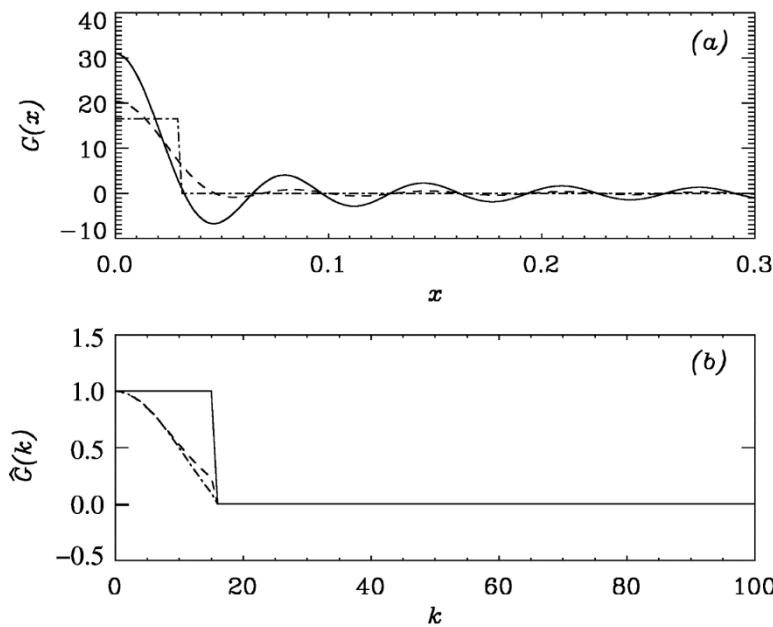
$$G(x, \Delta) = \begin{cases} 1/\Delta & \text{if } |x'| \leq \Delta/2 \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (5-2)$$

- فیلتر برش فوریه تیز: این فیلتر بهترین عملکرد را در فضای فوریه نشان می‌دهد و همه اعداد موج بالاتر از فرکانس انتخابی را حذف می‌کند. فیلتر برش به طور معمول در ارتباط با روش‌های طیفی استفاده می‌شود زیرا به کارگیری آن در جریان‌های ناهمگن، پیچیده و دشوار است و میدان مقیاس‌های حل شده را همانند فیلترهای اشاره شده قبلی هموار نمی‌کند.

$$\hat{G}(\kappa, \Delta) = \begin{cases} 1 & \text{if } \kappa \leq \pi/\Delta \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (6-2)$$

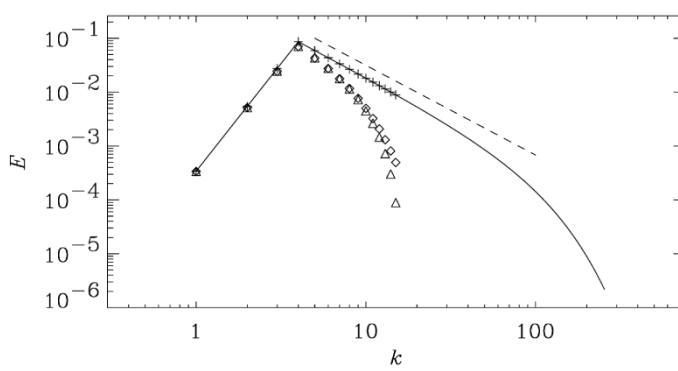
در این رابطه، \hat{G} ، ضریب فوریه از تابع فیلتر و κ عدد موج هستند. این سه فیلتر و تبدیل فوریه آن‌ها در شکل ۲-۲ به تصویر کشیده شده است.

¹ Sharp Fourier cutoff filter



شکل ۲-۲ توابع فیلتر. فیلتر برش فوریه تیز با خط مستد مشکی، فیلتر گوسی با خط‌چین و فیلتر تاپ هست با نقطه خط مشخص شده‌اند. شکل (a) فضای واقعی و شکل (b) فضای فوریه را نشان می‌دهند [۳۶].

برای نشان‌دادن تفاوت میان فیلترهای مختلف، همه آن‌ها به یک تابع آزمون اعمال شده‌اند. طیف متغیرهای فیلترشده در شکل ۳-۲ ترسیم شده است. فیلترهای تاپ هست و گوسی نتایج مشابهی را ارائه می‌دهند به‌طوری که نوسانات مقیاس‌های کوچک و بزرگ را هموار می‌سازند. این در حالی است که فیلتر برش فوریه، تنها مقیاس‌های پایین‌تر از عدد موج برش را تحت تاثیر قرار می‌دهد. اگر از فیلترهای مذکور مانند روش‌های طیفی برای تسخیر ادی‌های فرکانس بالا استفاده شود، این رفتار هموارسازی سبب افزایش نسبی دقت مورد نیاز برای آن‌ها می‌گردد.



شکل ۳-۲ فیلتر کردن یک تابع آزمون در فضای فوریه. فیلتر برش فوریه تیز با \diamond ، فیلتر گوسی با \triangle ، فیلتر تاپ هست با Δ و خط $K^{-5/3}$ با خط‌چین مشخص شده‌اند [۳۶].

معادله مومنتوم برای سیال لزج تراکم‌ناپذیر با عنوان معادله ناویراستوکس تراکم‌ناپذیر شناخته می‌شود. این معادله را می‌توان با ساده‌سازی از معادله مومنتوم کوشی به دست آورد.

$$\frac{D\rho\mathbf{V}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + S_f \quad (7-2)$$

این معادله نیروهای حجمی خالص و نیروهای سطحی را منشأ شتاب ذرات سیال می‌داند. کمیت ρ بیان گر چگالی سیال در نقطه مورد نظر از محیط پیوسته، σ تانسور تنش، S_f نیروهای حجمی و \mathbf{V} میدان بردار سرعت جریان است. تانسور تنش کوشی به دو تانسور تنش‌های عمودی استاتیک ($p\mathbf{I}$) و تنش‌های برشی لزجی (τ') قابل تجزیه است. تانسور تنش‌های برشی لزجی با معادله (۸-۲) معرفی می‌شود که در آن $\bar{\mathbf{S}}$ تانسور نرخ کرنش مقیاس‌بزرگ می‌باشد.

$$\tau' = [2\mu\bar{\mathbf{S}} + [(\lambda + \xi)\nabla \cdot \mathbf{V}] \mathbf{I}] \quad (8-2)$$

$$\bar{\mathbf{S}} = \frac{1}{2}(\nabla \cdot \mathbf{V} + (\nabla \cdot \mathbf{V})^T) \quad (9-2)$$

آن لزجت بالک نام دارد که مقدار آن برای گازهای ایده‌آل، صفر و برای گازهای متراکم و مایعات قابل چشم‌پوشی است. پارامتر λ لزجت ثانویه بوده و برای سیالات نیوتونی با $\mu(2/3) - \mu$ برابر است. مقدار این پارامتر در سیالات تراکمناپذیر که انبساط و انقباض در آن‌ها رخ نمی‌دهد، صفر است. با جایگذاری تانسور تنش‌های عمودی استاتیک و تنش‌های برشی لزجی در معادله (۷-۲)، شکل کامل معادله ناویراستوکس تولید می‌شود.

$$\frac{D\rho\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu(\nabla \cdot \mathbf{V} + (\nabla \cdot \mathbf{V})^T) + \left[\left(\xi - \frac{2}{3}\mu \right) \nabla \cdot \mathbf{V} \right] \mathbf{I}] + S_f \quad (10-2)$$

با صرف نظر از نیروهای حجمی و با فرض تراکمناپذیری سیال، معادله ناویراستوکس تراکمناپذیر حاصل می‌شود.

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu(\nabla \cdot \mathbf{V} + (\nabla \cdot \mathbf{V})^T)] \quad (11-2)$$

معادله ناویراستوکس در کنار معادله پیوستگی ($\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$ ، معادلات حاکم برای توصیف کامل جریان را شکل می‌دهند).

با اعمال عملگر فیلتر به معادلات پیوستگی و ناویراستوکس، معادلات فیلترشده حرکت به دست می‌آید و امکان استخراج قوانین بقا برای متغیرهای فیلترشده جریان فرآهم می‌گردد. با توجه به خطی‌بودن معادله پیوستگی، شکل آن پس از اعمال فیلتر بدون تغییر باقی می‌ماند.

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} = 0 \quad (12-2)$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{V}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{V}}\bar{\mathbf{V}}) = -\frac{1}{\rho}\nabla \bar{p} + \nabla \cdot [v(\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} + (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})^T)] \quad (13-2)$$

در نگاه اول معادلات بالا بسیار شبیه به معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری‌شده رینولدز به نظر می‌رسند. اگرچه تعریف سرعت در این معادلات با تعریف آن در معادله ناویراستوکس متوسط‌گیری‌شده رینولدز تفاوت دارد، اما از نظر مفهومی مسئله تشکیل یک سیستم معادلات بسته در هر دو روش بسیار مشابه است. در معادله (۱۳-۲) ترم جابه‌جایی تابعی از جمله $\bar{\mathbf{V}}$ نیست و حل معادله را با مشکل روبه‌رو

می‌سازد ($\bar{VV} \neq \bar{V}\bar{V}$). برای رفع این مشکل، یک تقریب مدل‌سازی در برقراری رابطه‌ای میان دو طرف نامساوی معرفی می‌شود.

$$\tau = \bar{VV} - \bar{V}\bar{V} \quad (14-2)$$

در شبیه‌سازی گردا بههای بزرگ تansور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای با ترم τ شناخته می‌شود. با کوچکشدن عرض فیلتر ($0 \rightarrow \Delta$) مقدار تansور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای به سمت صفر می‌رود به گونه‌ای که در فواصل بسیار کوچک از شبکه‌بندی، نتایج داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم به دست می‌آید. این تansور عملکردی شبیه به تansور تنش رینولدز در مدل‌سازی معادله ناویراستوکس متوسط گیری شده رینولدز دارد، اما پیش‌بینی فیزیک مسئله آشفتگی در شبیه‌سازی گردا بههای بزرگ تا حدودی متفاوت است. تنش‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای نشان‌دهنده بخش بسیار کوچکی از طیف انرژی آشفتگی نسبت به انرژی آشفتگی ناویراستوکس متوسط گیری شده رینولدز هستند. از این‌رو، دقیت مدل‌سازی تansور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای کمتر از محاسبات معادله ناویراستوکس متوسط گیری شده رینولدز، خطیر و بحرانی است. با این وجود، چنان‌چه اتلاف آشفتگی در مقیاس‌های کوچک با مدل مقیاس زیرشبکه‌ای به درستی محاسبه نشود، می‌تواند به تجمع انرژی در مقیاس‌های حل شده منجر گردد و ناپایداری محاسباتی را درپی داشته باشد.

با تجزیه میدان سرعت به مولفه‌های نوسانی و متوسط، $V = \bar{V} + V'$ ، تansور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای به سه مولفه مجزا قابل تقسیم است.

$$\tau = \overline{(\bar{V} + V')(\bar{V} + V')} - \bar{VV} = (\bar{VV} - \bar{V}\bar{V}) + (\bar{VV}' + \bar{V}'\bar{V}) + \bar{V}'\bar{V}' \quad (15-2)$$

هر یک از مولفه‌های تansور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای، مفهوم فیزیکی مشخصی را دربر دارد.

- اولین جمله تعامل گردا بههای حل شده برای تولید آشفتگی زیرشبکه‌ای را نشان می‌دهد که می‌تواند از میدان سرعت حل شده محاسبه شود. به طور کلی از آن با عنوان تنش‌های لئونارد¹ یاد می‌شود.
- جمله دوم از تansور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای، مربوط به انتقال انرژی میان مقیاس‌های حل شده و حل نشده است. انرژی می‌تواند در هر دو جهت منتقل شود اما معمولاً از گردا بههای بزرگ‌تر به کوچک‌تر جریان می‌یابد. این جمله از نظر مفهومی تعامل میان گردا بههای حل شده و حل نشده را بیان می‌کند و با عنوان جمله متقاطع² شناخته می‌شود.

- آخرین جمله از تansور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای با عنوان تنش رینولدز مقیاس‌های زیرشبکه‌ای، اثر برخورد گردا بههای کوچک را نشان می‌دهد.

¹ Leonard term

² Cross term

تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای مستقل از سیستم مختصات لخت^۱، یک ثابت (نامتغیر) گالیله^۲ است در حالی که تنش‌های لئونارد و متقطع این‌طور نیستند. همچنین، روابطی که برای مدل‌کردن این تنش‌ها به کار گرفته شده است، خطاهای بسیاری را در درون تقریب‌های خود جای می‌دهند که هر تلاشی را در دست‌یابی به دقتهای بالا شکست می‌دهد. این دلایل کافی است تا تجزیه تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای به مولفه‌های سازنده آن برای مدل‌سازی اثرات مقیاس‌های زیرشبکه‌ای بی‌نتیجه باشد و این تانسور به‌نهایی در مدل‌سازی شرکت کند.

۲-۲ مدل‌سازی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای

در این بخش مدل‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای معرفی می‌شوند که تشابه بسیاری با همتایان خود در معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز دارند. مدل‌سازی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای به فرآیندهای فیزیکی در مقیاس‌هایی اشاره می‌کند که ابعاد طولی آن‌ها کوچک‌تر از ابعاد شبکه‌بندی محاسباتی است. باید توجه داشت که تنها بخش بسیار کوچکی از طیف آشفتگی مدل‌سازی می‌شود. توزیع اندکی از مقیاس‌های مدل‌شده، پتانسیل بروز خطاهای کوچک و نهفته را دارند. از این‌رو حتی مدل‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای نسبتاً ساده، نتایج رضایت‌بخشی ارائه می‌کنند. از آنجایی که تمام مطالعات، به محاسبات حجم محدود منتهی می‌شود، تنها مدل‌هایی که در این چهارچوب گنجانده شده‌اند به راحتی می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند. برای مثال روش‌های طیفی و سایر شیوه‌هایی که عمدها در فضای موج کاربرد دارند، مشمول محاسبات حجم محدود نمی‌باشند چراکه در حوزه‌های پیچیده انعطاف‌کم‌تری از خود نشان می‌دهند.

۱-۲ مدل‌های جبری

در شبیه‌سازی گردا بههای بزرگ مقیاس‌های اتلافی حل نمی‌شوند و مدل‌سازی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای برای نشان‌دادن اثرات حرکت مقیاس‌های کوچک در معادلات حاکم به کار گرفته می‌شود. اثرات حرکت مقیاس‌های زیرشبکه‌ای بر مقیاس‌های حل شده همانند درجه آزادی ملکول‌ها در نظریه جنبشی گازها مدل می‌شود که در آن شار مومنتم به صورت خطی با نرخ کرنش مقیاس‌های حل شده مرتبط است [۱۱]. نقش اصلی مدل مقیاس زیرشبکه‌ای استخراج انرژی از مقیاس‌های حل شده، بازسازی و تقلید از فرآیند تخیله انرژی در ارتباط با آبشار انرژی است. این اهداف می‌تواند با یک مدل لزجت گردابه (مشابه روش معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز) محقق گردد. این مدل بر اساس فرضیه پخش

¹ Inertial frame

² Galilean invariant

گرادیانی بنا شده است که مولفه غیریکنواخت تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای را به صورت موضعی با بخش غیریکنواخت تانسور نرخ کرنش حل شده مرتبط می‌سازد. تنش‌های نرمال واقع بر قطر اصلی تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای ایزوتrop پ بوده و با دو برابر انرژی جنبشی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای برابر هستند.

$$\boldsymbol{\tau} - \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\tau}) \mathbf{I} = \boldsymbol{\tau} - \frac{2}{3} k \mathbf{I} = -v_{SGS} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} + (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})^T) = -2v_{SGS} \bar{\mathbf{S}} \quad (16-2)$$

($\boldsymbol{\tau}$) اثر تانسور^۱ است. قسمت ایزوتrop تانسور تنش، ($\frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\tau})$ ، نیز مدل‌سازی می‌شود و یا در قالب فشار فیلترشده بیان می‌گردد.

اولین رابطه پیشنهادشده با عنوان مدل اسماگورینسکی از فرضیه ساده‌ای برای تعیین لزجت گردابه مقیاس‌های زیرشبکه‌ای استفاده می‌کند [۹]. این فرضیه تشریح می‌کند که مقیاس‌های کوچک در تعادل قرار دارند و به طور کامل تلف می‌شوند، بلافاصله پس از آن انرژی اتلاف شده از مقیاس‌های حل شده جایگزین می‌گردد. روش‌های مشابه دیگری برای به دست آوردن لزجت گردابه تعریف شده‌اند [۳۷، ۳۸] که استدلال‌های فیزیکی و شهودی بسیاری در پشت آن‌ها قرار دارد. مدل جبری اسماگورینسکی از روابط زیر تبعیت می‌کند.

$$v_{SGS} = (C_S \Delta)^2 |\bar{\mathbf{S}}| \quad (17-2)$$

$$k = (C_I \Delta)^2 |\bar{\mathbf{S}}|^2 \quad (18-2)$$

$$|\bar{\mathbf{S}}| = (\bar{\mathbf{S}} : \bar{\mathbf{S}})^{1/2} \quad (19-2)$$

پارامتر C_S ثابت اسماگورینسکی است و مقدار آن از اضمحلال آشفتگی همسان‌گرد (ایزوتrop) در محدوده بین ۰,۱۸ و ۰,۲۳ مشخص شده است. در مدل اسماگورینسکی اتلاف بیش از اندازه در نواحی آرام یا شدید برشی (ناشی از بالابودن مقدار تانسور نرخ کرنش) یک ایراد بزرگ محسوب می‌شود؛ از این رو پارامتر C_I باید در این نواحی کاهش یابد. این تصحیح برای جریان‌های نزدیک دیواره با استفاده ازتابع میرای ون‌درایست^۲ با موفقیت انجام شده است که لزجت گردابه زیرشبکه‌ای را به صورت تابعی از فاصله عمود بر دیواره کاهش می‌دهد.

لیلی^۳ [۳۹] برای اغتشاش همگن و همسان‌گرد مقدار C_I را با فیلتر برش در زیرمحدوده اینرسی و Δ برابر با اندازه شبکه، در حدود ۰,۲۳ محاسبه کرد. اگرچه او این مقدار را از شبیه‌سازی جریان آشفته کanal با فرض برش متوسط به علت کاهش بیش از حد اغتشاشات مقیاس‌بزرگ به دست آورد، دییردورف

¹ Matrix trace

² Van Driest damping function

³ Lilly

[۱۰] از $C_S = 0.1$ استفاده کرد. آزمایش‌هایی که توسط مک میلان^۱ و همکاران [۴۰] بر روی آشفتگی همگن انجام شد، ثابت کرد که مقدار C_S با افزایش نرخ کرنش کاوش می‌یابد. میسون و کلن^۲ [۴۱] مقدار C_S را برابر با $0,2$ به دست آورده‌اند که چنان‌چه شبکه‌بندی به اندازه کافی ریز باشد، نتایج خوبی را ارائه می‌دهد. آن‌ها همچنین دریافتند که اگر دقت عددی کافی نباشد، مقداری کمتر از $0,2$ برای این ضریب به دست می‌آید. نتایج آن‌ها توسط پیوملی^۳ و همکاران [۴۲] که مقدار بهینه C_S را در حدود $0,1$ به دست آورده‌اند، تایید نشد. این درحالی بود که شبکه‌بندی آن‌ها بسیار ریزتر از شبکه‌بندی میسون و کلن [۴۱] بود. لازم به ذکر است که میسون و کلن لایه‌مرزی دیواره را نادیده گرفتند. مقدار ثابت اسماگورینسکی در نرم‌افزار اپن‌فوم از رابطه $C_e = C_k \sqrt{C_k/C_e} = 0.094$ با ضرایب $C_k = 1.048$ معادل با $1677,0$ تعیین شده است.

تغییرات و اصلاحات اضافی در مدل اسماگورینسکی [۹] با هدف حذف تنش‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای در ناحیه نزدیک دیواره از کanal‌های مسطح ایجاد شد. برای مثال موین و کیم^۴ [۲۱] از توابع میرایی به منظور محاسبه اثرات نزدیک دیواره استفاده کردند. پیوملی [۴۳] و همکاران یک تابع میرا را برای اطمینان از رفتار مجانبی مناسب تنش‌های برشی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای نزدیک دیواره به کار بردن، اما با اندکی تفاوت با نتایج به دست آمده از تابع میرایی و ندرایست مواجه شدند که توسط موین و کیم [۴۴، ۲۱] استفاده شده بود. رابطه این تابع میرا به صورت زیر است:

$$D(y_w) = \left[1 - \exp \left(-\frac{y^+}{A^+} \right)^n \right]^m \quad (۲۰-۲)$$

که A^+ یک ثابت قابل تنظیم است و به طور معمول در محدوده $15-30$ قرار دارد. پارامترهای m و n در ترکیب‌های $n = 1, m = 2$ و $n = 3-4, m = 1$ استفاده می‌شوند.

یاخوت^۵ و همکاران [۴۵] از یک مدل مقیاس زیرشبکه‌ای بر پایه نظریه یاخوت و اورسزاك^۶ [۴۶] در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ جریان داخل کanal استفاده کردند. هرچند تنش‌های پیش‌بینی شده توسط این مدل در قالب رابطه اصلی خود، بدون نیاز به هیچ‌گونه تابع میرایی به سمت صفر می‌روند، یک فاکتور موقت نیز به منظور محاسبه ناهمسان‌گردی مقیاس‌های کوچک در ناحیه نزدیک دیواره در نظر

¹ MacMillan

² Mason and Callen

³ Piomelli

⁴ Moin and Kim

⁵ Yakhut

⁶ Orszag

گرفته شد. رفتار مجانبی تنش‌های پیش‌بینی شده توسط این مدل به توزیع شبکه در جهت عمود بر دیواره بستگی دارد.

شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با عبور از رژیم گذرا به آشفته در لایه مرزی [۴۳] و جریان داخل کanal [۴۶] مسطح نشان می‌دهد که مدل اسماگورینسکی [۹] در طی مراحل اولیه رژیم گذرا، کاهش شدیدی از ساختارهای حل شده (مقیاس‌های بزرگ) را در نظر می‌گیرد که منجر به رشد نادرست نرخ آشفتگی‌های اولیه می‌گردد. برای فائق‌آمدن بر این مشکل یک فرضیه تجربی دیگر در فرم تابع متنابع معرفی شد که ثابت اسماگورینسکی را به طور موثر در طی مراحل خطی و مراحل غیرخطی اولیه رژیم گذرا صفر قرار می‌دهد.

این بررسی کوتاه نشان می‌دهد اگرچه اصلاحات و تغییرات مدل اسماگورینسکی با موفقیت در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ از جریان‌های گذرا و آشفته اعمال شده است، این امکان وجود ندارد تا با تنها یک ثابت جامع و کلی انواع پدیده‌های موجود در جریان‌های مورد بررسی، مدل شوند [۴۶]. از طرفی مدل مقیاس زیرشبکه‌ای باید تنها به خصوصیات جریان محلی وابسته باشد و استفاده از روش مرسوم که در آن لزجت گردابه مقیاس‌های زیرشبکه‌ای با نتایج تجربی نزدیک دیواره برون‌یابی می‌شود، چندان مطلوب نیست. علاوه بر این مدل اسماگورینسکی نمی‌تواند جریان انرژی از مقیاس‌های کوچک به مقیاس‌های بزرگ را محاسبه کند^۱ [۴۷]. همچنین، ارتباط میان مدل اسماگورینسکی و رفتار تنش آشفتگی واقعی بسیار اندک است، زیرا فرض هم‌تراز قراردادن تنش‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای انحرافی^۲ و نرخ‌های کرنش حل شده صادق و قابل استناد نیست [۳۶]. با وجود این و دیگر اشکالات، مدل اسماگورینسکی نسبتاً موفق بوده که علت آن را می‌توان در اتلاف انرژی با نرخ کلی تقریباً درست جستجو کرد. معرفی مدل‌های بهینه، تا حدودی کاستی‌های مدل‌های پیشین را جبران کرده و تصویر واقعی‌تری از جریان‌های آشفته ترسیم می‌کند.

۲-۲ مدل‌های زیرشبکه‌ای دیفرانسیلی

فرضیه تعادل در مدل اسماگورینسکی دقت مدل‌سازی را در شرایطی که جریان از وضعیت تعادلی فاصله گیرد، کاهش می‌دهد. متاسفانه، شرایط غیرتعادلی معمولاً در لایه‌های برشی آزاد، جریان‌های همراه با جدایش و بازگشت^۳، لایه‌های مرزی و حوزه‌های در تصرف دیواره مانند لوله‌ها و کanal‌ها رخ می‌دهد. بنابراین تسلط کامل بر آن‌ها امکان‌پذیر نیست. این مشکل می‌تواند با افروden معادلات انتقال برای یک یا

¹ Backscatter

² Deviatoric

³ Reattaching flow

چند مشخصه آشفتگی زیرشبکه‌ای به مدل اولیه، مرتفع گردد. ساده‌ترین این روش، مدل تک‌معادله‌ای^۱ است.

بسیاری از مدل‌های تک‌معادله‌ای نیز بر پایه مفهوم لزجت گردابه شکل گرفته‌اند، اما علاوه بر آن یک معادله انتقال را برای یک کمیت مقیاس زیرشبکه‌ای وابسته به لزجت گردابه حل می‌کنند. یک چنین کمیتی می‌تواند انرژی جنبشی مقیاس زیرشبکه‌ای باشد.

$$k = \frac{1}{2} \sum_i (\tau_{ii}) \quad (21-2)$$

این انرژی جنبشی یک مقیاس سرعت برای مقیاس‌های زیرشبکه‌ای فرآهم می‌کند. در حالت‌های دیگر مانند مدل اسپالارت آلماراس^۲، لزجت مقیاس زیرشبکه‌ای یا ورتیسیتۀ انتقال یافته حضور دارند.

معادله انتقال برای انرژی آشفتگی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای می‌تواند با کاستن معادلات فیلترشده حرکت از کمیت‌های فیلترشده معادل آن‌ها برای دست‌یابی به رابطه مولفه‌های اغتشاشی سرعت (V') استخراج شود. چنان‌چه نتیجه حاصل در بردار سرعت مقیاس زیرشبکه‌ای ضرب و بر مبنای فرضیه همسان‌گردی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای ساده شود، مدل انرژی آشفتگی تک‌معادله‌ای ایجاد می‌شود. یوشیزاوا^۳ یک تقریب از این مدل‌ها را ارائه داده است [۴۸].

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot (k \bar{V}) = \nabla \cdot [(v + v_{SGS}) \nabla k] - \epsilon - \boldsymbol{\tau} : \bar{\mathbf{S}} \quad (22-2)$$

لزجت گردابه مقیاس‌های زیرشبکه‌ای، v_{SGS} ، و اتلاف انرژی، ϵ ، از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$v_{SGS} = C_k k^{1/2} \Delta \quad (23-2)$$

$$\epsilon = C_\epsilon k^{3/2} / \Delta \quad (24-2)$$

مشکل اصلی مدل‌های تک‌معادله‌ای عدم توانایی آن‌ها در حل و فصل اختلاف میان محورهای اصلی تنش‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای و نرخ تانسور کرنش است [۴۹]. این نقص در بیش‌تر روش‌های لزجت گردابه به چشم می‌خورد و شامل مدل اسماگورینسکی نیز می‌گردد. در واقع، مدل‌های تک‌معادله‌ای تحت شرایط تعادل ایده‌آل نباید بهتر از مدل اسماگورینسکی عمل کنند. اگرچه برتری این مدل‌ها هنگامی که در مدل‌سازی جریان‌های انتقالی و گذرا یا جریان‌های همراه با ناپایداری‌های مقیاس بزرگ استفاده می‌شوند، با ارائه یک مقیاس زمانی دقیق‌تر از طریق تعریف مستقل مقیاس سرعت نمود می‌یابد. مطالعه عملکرد مدل‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای مختلف در جریان‌های کانال توسط فربای^۴ و همکاران [۵۰]، مدل تک‌معادله‌ای را برتر از روابط جبری تحت این شرایط نشان داده است.

¹ One-equation model

² Spalart-Allmaras model

³ Yoshizawa

⁴ Fureby

همان‌طور که پیش از این بیان شد، ضعف عمدۀ مدل‌های مبتنی بر لرجت گردابه، فرض ایزوتروپ بودن در مقیاس‌های حل‌نشده است. هرچند که این شرایط برای زیرمجموعۀ وسیعی از جریان‌ها و فیلترها صادق است اما اعتبار آن به طور کلی قابل تعمیم نیست. چنان‌چه فاصلۀ شبکه‌بندی زیاد باشد، ممکن است مقیاس‌های حل‌نشده ناهمسان‌گرد (غیرایزوتروپ) باشند. در مجاورت مرز جامد حتی کوچک ترین مقیاس‌ها با فرضیۀ همسان‌گردی مطابقت ندارند و شبکه‌های ناهمسان‌گرد، گردابه‌های همسان‌گرد را بسته به جهت‌گیری آن‌ها متفاوت تفسیر خواهند کرد. پالایش و افزایش حجم شبکه‌بندی اثرات این مشکل را تا حدودی کاهش می‌دهد، اما دست‌یابی به یک راه حل رضایت‌بخش با کنارگذاشتن فرضیۀ همسان‌گردی امکان‌پذیر است.

با چشم‌پوشی از فرضیۀ همسان‌گردی و پیروی از یک اصول بنیادی مشابه آن‌چه توسط مدل انرژی آشфтگی تکمعادله‌ای به کار گرفته شد، یک معادله انتقال برای تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای کامل ($\boldsymbol{\tau}$) می‌تواند استخراج شود. اولین اجرای موفقیت‌آمیز از یک چنین مدلی توسط دییردورف [۱۰] در لایه‌مرزی جوی تشریح شد. بیشتر نسخه‌های اخیر که توسط فربای و همکاران [۴۹] اتخاذ شده در ادامه این بحث آورده شده است.

$$\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial t} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \bar{\mathbf{V}}) = -((\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}}) \cdot \boldsymbol{\tau}^T + \boldsymbol{\tau} \cdot (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})^T) + \underbrace{\nabla \cdot [(v + v_{SGS}) \nabla \boldsymbol{\tau}]}_M + \underbrace{\frac{2}{5} k \bar{\mathbf{S}} - c_M k^{1/2} \Delta^{-1} \boldsymbol{\tau}}_{\Pi} - \underbrace{\frac{2}{3} \epsilon \mathbf{I}}_E \quad (25-2)$$

سایر کمیت‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$k = \frac{1}{2} \text{tr}(\boldsymbol{\tau}) \quad (26-2)$$

$$v_{SGS} = c_k \Delta k^{1/2} \quad (27-2)$$

$$\epsilon = c_\epsilon k^{1/2} / \Delta \quad (28-2)$$

$$c_k = 0.07, \quad c_M = 4.15, \quad c_\epsilon = 1.05 \quad (29-2)$$

جمله‌هایی که در معادله (۲۵-۲) با حروف مشخصی تعریف شده‌اند، کمیت‌های مدل‌شده را نشان می‌دهند: M یک تقریب برای تانسور همبستگی سه‌گانه^۱ است، Π گرادیان‌های فشار و سرعت را مدل می‌کند و تانسور اتلاف توسط جملة E تقریب زده می‌شود که همه آن‌ها ایزوتروپ فرض شده‌اند. فربای و همکاران نشان دادند اگر شبکه‌بندی به اندازه کافی ریز باشد، مدل تنش دیفرانسیلی، شار انرژی معکوس^۲ مشابه با مدل ترکیب خطی را تولید می‌کند اما پتانسیل جابه‌جایی مقیاس‌های میانی با انرژی مقیاس

¹ Triple correlation tensor

² Backscatter

های زیر شبکه‌ای انتقال یافته محدود می‌شود. هنگامی که دقت مکانی کاهش یابد، انتقال انرژی مدل شده یک طرفه خواهد بود و بسیار شبیه به مدل لزجت گردا به رفتار می‌کند. نتیجه یک رفتار سازگار از مقیاس های زیر شبکه‌ای را نشان می‌دهد که پاسخ خود را بنا به شرایط محلی به بهترین نوع تغییر می‌دهند.

با توجه به این که تنش انتقال یافته با معادله (۲۵-۲)، متقارن است ($\tau_{xy} = \tau_{yx}$)، حل تنها شش مولفه تانسور مورد نیاز است. این روش همچنان در مقایسه با مدل‌های تک معادله‌ای یا جبری، هزینه محاسباتی گرافی را متحمل می‌شود. با این حال، هزینه بالای محاسبه معادلات فشار-مومنتم حل شده بدین معنا است که این مدل هنوز هم تنها برای جبران بخش نسبتاً کوچکی از هزینه کلی استفاده می‌شود. مدل‌های تنش مقیاس‌های زیر شبکه‌ای دیفرانسیلی عملکرد مناسبی را همراه با خصوصیات سودمند در یک طیف وسیع از شرایط جریان به نمایش گذاشته‌اند [۴۹]. از طرفی بهبود کارایی در شبیه‌سازی گردا بهای بزرگ می‌تواند هزینه بالای آن را توجیه نماید.

۳-۲-۲ مدل‌های تشابه مقیاسی و ترکیبی خطی (مختلط)

در حالی که مدل‌های لزجت گردا به توانایی تحلیل اثرات اتلاف کلی از مقیاس‌های زیر شبکه‌ای را دارند، پیش‌بینی آن‌ها از ارتباط میان نرخ بالای کرنش و تنش‌های مقیاس‌های زیر شبکه‌ای ضعیف است. آن‌ها همچنین قادر به مکانیزم معین برای انتقال انرژی از مقیاس‌های کوچک به بزرگ هستند و لذا در بازیابی تمام جوانب تبادل انرژی در سطح محلی ناکام خواهند بود.

مدل تشابه مقیاس‌ها توسط بر دینا^۱ و همکاران [۵۱] شکل گرفت و ایده آن این گونه است که تداخل کوچک‌ترین گردا بهای حل شده از مرتبه Δ ($(\Delta)^0$) با گردا بهای مقیاس‌های زیر شبکه‌ای به شیوه‌ای مشابه با تداخل گردا بهای حل شده بزرگ‌تر (برای مثال از مرتبه $(\Delta)^{24}$) با گردا بهای حل شده از مرتبه Δ انجام می‌شود. این فرضیه به صورت یک نوع روش برونویابی از کوچک‌ترین مقیاس‌های حل شده تا مقیاس‌های زیر شبکه‌ای قابل توصیف است به گونه‌ای که اگر یک الگوی منظم در داده‌های حاصل از محدوده برونویابی شده وجود داشته باشد، عملکرد مناسبی انتظار می‌رود. بزرگ‌ترین مقیاس‌های زیر شبکه‌ای می‌توانند از فیلتر کردن سرعت این مقیاس‌ها به دست آیند. با به کار گیری فرضیه بر دینا در معادله (۱۴-۲)، تنش‌های مقیاس‌های زیر شبکه‌ای به صورت زیر بیان می‌شوند.

$$\tau = \bar{VV} - \bar{V}\bar{V} \approx \bar{\bar{VV}} - \bar{\bar{V}}\bar{\bar{V}} \quad (30-2)$$

معادله (۳۰-۲) اجازه می‌دهد محاسبات تنش مقیاس‌های زیر شبکه‌ای به صورت مستقیم از میدان حل شده انجام گیرد. در عمل، این روش تنها با یک مجموعه از فیلترهای صریح سازگار است که در آن مقدار

^۱ Bardina

متغیر فیلترشده روی حوزه تحت عملگر فیلتر ثابت نیست. لیو^۱ و همکاران [۵۲] با استفاده از فیلتر دوم ($\tilde{\Delta}$) یک رویکرد عمومی و دقیق را در پیش‌بینی تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای برگزیدند. این فیلتر بزرگ‌تر از فیلتر اول بود.

$$\tau \approx \widetilde{\overline{V}}\widetilde{V} - \widetilde{V}\widetilde{V} \quad (31-2)$$

در هر صورت، ارتباط میان مدل تشابه مقیاسی و تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای نسبتاً بالا است. این بیان نشان می‌دهد که مدل تشابه مقیاسی، ساختارهای تنش آشفتگی مهم را در موقعیت‌های صحیح پیش‌بینی می‌کند. علاوه بر این مشاهده شده است در این مدل، انتقال انرژی از کوچک‌ترین مقیاس‌ها به مقیاس‌های حل‌شده بزرگ‌تر صورت می‌پذیرد. متاسفانه اتلاف شدید هر نوع انرژی در مدل تشابه مقیاسی سبب شده است تا این مدل نتواند به عنوان یک مدل مقیاس زیرشبکه‌ای مستقل مورد استفاده قرار گیرد. ترکیب معادلات مدل تشابه مقیاسی با مدل لزجت گردابه می‌تواند اثرات این مشکل را کاهش دهد و به شکل‌گیری مدل ترکیب خطی یا مدل مختلط منجر شود.

$$\tau = \overline{\overline{V}}\overline{V} - \overline{V}\overline{V} - 2v_{SGS}\bar{S} + \frac{1}{3}\text{tr}(\tau) \quad (32-2)$$

تولید نتایج بهبودیافته در مقایسه با مدل اسماگورینسکی و نبود مشکلات پایداری از موفقیت‌های مدل جدید است [۵۱]. لازم به ذکر است که ضرایب استفاده شده در محاسبه لزجت گردابه مقیاس‌های زیرشبکه‌ای بالا، متفاوت با ضرایب استفاده شده در مدل اسماگورینسکی است.

۴-۲-۴ مدل‌های دینامیکی

با برداشتن یک گام دیگر در روش‌های توصیف شده برای مدل تشابه، مفهوم مدل دینامیکی نمایان می‌شود. این اقدام اولین بار توسط ژرمانو^۲ و همکاران انجام شد [۴۶]. این روش می‌تواند به هر یک از مدل‌های توصیف شده قبلی اعمال شود. در روش‌های دینامیکی، ضرایب مدل مقیاس‌های زیرشبکه‌ای بر اساس محتوای انرژی کوچک‌ترین مقیاس‌های حل شده به عنوان بخشی از محاسبات تعیین می‌شوند و مانند مدل اسماگورینسکی به صورت یک مقدار مشخص در ابتدای حل لحظه نمی‌شوند. این شیوه با فرضیه‌ای شبیه به مدل تشابه مقیاسی انجام شده است که رفتار این مقیاس‌ها را بسیار مشابه با مقیاس‌های زیرشبکه‌ای در نظر می‌گیرد. با محاسبه ضرایب مدل مقیاس زیرشبکه‌ای برای این مقیاس‌های کوچک و اعمال آن به شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، نوعی مدل جامع و مستقل مقیاس زیرشبکه‌ای پدیدار می‌شود.

¹ Liu

² Germano

در اولین گام از تشریح این روش، معادله تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای که پیش از این با معادله ۲-۱۴) بیان شده بود، فراخوانده می‌شود. در روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ این تانسور تنش باید مدل شود:

$$\tau = \overline{VV} - \overline{\tilde{V}\tilde{V}}$$

در مرحله بعد، یک فیلتر جدید با عنوان فیلتر آزمون^۱ و عرض $\tilde{\Delta}$ معرفی می‌شود که بزرگ‌تر یا مساوی با عرض فیلتر اصلی (Δ) است (معمولاً $2\Delta = \tilde{\Delta}$ ، از این پس علامت مد (\sim) به فیلتر آزمون دلالت دارد). اگر فیلتر آزمون به معادلات ناویراستوکس فیلترشده در معادله (۱۳-۲) اعمال شود، تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای در سطح فیلتر آزمون برای شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با رابطه (۳۳-۲) بیان می‌شود.

$$T = \widetilde{VV} - \widetilde{\tilde{V}\tilde{V}} \quad (33-2)$$

مقیاس‌های بزرگ یا بخش حل شده از تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای در سطح فیلتر آزمون با عنوان تنش های لئونارد شناخته شده‌اند و به صراحت از میدان شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با رابطه (۳۴-۲) محاسبه می‌شوند.

$$L = \widetilde{VV} - \widetilde{\tilde{V}\tilde{V}} \quad (34-2)$$

معادله (۳۵-۲) ارتباط میان تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای و تانسور تنش اغتشاشی حل شده را در سطح فیلتر آزمون نشان می‌دهد.

$$L = T - \tilde{\tau} \quad (35-2)$$

معادله (۳۵-۲) پایه و اساس مدل دینامیکی را شکل می‌دهد و به اصل ژرمانو معروف است. استفاده از این اصل توسط پیوملی در محاسبه ضرایب مدل، با پیروی از مراحل زیر انجام شده است [۳۶]. ابتدا یک مدل لزجت گردابه عمومی برای مرتبط‌ساختن هر دو تنش‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای و تنش‌های تحت فیلتر آزمون به میدان‌های حل شده مربوطه، α و β ، تعریف می‌شود.

$$\tau = -2C_v\alpha, \quad T = -2C_v\beta \quad (36-2)$$

با جایگذاری تنش‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای و تنش‌های تحت فیلتر آزمون در معادله (۳۵-۲)، تنها یک تقریب از اصل ژرمانو به دست می‌آید. سیستم معادلات با پنج معادله مستقل برای برآورده یک ضریب واحد (C_v) روند محاسبات را با مشکل مواجه می‌سازد. در تلاش برای اصلاح این معضل، لیلی^۲ پیشنهاد کرد که خطای تولیدشده توسط این تقریب مطابق با روش حداقل‌مربعات در پایین‌ترین سطح ممکن قرار دارد [۳۹]. مقدار این خطأ از رابطه (۳۷-۲) قابل محاسبه است.

$$e = L - T + \tilde{\tau} = L + 2C_vM \quad (37-2)$$

¹ Test filter

² Lilly

در این رابطه $\mathbf{M} = \boldsymbol{\beta} - \tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ است و C_v می‌تواند از عملیات فیلتر کردن استخراج گردد. کمینه‌سازی حداقل مربعات با معادله (۳۸-۲) انجام می‌پذیرد.

$$\frac{\partial \langle e:e \rangle}{\partial C_v} = 2 \langle e : \frac{\partial e}{\partial C_v} \rangle = 0 \quad (38-2)$$

نماد $\langle \dots \rangle$ به متوسط‌گیری مجموعه‌ای دلالت دارد. چنان‌چه در معادله حداقل مربعات، از خطای تعریف شده در معادله (۳۷-۲) استفاده شود، ضریب مجھول به سادگی تعیین می‌گردد.

$$\langle (\mathbf{L} + 2C_v \mathbf{M}) : \mathbf{M} \rangle = 0 \quad (39-2)$$

$$C_v = -\frac{1}{2} \frac{\langle \mathbf{L}:\mathbf{M} \rangle}{\langle \mathbf{M}:\mathbf{M} \rangle} \quad (40-2)$$

این روش همچنین می‌تواند به مدل‌های مختلط و مدل‌هایی با دو یا چند ضریب اعمال شود. پیومنی همبستگی کمینه‌شده را برای مدل‌های مختلط با یک ضریب مجھول ارائه داده است.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{A} - 2C_v \boldsymbol{\alpha}, \quad \mathbf{T} = \mathbf{B} - 2C_v \boldsymbol{\beta} \quad (41-2)$$

$$C_v = -\frac{1}{2} \frac{\langle \mathbf{L}:\mathbf{M} \rangle - \langle \mathbf{N}:\mathbf{M} \rangle}{\langle \mathbf{M}:\mathbf{M} \rangle} \quad (42-2)$$

در معادله (۴۲-۲) مقدار \mathbf{N} از رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$\mathbf{N} = \mathbf{B} - \tilde{\mathbf{A}} \quad (43-2)$$

به طور مشابه برای مدل‌هایی با دو ضریب، این روند تکرار می‌شود.

$$\boldsymbol{\tau} = C_L \mathbf{A} - 2C_v \boldsymbol{\alpha}, \quad \mathbf{T} = C_L \mathbf{B} - 2C_v \boldsymbol{\beta} \quad (44-2)$$

چنان‌چه تساوی $0 = \frac{\partial \langle e:e \rangle}{\partial C_L}$ برقرار شود، ضرایب C_L و C_v به دست می‌آیند.

$$C_L = -\frac{\langle \mathbf{M}:\mathbf{N} \rangle \langle \mathbf{L}:\mathbf{M} \rangle - \langle \mathbf{M}:\mathbf{M} \rangle \langle \mathbf{L}:\mathbf{N} \rangle}{\langle \mathbf{M}:\mathbf{N} \rangle \langle \mathbf{M}:\mathbf{N} \rangle - \langle \mathbf{M}:\mathbf{M} \rangle \langle \mathbf{N}:\mathbf{N} \rangle} \quad (45-2)$$

$$C_v = -\frac{1}{2} \frac{\langle \mathbf{M}:\mathbf{N} \rangle \langle \mathbf{L}:\mathbf{N} \rangle - \langle \mathbf{M}:\mathbf{M} \rangle \langle \mathbf{L}:\mathbf{N} \rangle}{\langle \mathbf{M}:\mathbf{N} \rangle \langle \mathbf{M}:\mathbf{N} \rangle - \langle \mathbf{M}:\mathbf{M} \rangle \langle \mathbf{N}:\mathbf{N} \rangle} \quad (46-2)$$

متوسط‌گیری مجموعه‌ای با هدف هموارساختن اغتشاشات بسیار شدید ضرایب، توسعه یافته است به‌گونه‌ای که در نبود آن محاسبات عددی ناپایدار و نتایج حاصل از مدل‌سازی متناقض و غیرمنطقی خواهند بود؛ زیرا ضرایب مدل‌سازی نمی‌توانند از فرآیند فیلتر حذف شوند.

روش حداقل‌مربعات متوسط‌گیری شده نسخه بهبودیافته‌ای از مدل دینامیکی محسوب می‌شود که بسیاری از نقص‌ها و ایرادهای مرتبط با مدل‌های دینامیکی قبلی را برطرف ساخته است. لزجت گردابه بزرگ و منفی از جمله این نقص‌ها می‌باشد. چندین روش دیگر نیز با موفقیت آزموده شده که نکات قابل توجه آن به اختصار ذکر می‌شود. یکی از این روش‌ها توسط ژرمانو با متوسط‌گیری ضرایب C_L و C_v بر روی تمام جهت‌های همگن استفاده شده است. این روش تنها برای جریان‌هایی با درجه‌ای از همسان گردی قابل استفاده است. پیومنی پیشنهاد استفاده از ترکیب متوسط‌گیری موضعی مکانی و زمانی را

طرح کرد [۵۳]. این ایده تا زمانی که فضای مورد استفاده برای هموارساختن ضرایب به اندازه کافی بزرگ باشد و جهت‌های ناهمگن چندان گسترش نیافته باشند، موفقیت‌آمیز است.

اگرچه ضرایب مدل فوق ثابت فرض شده است، مقادیر محاسبه شده می‌توانند تغییر قابل ملاحظه‌ای را با زمان و مکان تجربه کنند که در این حالت فرضیه اصلی اعتبار خود را از دست می‌دهد و آن‌ها را از فرآیند فیلترسازی خارج می‌کند. می‌توان اذعان کرد بخشی از مشکلات پایداری با حذف ضریب مدل مقیاس زیرشبکه‌ای از طریق فیلتر، سرچشم می‌گیرد. قوسال^۱ و همکاران استفاده از شکل انتگرالی در معادله اصل ژرمانو را راهی دقیق برای از بین بردن تناقض ریاضی بیان کردند [۵۴]. هزینه این نظریه خودسرانه چیزی جز حل یک معادله انتگرالی در هر گام زمانی نیست. امکان بهبود معادله انتگرالی با این محدودیت که لرجت کل (لرجت ناشی از مقیاس‌های زیرشبکه‌ای و ملکولی) هرگز نباید کمتر از صفر باشد تا حد زیادی قابل تصور است. تحلیل این انتگرال از طریق به کارگیری روش حداقل مربعات منجر به شکل‌گیری یک مسئله بهینه‌سازی و کران‌دار می‌گردد که از آن به مدل دینامیکی موضعی یاد می‌شود. این شیوه، نتایج بسیار دقیقی را تولید کرده است اما با اندکی افزایش در زمان محاسبات همراه بوده است [۵۴].

معرفی مدل‌های دینامیکی پیشرفت عظیمی را در مدل‌سازی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای از جریان‌های انتقالی و گذرا رقم زده است و بسیاری از مشکلات مدل‌های مرسوم و رایج استاتیک را حل و فصل کرده است. مدل دینامیکی در جریان‌های برشی آزاد و داخل کanal، ضریب مدل را به طور خودکار بسته به شرایط و موقعیت مکانی تنظیم می‌کند به گونه‌ای که مقدار آن را در نواحی برشی شدید و نزدیک دیواره‌ها کاهش می‌دهد. مزیت دیگر این مدل‌ها این است که لرجت گردابه در نواحی آرام از جریان به سمت صفر می‌رود. از این‌رو به کارگیری مدل‌های دینامیکی حتی در جریان‌های آرام نیز شبیه‌سازی مناسبی را به دنبال دارد.

اشکال عمده این روش در متوسط‌گیری اضافی آن خلاصه می‌شود که در جهت‌های همگن، در امتداد خطوط جریان و یا در نواحی موضعی جریان انجام می‌شود چراکه در جلوگیری از اغتشاشات و نوسانات ناگهانی و شدید ضرایب مدل، نقش برجسته‌ای را ایفا می‌کند. از این‌رو امکان دارد برخی از ویژگی‌های مفهومی قواعد آن‌ها از دست رفته باشد. متوسط‌گیری محلی که در موارد پیچیده‌تر، رایج ترین نوع متوسط‌گیری به حساب می‌آید نیز در حالت ایده‌آل نیاز دارد جریان به سمت همسان‌گردی موضعی متمایل باشد یا اینکه حجم انتخابی برای هموارنمودن ضرایب مدل به اندازه کافی بزرگ باشد. گاهی اوقات روش دینامیکی سبب تولید اتلاف منفی می‌گردد مگر آن‌که اسکیم استفاده شده در طرح

^۱ Ghosal

عددی به طور مصنوعی محدود شده باشد. برخی بر این باورند که این پدیده توسط انتقال انرژی از مقیاس‌های حل نشده به حل شده تفسیر می‌شود. این‌گونه که نادیده‌گرفتن این انتقال انرژی می‌تواند قانون بقای انرژی را نقض کند و منجر به تولید نتایج غیرفیزیکی گردد.

۲-۵ مدل‌های گرادیانی (بدون لزjet گردابه)

مطالعات خنا و براشر^۱ [۵۵]، جونجا^۲ [۵۶] و همکاران^۳ و پرته‌آجل^۴ در نشان داده است که مدل‌های لزjet گردابه ممکن است در شبکه‌های درشت خطاهای بزرگی در دامنه حل القا کنند؛ چراکه آن‌ها توانایی محاسبه ناهمسان‌گردی شدید جریان در ناحیه نزدیک دیواره را ندارند. علاوه بر این، خصوصیات تغییر شکل چرخشی مدل‌های لزjet گردابه، مشابه تansور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای واقعی نیست [۵۷-۶۱]. از دیگر معایب آن‌ها این است که ساختاری کاملاً اتلافی دارند و اجازه انتقال انرژی از مقیاس‌های حل نشده به مقیاس‌های حل شده را نمی‌دهند. عدم توانایی این مدل‌ها در ارائه صحیح زمینه‌های آشفتگی متفاوت در جریان‌های برشی و چرخشی با استفاده از یک قاعده کلی به اثبات رسیده است. از طرفی مدل‌های استاندارد لزjet گردابه در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در لایه‌مرزی آشفته با عدد رینولدز بالا، برش میانگین در ناحیه نزدیک دیواره را بسیار ضعیف پیش‌بینی کرده و پروفیل نادرستی از سرعت ترسیم می‌کنند. رفتار یک مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در مجاورت دیواره جامد، از توانایی آن در شبیه‌سازی جریان‌های داخلی خبر می‌دهد. مدل‌های گرادیانی که به عنوان مدل‌های غیرخطی یاد می‌شوند، از اواخر سال ۱۹۷۰ ارائه شده‌اند [۶۲]. آن‌ها بر اساس بسط سری تیلور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای توسعه یافته‌اند. مدل گرادیانی تنظیم‌شده نیز بر پایه بسط تیلور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای بنا شده و از فرضیه تعادلی محلی به منظور محاسبه انرژی جنبشی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای استفاده می‌کند [۶۳]. این مدل از طریق یک مقایسه اصولی با رابطه‌های تجربی پذیرفته شده و پیش‌بینی‌های نظری از تنوع آماری جریان در لایه‌مرزی ارزیابی می‌شود. به طور کلی داده‌های آماری حاصل از میدان سرعت شبیه‌سازی شده با مدل گرادیانی تطابق خوبی با نتایج تجربی نشان می‌دهند و همچنین بهبود قابل توجهی در مقایسه با شبیه‌سازی‌های مدل‌های استاندارد لزjet گردابه [۴۶، ۳۹، ۹] به دست آمده است. برای مثال، مدل جدید قادر به بازیابی پروفیل سرعت متوسط در ناحیه لگاریتمی از جریان بوده و طیف انرژی مقیاس‌های جریان را ترسیم می‌کند.

¹ Khanna and Brasseur

² Juneja

³ Porté Agel

اولین بار مدلی که گرادیان‌های میدان‌های حل شده را توصیف می‌کرد، توسط کلارک و همکاران [۶۲] پیشنهاد شد. پیش از این محققان بسیاری بر روی نمونه مشابهی از این مدل مطالعه کرده بودند [۵۲-۶۴]. تحقیقات قبلی بر مبنای شبیه‌سازی‌های عددی مستقیم و داده‌های آزمایشگاهی برای بررسی عملکرد این مدل صورت گرفته است و تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای مدل شده تطابق بسیار خوبی را با تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای واقعی آشکار می‌سازد [۵۲، ۶۶]. این در حالی است که گزارش‌های اخیر حاکی از آن است، این مدل در شبیه‌سازی گردا بههای بزرگ اتفاف ناکافی را فرآهم می‌آورد [۶۵] و مستعد پذیرش ناپایداری عددی است [۶۴]. نسخه اصلاح شده مدل اصلی کلارک، توسط لو و پرتنه‌آجل برای تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای و نیز بردار شار حرارتی اسکالر مقیاس‌های زیرشبکه‌ای ارائه شد و مدل گرادیانی تنظیم شده نام گرفت [۶۷]. این نمونه اولیه از مدل گرادیانی، بسیار پایدارتر از نمونه قبلی بود و اتفاف گردا بههای جریان را به شکلی بهینه اعمال می‌کرد. همچنین با موفقیت برای شبیه‌سازی جریان در لایه‌های مرزی اتمسفری^۱ پایدار و خنثی به کار گرفته شد.

مدل گرادیانی تنظیم شده به سرعت‌های فیلتر شده و میدان‌های اسکالر وابسته است. تمام مدل‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای شامل ضرایبی هستند که سطح اتفاف ایجاد شده ناشی از مدل مورد استفاده را کنترل می‌کنند. این ضرایب می‌توانند یک مقدار ثابت و مشخص را به خود اختصاص دهند یا این‌که بسته به شرایط جریان به صورت پویا و دینامیکی محاسبه شوند. مدل گرادیانی تنظیم شده بر مبنای تعادل محلی، از یک ضریب ثابت برای تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای استفاده می‌کند. معادلات (۴۷-۲) تا (۵۰-۲) بیان ریاضی این مدل را نشان می‌دهند.

$$\tau_{ij} = \frac{8\bar{\Delta}^2}{C_\varepsilon^2} \left(-\frac{\bar{G}_{kl}}{\bar{G}_{mm}} \bar{S}_{kl} \right)^2 \left(\frac{\bar{G}_{ij}}{\bar{G}_{nn}} \right) H(P) \quad (47-2)$$

$$\tau_{iT} = \frac{2\bar{\Delta}^2}{C_{\varepsilon T}^2 \text{Pr}} \left(-\frac{\bar{G}_{kl}}{\bar{G}_{mm}} \bar{S}_{kl} \right) \left(-\frac{\bar{G}_{nT}}{|\bar{G}_{pT}|} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_n} \right) \left(\frac{\bar{G}_{iT}}{|\bar{G}_{qT}|} \right) H(P) H(P_T) \quad (48-2)$$

که در آن،

$$\bar{G}_{ij} = \frac{\bar{\Delta}_x^2}{12} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_1} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_1} + \frac{\bar{\Delta}_y^2}{12} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_2} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_2} + \frac{\bar{\Delta}_z^2}{12} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_3} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_3} \quad (49-2)$$

$$\bar{G}_{iT} = \frac{\bar{\Delta}_x^2}{12} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_1} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_1} + \frac{\bar{\Delta}_y^2}{12} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_2} + \frac{\bar{\Delta}_z^2}{12} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_3} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_3} \quad (50-2)$$

و $\text{Pr} = v/\kappa_T$ عدد پرانتل می‌باشد. کمیت‌های u و K_T لزجت سینماتیک و نفوذ حرارتی نام دارند. در شبیه‌سازی گردا بههای بزرگ طول فیلتر در سه جهت x , y و Z به ترتیب $\bar{\Delta}_x$, $\bar{\Delta}_y$ و $\bar{\Delta}_z$ هستند و لزوماً با یکدیگر برابر نیستند. طول فیلتر شبکه‌بندی کلی $\bar{\Delta} = (\bar{\Delta}_x \bar{\Delta}_y \bar{\Delta}_z)^{1/3}$ فرض شده است. توابع $H(P)$ و $H(P_T)$ در معادلات (۴۷-۲) و (۴۸-۲)، مقدار تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای را در حالتی که تولید

¹ Atmospheric Boundary Layers (ABL)

مومنت مقیاس‌های زیرشبکه‌ای ($P = -\bar{\tau}_{ij}\bar{S}_{ij}$) و تولید اسکالر مقیاس‌های زیرشبکه‌ای ($P_T = -\bar{G}_{iT}\partial\bar{T}/\partial x_i$) دارای مقدار منفی است، صفر لحاظ می‌کنند. تانسور نرخ کرنش فیلترشده نیز به صورت $(\partial\bar{u}_i/\partial x_j + \partial\bar{u}_j/\partial x_i) = \frac{1}{2}C_{\varepsilon T}^2$ تعریف شده است. در مدل گرادیانی تنظیم‌شده ضرایب $C_{\varepsilon T}^2$ و $C_{\varepsilon T}^2$ مقدار یک را به خود اختصاص می‌دهند.

مدل‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای و توابع دیواره که تا به اینجا تشریح شدند تنها بخش نسبتاً کوچکی از روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ را دربر می‌گیرند. گسسته‌سازی معادلات ناویراستوکس فیلترشده، ارتباط کمیت‌های فشار-سرعت^۱، حل عددی ماتریس‌های حاصل همراه با مجموعه‌ای از قابلیت‌های فرعی بخش عمده‌ای از روش محاسباتی را تشکیل می‌دهند. خوشبختانه، بسیاری از این روش‌ها به طور گسترده در کتاب‌های متین گوناگون و دیگر نشریات، تحت پوشش قرار گرفته است. از این‌رو تنها قسمت‌هایی که به طور مستقیم به روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ می‌پردازد، بازگو می‌شوند. در ادامه این فصل تمرکز اصلی بر روی الزامات مشخص و مسائل پیش‌رو در اجرای شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با یک حلگر عددی می‌باشد. شبکه‌بندی حجم محدود به صورت نامنظم نمونه‌ای بارز از مباحث ارائه شده است. در مرحله بعد، اجرای مدل واقعی و بررسی خطاهای تولیدشده توسط آن، روش‌های عددی و دیگر تقریب‌ها به اختصار بیان می‌شوند.

۳-۲ روش محاسباتی

با توجه به این‌که معمولاً توزیع مدل‌سازی در تحلیل آشفتگی از شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، کوچک است، ضروری است، خطاهای عددی و گسسته‌سازی در پایین‌ترین مقدار خود نگاه داشته شوند تا مبادا اثرات آن‌ها حل را تحت تاثیر قرار دهد. از سوی دیگر، فرآیند محاسباتی باید یک روند جامع را دنبال کند تا در هندسه‌های پیچیده و چالش‌برانگیز جریان‌های مهندسی کاربردی و قابل پیاده‌سازی باشد. نکته مهم دیگر انعطاف‌پذیری آن با گسسته‌سازی مکانی موضعی دقیق، توزیع شبکه‌بندی غیریکنواخت و صرفه‌جویی در هزینه‌های مرتبط می‌باشد. در نهایت، گسسته‌سازی معادلات حاکم باید به سادگی فرآهم شده و پردازش موازی آن موثر و کارآمد باشد به‌گونه‌ای که در نبود آن عملکرد شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ محدود گردد.

در حال حاضر چندین روش عددی در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ استفاده می‌شود. این روش‌ها طیف وسیعی شامل المان محدود، تفاضل محدود، حجم محدود و روش‌های طیفی هستند. روش لتیس-

^۱ Pressure-velocity coupling

بولتزمن^۱ یکی دیگر از روش‌های پرکاربرد در این حوزه است. در تحقیقات پژوهشی، از گسسته‌سازی تفاضل محدود مرتبه بالا و روش‌های طیفی به دلیل دقت مناسب و رضایت‌بخش به طور گسترده استفاده می‌شود. نیاز به دستگاه مختصات منطبق بر هندسه در تفاضل محدود یا جهت‌های همگن برای روش‌های طیفی به منظور استفاده از تمام قابلیت‌های آن‌ها احساس می‌شود. در نتیجه کاربرد آن‌ها را به موارد نسبتاً ساده و متعارف محدود می‌سازد. روش‌های المان محدود پتانسیل خود را بدون نیاز به ملاحظات قبلی در دقت‌های بالاتر از دست نمی‌دهند. متاسفانه، معادلات آن‌ها باقی محلی از متغیرهای وابسته مانند جرم را تضمین نمی‌کند که به‌یقین در دینامیک سیالات مهم‌تر از دقت روش قراردادی است. در حالی که برخی از کاستی‌های روش‌های پیشین قابل رسیدگی و جبران هستند، روش حجم محدود که امروزه محور اصلی دینامیک سیالات محاسباتی تجاری است در ارائه بهترین نتایج با انعطاف پذیری وصفناپذیر و دقت ایده‌آل در تحلیل مسائل صنعتی گام بزرگی برداشته است. پیشرفت‌های اخیر به کارگیری شبکه‌های حجم محدود پیچیده و دلخواه را فرآهم نموده است.

تغییرات و دگرگونی‌ها در خانواده روش‌های حجم محدود در قیاس با سایر شیوه‌های عددی متفاوت، بیش‌تر است. بررسی و تجزیه هر یک از این نسخه‌ها فراتر از محدوده این اثر است، بنابراین تنها به توصیف نسخه اجرایی در این پژوهش پرداخته می‌شود. در گسسته‌سازی مکانی یک مرز بی‌سازمان، شبکه‌بندی با آرایشی از یک متغیر سلول محور در کنار هم چیده می‌شود. گسسته‌سازی مرتبه دوم غیراتلافی در مکان و زمان همراه با گام زمانی کاملاً ضمنی برای پیوند سازگار و بهینه میان سرعت و دقت به کار گرفته شد. هر یک از معادلات در دستگاه معادلات دیفرانسیلی با مشتق‌ات جزئی به تفکیک با برقراری یک ارتباط صریح بین نتایج، حل می‌شود. معادلات دیفرانسیلی غیرخطی قبل از گسسته سازی، خطی‌شده و جمله‌های مرتبه بالاتر با روش تأخیری کامل^۲ در زمان خطی می‌شوند.

ترکیب فرمول‌بندی شبکه بی‌سازمان و قابلیت اعمال آن به شبکه‌بندی هندسه‌های پیچیده عاملی است تا روش حجم محدود را در تعیین و انعطاف‌پذیری با الزامات و مبانی قانونمند مواجه سازد. هنگامی که این روش با اسکیم گسسته‌سازی مرتبه دوم همراه شود یک سیستم قدرتمند، دقیق و کارآمد را نتیجه می‌دهد. در ادامه این فصل مباحث استخراج شده از کلاس‌های محاسباتی در کتابخانه اپن‌فوم [۶۸] به رشتۀ تحریر درآمده است و اگرچه در مفاهیم آن نوآوری و تازگی به چشم نمی‌خورد اما تنوع و گسترده‌گی، آن را برای پیاده‌سازی بر روی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در جایگاه ویژه‌ای قرار داده است. روش‌هایی که تا اینجا شرح داده شد به طور عمده به آیرودینامیک خارجی در اعداد ماخ پایین اعمال می‌شود و لذا تنها متدهایی برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر و نیوتونی با خصوصیات فیزیکی و حرارتی ثابت

¹ Lattice-Boltzmann

² lagging

در نظر گرفته شده‌اند. همان‌طور که پیش از این در بخش ۱-۲ بیان شد، معادلات حاکم برای شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ از این‌گونه سیالات که با یک فیلتر با عرض یکنواخت، Δ ، درهم آمیخته شده، نقطه آغازی در دست‌یابی به اهداف تعیین‌شده هستند.

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{V}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{V}} \bar{\mathbf{V}}) = -\frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} + \nabla \cdot [v(\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} + (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})^T)] - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = -\frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} + \nabla \cdot \mathbf{B}$$

در معادلات بالا، $\bar{\mathbf{V}}$ سرعت فیلترشده، ρ چگالی سیال، \bar{p} فشار فیلترشده، v لزجت سینماتیکی و $\boldsymbol{\tau}$ تائسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای است که برای تشکیل یک سیستم معادلات بسته مدل‌سازی می‌گردد. این معادلات دیفرانسیلی به ترتیب نشان‌دهنده بقای جرم و مومنتم هستند و در یک ناحیه بسیار کوچک از فضا پیاده‌سازی می‌شوند. معادلات بقای جرم و مومنتم در روش حجم محدود بر روی یک حجم کنترل در زمان انتگرال‌گیری می‌شوند تا شکل انتگرالی معادلات حاکم را بازسازی کنند.

$$\int_V \nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} dV = \int_{\partial V} dA \cdot \bar{\mathbf{V}} = 0 \quad (51-2)$$

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{d}{dt} \int_V \bar{\mathbf{V}} dV + \int_V \nabla \cdot (\bar{\mathbf{V}} \bar{\mathbf{V}}) dV \right] dt &= \int_t^{t+\Delta t} \left[-\frac{1}{\rho} \int_V \nabla \bar{p} dV \right] dt \\ &\quad + \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_V \nabla \cdot v_{eff} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} + (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})^T) dV \right] dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \left[-\frac{1}{\rho} \int_V \nabla \bar{p} dV + \int_V \nabla \cdot \mathbf{B} dV \right] dt \end{aligned} \quad (52-2)$$

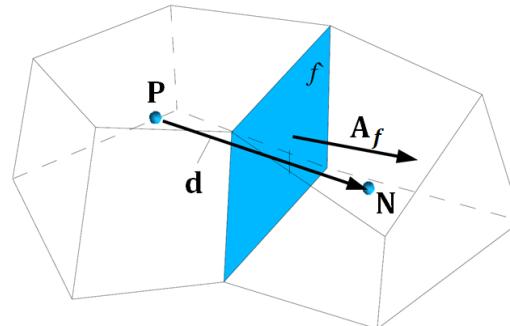
کمیت v_{eff} مجموع لزجت سینماتیکی و لزجت آشفتگی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای مدل‌شده است. اکنون باید معادلات (۵۱-۲) و (۵۲-۲) از طریق گسسته‌سازی به دستگاه روابط جبری متناظر تبدیل شوند. حل این دستگاه معادلات، مجموعه‌ای از مقادیر متناظر با حل معادلات اصلی را با به‌کارگیری معیارهای شاخص و شرایط مرزی در برخی نقاط از پیش تعیین‌شده در موقعیت‌های مکانی و زمانی مختلف گردآوری می‌کند. مشخصات این بخش‌های مکانی و زمانی، شیوه‌های گسسته‌سازی و شرایط مرزی بخش عمده این فصل را تشکیل می‌دهند.

۴-۲ شیوه‌های گسسته‌سازی

گسسته‌سازی، تقریبی از یکتابع پیوسته را با مجموعه‌ای از جمله‌های گسسته نشان می‌دهد. روش حجم محدود، مسئله جریان سیال، شرایط حاکم بر آن و روابط سازنده دیگر را با گسسته‌سازی حوزه محاسباتی و معادلات حاکم تحلیل می‌کند.

۱-۴-۲ گستته‌سازی حوزه محاسباتی

گستته‌سازی دامنه حل می‌تواند به گستته‌سازی مکانی و گستته‌سازی زمانی تقسیم گردد. گستته سازی مکانی با مجموعه‌ای از حجم‌های کوچک که ناحیه‌ای از فضا را اشغال و محدود می‌سازند، تعریف می‌شود. هر یک از این حجم‌های کنترل، نقطه محاسباتی P را در مرکز خود احاطه کرده است. نمونه‌ای از یک حجم کنترل در شکل ۴-۲ ترسیم شده است که توسط مجموعه‌ای از صفحات با شکل دلخواه محدود گردیده و نتیجه آن ایجاد سلول‌های چندوجهی در یک شبکه‌بندی بی‌سازمان است. در شکل ۲-۴، d بردار متصل کننده مرکز سلول‌های مجاور، P و N است. A_f بردار مساحت عمود بر سطح برای سطح مشترک میان سلول‌ها است. در حالی که تمام متغیرهای وابسته اصلی مانند \bar{V} و \bar{p} در مرکز سلول محاسباتی تعریف شده‌اند، برخی کمیت‌های مشتق شده ممکن است در سطح سلول (f) مشخص شوند.



شکل ۲-۴ حجم کنترل برای گستته‌سازی حجم محدود.

گستته‌سازی زمانی برای یک مسئله گذرا هم‌چون شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ شامل تقسیم دامنه زمانی به تعداد محدودی فواصل یا گام‌های زمانی است. این تقسیمات می‌توانند یکنواخت بوده یا بسته به پارامترهای حل محاسبه شوند، اما با توجه به این که حوزه زمانی در مختصات سهمی گسترش می‌یابد [۶۹] (یعنی حل معادلات با پیش‌روی به جلو از شرایط اولیه به دست می‌آید) تنها لازم است اندازه Δt تعیین شود.

۲-۴-۳ گستته‌سازی مکانی

تکنیک گستته‌سازی جمله‌به‌جمله برای یک معادله انتقال کلی به جای گستته‌سازی هر معادله دیفرانسیل با مشتقهای جزئی (PDE)، ایده برگزیده و حائز اهمیت است. اگرچه قابلیت اجرای آن در بسیاری از موارد تایید شده اما با کاستی‌هایی نیز همراه است.

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_V \phi dV}_{\text{Temporal derivative}} + \underbrace{\int_V \nabla \cdot (\bar{V}\phi) dV}_{\text{Convection}} - \underbrace{\int_V \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi) dV}_{\text{Diffusion}} = \underbrace{\int_V S_\phi(\phi) dV}_{\text{Sources}} \quad (53-2)$$

در معادله (۵۳-۲)، ϕ کمیت انتقال یافته مانند سرعت، جرم یا انرژی آشфтگی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای و Γ ضریب نفوذ است. معادله انتقال به دلیل ظهور مشتقات مرتبه دوم در جمله دیفیوژن (پخش) یک معادله مرتبه دو است. برای دست‌یابی به دقت قابل قبول در محاسبه این جمله، مرتبه گسسته‌سازی باید برابر یا بالاتر از مرتبه معادله باشد. از این‌رو گسسته‌سازی زمانی برای مطابقت با این سطح، باید از مرتبه دوم انتخاب شود. در نتیجه، تمام متغیرهای وابسته به صورت خطی حول نقطه P و زمان (t) تغییر می‌کنند.

$$\phi(x) = \phi_p + (x - x_p) \cdot (\nabla \phi)_p \quad (54-2)$$

$$\phi(t + \Delta t) = \phi^t + \Delta t \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_t \quad (55-2)$$

اکنون هر یک از جمله‌های معادله (۵۳-۲) جداگانه مورد بحث قرار خواهند گرفت. ابتدا به تشریح توابع مکانی پرداخته می‌شود. برای کاهش بسیاری از انتگرال‌های حجم به انتگرال‌های سطح معادل آن‌ها از قضیه گاوس استفاده می‌شود.

$$\int_V \nabla \cdot \phi dV = \int_{\partial V} d\mathbf{A} \cdot \phi \quad (56-2)$$

در این قضیه، ∂V سطحی است که حجم V را محدود می‌کند و یک المان سطح بینهایت کوچک با جهت روبرو عمود بر سطح ∂V می‌باشد. حال لازم است تا مجموعه‌ای از انتگرال‌های حجم و سطح در دقت مرتبه دوم بر روی حجم کنترل مورد ارزیابی قرار گیرند. با در نظر گرفتن تغییر ϕ و x حول نقطه P می‌توان نوشت؛

$$\int_{V_p} \phi(x) dV = \phi_p V_p \quad (57-2)$$

که V_p حجم سلول است. با استفاده از فرضیات مشابه، انتگرال گیری از عملگر دیورژانس بر روی سطح سلول با معادله (۵۸-۲) انجام می‌شود.

$$\int_{V_p} \nabla \cdot \phi dV = \int_{\partial V_p} d\mathbf{A} \cdot \phi = \sum_f \left(\int_f d\mathbf{A} \cdot \phi \right) = \sum_f \mathbf{A} \cdot \phi_f \quad (58-2)$$

شاخص f فهرستی از مراکز صفحات و \mathbf{A} بردار مساحت سطح با جهت روبرو را نشان می‌دهد. مقدار متغیرهای واقع بر روی هر صفحه (ϕ_f) با برخی شکل‌های میان‌یابی استخراج می‌شوند.

۱-۲-۴-۲ جمله جابه‌جایی

گسسته‌سازی جمله جابه‌جایی با استفاده از معادله (۵۸-۲) صورت می‌پذیرد.

$$\int_{V_p} \nabla \cdot (\bar{\mathbf{V}}\phi) dV = \sum_f \mathbf{A} \cdot (\bar{\mathbf{V}}\phi)_f = \sum_f (\mathbf{A} \cdot \bar{\mathbf{V}}_f) \cdot \phi_f = \sum_f F \phi_f \quad (59-2)$$

کمیت F شار حجمی عبوری از سطح است.

$$F = \mathbf{A} \cdot \bar{\mathbf{V}}_f \quad (60-2)$$

شار حجمی F به مقدار سرعت فیلترشده بر روی سطح بستگی دارد. سرعت فیلترشده مشابه با رابطه (۲-۶۲) برای ϕ قابل محاسبه است. باید در نظر داشت که میدان سرعت حاصل از شارهای استخراج شده، از معادله پیوستگی حجم محدود پیروی نماید.

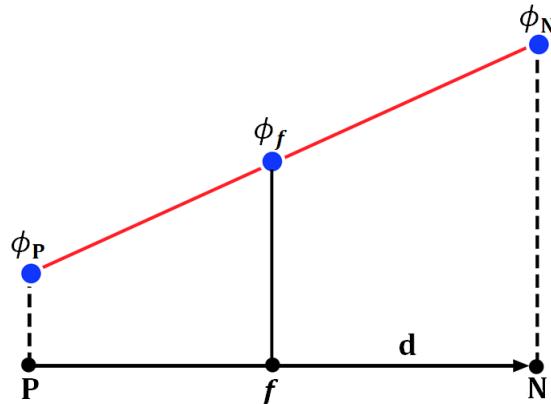
$$\int_V \nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} dV = \int_{\partial V} d\mathbf{A} \cdot \bar{\mathbf{V}} = \sum_f \left(\int_f d\mathbf{A} \cdot \bar{\mathbf{V}} \right) = \sum F = 0 \quad (61-2)$$

با توجه به این که تغییرات متغیرهای وابسته، خطی فرض شده است، مقادیر روی مرکز صفحه از یک درون‌یابی ساده میان مقادیر سلول‌ها در نقاط P و N (سلول همسایه را در شکل ۲-۵ نشان می‌دهد) مشخص می‌شوند.

$$\phi_f = f_x \phi_P + (1 - f_x) \phi_N \quad (62-2)$$

در اینجا فاکتور درون‌یابی، f_x ، به صورت نسبت فواصل fN و PN تعریف می‌شود.

$$f_x = \frac{fN}{PN} \quad (63-2)$$



شکل ۲-۵ درون‌یابی صفحه‌ای.

این فرآیند با عنوان تفاضل مرکزی^۱ شناخته شده و حتی در شبکه‌بندی‌های بی‌سازمان از دقت مرتبه دو برخوردار است [۷۰]. طرح تفاضل مرکزی دارای برخی اشکالات و نقص‌ها است که بخش عمده آن هنگامی که جمله جابه‌جایی بهشت بر سیستم احاطه دارد، تمایل خود را در تولید نوسان‌های غیرفیزیکی در میدان حل بروز می‌دهد. این نوسانات معمولاً محصل عدم محدودسازی است و می‌تواند مشکلات متعددی را در یک سیستم کوپل (جفت‌شده) مانند معادله ناویراستوکس رقم بزند. محدودسازی در این زمینه به پاسخ سیستم معادلات در یک نقطه محاسباتی خاص اشاره دارد که توسط مقادیر پاسخ نقاط مجاور محدود شده است و آن را تحت تاثیر قرار می‌دهند. با افزایش سلطه جابه‌جایی، پاسخ دریافتی به طور فزاینده‌ای نوسانی و غیرفیزیکی شده و ممکن است واگرا شود. این مسئله می‌تواند با به کارگیری یک فیلتر مرتبه بالاتر بدون تاثیر در مرتبه طرح تفاضل مرکزی در قالب یک جمله اتلافی

^۱ Central Differencing (CD)

مرتبه چهارم بازنگری شود تا اثرات مخرب آن کاهش یابد [۷۱]. همان‌طور که پیش از این نیز اشاره شد، پیاده‌سازی طرح‌های بالاتر از مرتبه دوم بر روی شبکه‌بندی بی‌سازمان کاری دشوار و پرهزینه است. علاوه بر این، ممکن است مشتقات مرتبه چهارم به دلیل پدیده ناپیوستگی، طولانی و بزرگ باشند و خود به یک منبع ناپایداری تبدیل شوند.

گسسته‌سازی دیگری که باعث بهبود پایداری و کنترل نوسانات می‌گردد، تفاضل بالادست^۱ است. در تقریب مرتبه اول این طرح، مقدار صفحه‌ای ϕ با توجه به جهت شارعبوری تعیین می‌شود.

$$\phi_f = \begin{cases} \phi_P & \text{if } F \geq 0 \\ \phi_N & \text{if } F < 0 \end{cases} \quad (64-2)$$

متاسفانه، حتی تقریب‌های مرتبه دوم از تفاضل بالادست مانند تقریب بالادست خطی [۷۲] تمایل به معرفی دیفیوژن (پخش) عددی در سیستم معادلات دارند. این امر به ویژه در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با وضوح بیشتری نمود پیدا می‌کند چراکه توزیع نفوذپذیری آشفتگی مدل‌شده بسیار کوچک و ناچیز است به‌طوری که حتی کوچک‌ترین نفوذ اشتباه می‌تواند پیامدهای نادرستی را درپی داشته باشد.

طرح تفاضل مرکزی برای اعداد رینولدز سلولی بیشتر از دو ممکن است ناپایدار گردد.

$$Re_c \approx \frac{\Delta V}{\Gamma_\phi} > 2 \quad (65-2)$$

درمان این نوساناتِ موضعی در یک نسخه بسیار ساده پیچیده شده است و آن پالایش و بهبود شبکه بندی در مناطقی از دامنه محاسباتی است که دقت شبیه‌سازی جریان بر روی نتایج تاثیرگذار می‌باشد. این ایده ممکن است تنها اقدام منطقی در مواجه با این نوسانات باشد. در بخش‌های غیرضروری از تحلیل جریان، با افزودن طرح تفاضل بالادست و به تبع آن اعمال دیفیوژن (پخش) عددی به سیستم، نوسانات میرا می‌گردد. در سراسر این پژوهش، تفاضل مرکزی با پالایش شبکه‌بندی به عنوان روش پیش‌فرض انتخاب شده است مگر آن‌که روشی غیر از آن ذکر شود.

۴-۲-۲ جمله دیفیوژن (پخش)

با استفاده از قضیه گاووس و معادله (۵۳-۲)، جمله پخش در معادله (۵۶-۲) به صورت زیر گسسته می‌شود.

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi) dV = \sum_f \mathbf{A} \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi)_f = \sum_f (\Gamma_\phi)_f \mathbf{A} \cdot (\nabla \phi)_f \quad (66-2)$$

در این معادله، کمیت $(\Gamma_\phi)_f$ از رابطه (۶۲-۲) به دست می‌آید. اگر شبکه‌بندی متعامد باشد، یعنی بردارهای \mathbf{d} و \mathbf{A} در شکل ۴-۲ موازی باشند، گرادیان صفحه‌ای از جمله ϕ با معادله (۶۷-۲) بیان می‌گردد.

^۱ Upwind Differencing (UD)

$$\mathbf{A} \cdot (\nabla \phi)_f = |\mathbf{A}| \frac{\phi_N - \phi_P}{|\mathbf{d}|} \quad (67-2)$$

این تساوی یک ملکول محاسباتی سازمان‌بافته را به کار می‌گیرد و دقیق‌تر از درون‌یابی میان گرادیان‌های مراکز سلول‌ها عمل می‌کند.

$$(\widetilde{\nabla \phi})_f = (f_x(\nabla \phi)_P + (1 - f_x)(\nabla \phi)_N) \quad (68-2)$$

$$(\nabla \phi)_P = \frac{1}{V} \sum_f \phi_f \quad (69-2)$$

علامت مد (\sim) بر کمیت گرادیانی درون‌یابی شده دلالت می‌کند. اگرچه هر دو روش از دقت مرتبه دوم هستند، معادله (68-2) از یک ملکول محاسباتی بزرگ‌تر استفاده می‌کند و خطای قطعی^۱ (برش) آن بزرگ‌تر از روش محاسباتی اول است [۷۳].

اگر شبکه‌بندی متعامد نباشد که در اغلب موارد کاربرد وسیعی دارد، معادله (67-2) دیگر از دقت مرتبه دوم نخواهد بود و لازم است به صورت زیر تصحیح شود.

$$\mathbf{A} \cdot (\nabla \phi)_f = \underbrace{|\mathbf{A}_d| \frac{\phi_N - \phi_P}{|\mathbf{d}|}}_{orthogonal} + \underbrace{\mathbf{A}_\Delta \cdot (\widetilde{\nabla \phi})_f}_{non-orthogonal} \quad (70-2)$$

بردار \mathbf{A}_d مولفه‌ای از بردار \mathbf{A} موازی با \mathbf{d} را نشان می‌دهد و \mathbf{A}_Δ مولفه دیگر این بردار است که باید تساوی زیر را ارضاء نماید.

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_d + \mathbf{A}_\Delta \quad (71-2)$$

اولین روش در محاسبه مولفه متعامد از گرادیان صفحه‌ای جمله ϕ استفاده شده، در حالی که گرادیان درون‌یابی شده در ساختمان مولفه غیرمتعامد شرکت داشته است. بنابراین به طور کلی دقت مرتبه دوم حفظ می‌گردد. از آنجایی که جمله غیرمتعامد، ملکول محاسباتی بزرگ‌تری دارد، به طور صریح با استفاده از مقادیر تکرار قبلی و یا گام زمانی پیشین تعداد داده‌های ورودی به سیستم ماتریس را پایین نگاه می‌دارد.

تغییر بردارهای \mathbf{A}_d و \mathbf{A}_Δ در قالب معادله (71-2) می‌تواند در حوزه‌های گوناگونی رخ دهد. چندین شکل از چنین حوزه‌هایی توسط جاساک^۲ بررسی و کاوش شده است [۷۳]. نتیجه این تحقیقات رویکرد مشهور فراتخفیف^۳ را یک روش قوی، همگرا و کارآمد معرفی می‌کند. در این روش مولفه بردار متعامد از رابطه (72-2) محاسبه می‌شود.

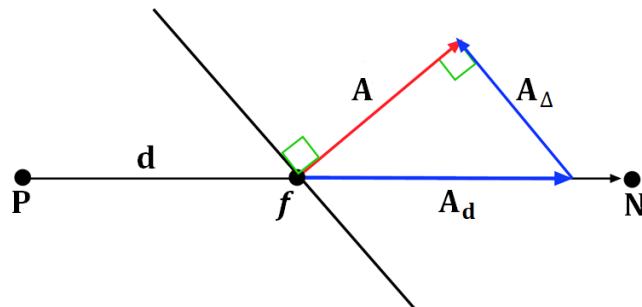
$$\mathbf{A}_d = \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d} \cdot \mathbf{A}} |\mathbf{A}|^2 \quad (72-2)$$

¹ Truncation error

² Jasak

³ Over-relaxed

این روش اهمیت جملهٔ متعامد در ϕ_P و ϕ_N را با افزایش عدم تعامد افزایش می‌دهد. این بیان با تجزیهٔ بردار مساحت سطح در شکل ۶-۲ به تصویر کشیده شده است.



شکل ۶-۲ تجزیهٔ بردار مساحت سطح ناشی از عدم تعامد با استفاده از روش فراتخفیف.

در حالی که جملهٔ پخش به شبکه‌بندی متعامد محدود شده است، افزودن تصحیح برای شرایط غیرمتعامد می‌تواند ضرایب منفی تولید نماید که منجر به ناپایداری و عدم محدودسازی نوسانات می‌گردد. این عیوبها به خصوص زمانی که عدم تعامد شبکه‌بندی بالا باشد، با شدت بیشتری خود را بروز می‌دهند. تحت چنین شرایطی، سهم توزیع مولفهٔ غیرمتعامد محدود شده که کاهش دقت جملهٔ پخش را به دنبال خواهد داشت. نتایج در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به مرتبهٔ دقت سیستم معادلات حساس هستند، بنابراین باید توجه داشت که عدم تعامد شبکه‌بندی در محدودهٔ مناسب قرار گیرد.

۳-۴-۲ جمله‌های چشممه (منبع)

تمام جمله‌های معادلهٔ انتقال که نمی‌توانند در توزیع جابه‌جایی، پخش و یا تغییرات زمانی طبقه‌بندی شوند، به عنوان جمله‌های چشممه شناخته می‌شوند. جملهٔ چشممه معمولاً یکتابع کلی از ϕ و دیگر متغیرها را تشکیل می‌دهد و برای واردشدن به ماتریس حل باید خطی شود.

$$S_\phi(\phi) = S_c + S_p\phi \quad (73-2)$$

متغیرهای S_c و S_p می‌توانند به ϕ وابسته باشند. با پیروی از شرایط معادلهٔ (۵۷-۲) در نقطهٔ مرکزی (P)، انگرال حجم برای جملهٔ چشممه با رابطهٔ (۷۴-۲) محاسبه می‌شود.

$$\int_{V_P} S_\phi(\phi) dV = S_c V_P + S_p V_P \phi_P \quad (74-2)$$

۳-۴-۳ انگرال زمانی

در این قسمت انگرال و مشتق زمانی از معادلهٔ انتقال عمومی تحلیل و بررسی می‌شود. با استفاده از منطق مشابه در شکل‌گیری معادلات (۵۱-۲) و (۵۲-۲)، رابطهٔ انگرالی برای معادلهٔ انتقال عمومی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{d}{dt} \int_V \phi dV + \int_V \nabla \cdot (\bar{\nabla} \phi) dV - \int_V \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi) dV \right] dt = \quad (75-2)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[\int_V S_\phi(\phi) dV \right] dt$$

با استفاده از معادلات (۵۸-۲)، (۶۶-۲) و (۷۴-۲) می‌توان شکل دیگری از رابطه انتگرالی را برای معادله انتقال عمومی بازنویسی کرد.

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_P V_P + \sum_f F \phi_f - \sum_f (\Gamma_\phi)_f \mathbf{A} \cdot (\nabla \phi)_f \right] dt = \quad (76-2)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} [S_c V_P + S_p V_P \phi_P] dt$$

لازم به ذکر است که گسسته‌سازی زمانی جمله گذرا در معادله (۷۶-۲) حتماً نباید با گسسته‌سازی زمانی جمله‌های مکانی (جابه‌جایی، پخش و جمله‌های چشمی) یکسان و مشابه باشد. هر جمله می‌تواند رفتار متفاوتی را نشان دهد و دقت‌های متنوعی را ایجاد کند. تا زمانی که جمله‌های معادله انتقال عمومی از دقت مرتبه دوم هستند، دقت کلی از مرتبه دوم خواهد بود.

۱-۳-۴-۲ طرح گسسته‌سازی زمانی کرانک-نیکلسون^۱

با در نظر داشتن فرضیه تغییر خطی کمیت ϕ با t (معادله (۵۵-۲))، انتگرال و مشتق زمانی به طور مستقیم از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_P = \frac{\phi_P^n - \phi_P^{n-1}}{\Delta t} \quad (77-2)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi(t) dt = \frac{1}{2} (\phi^{n-1} + \phi^n) \Delta t \quad (78-2)$$

در رابطه (۷۷-۲)، $\phi^{n-1} = \phi(t)$ و $\phi^n = \phi(t + \Delta t)$ مقدار متغیر وابسته را به ترتیب در زمان‌های جدید و قبلی نشان می‌دهند. این معادله مشتق زمانی کمیت ϕ را در زمان $(t + \Delta t/2)$ به مقدار آن در زمان‌های $n-1$ و n مرتبط می‌سازد. با ترکیب معادلات (۷۶-۲)، (۷۷-۲) و (۷۸-۲) معادله انتقال عمومی از شکل انتگرالی خارج می‌گردد.

$$\begin{aligned} & \frac{\phi_P^n - \phi_P^{n-1}}{\Delta t} V_P + \frac{1}{2} \left[\sum_f F \phi_f - \sum_f (\Gamma_\phi)_f \mathbf{A} \cdot (\nabla \phi)_f \right]^n \\ & + \frac{1}{2} \left[\sum_f F \phi_f - \sum_f (\Gamma_\phi)_f \mathbf{A} \cdot (\nabla \phi)_f \right]^{n-1} \\ & = \frac{1}{2} [S_c V_P + S_p V_P \phi_P]^n + \frac{1}{2} [S_c V_P + S_p V_P \phi_P]^{n-1} \end{aligned} \quad (79-2)$$

طرح گسسته‌سازی زمانی کرانک-نیکلسون دارای دقت مرتبه دوم در زمان است و به مقادیر صفحه‌ای و مرکزی سلول از کمیت‌های ϕ و $\nabla \phi$ همراه با شارهای جابه‌جایی و پخش برای هر دو سطح زمانی کنونی و جدید احتیاج دارد. با توجه به این‌که شار و مولفه غیرمتعادمد از جمله پخش باید با استفاده از خصوصیات جریان در زمان جدید محاسبه شوند، طرح کرانک-نیکلسون در طی هر گام زمانی از

^۱ Crank-Nicholson

تکرارهای درونی بهره می‌برد. ضرورت وجود حافظه قدرتمند برای ذخیره‌سازی حجم انبوه متغیرهای اشاره شده، هزینه محاسباتی این طرح را در مقایسه با طرح تفاضل پسرو افزایش می‌دهد.

۴-۳-۲-۲ طرح تفاضل پسرو مرتبه دوم

از آن جایی که تغییر کمیت ϕ در زمان به صورت خطی فرض شده است، معادله (۷۷-۲) مشتق زمانی را تنها در $(t + \Delta t/2)$ با دقت مرتبه دوم گستته می‌کند. اگر مقدار انتگرال کمیت ϕ با مقدار آن در زمان t یا $t + \Delta t$ یکسان فرض شود، دقت آن یک مرتبه کاهش می‌یابد. با این حال همان‌طور که پیش از این نیز اشاره شد، اگر مشتق زمانی با دقت مرتبه دوم گستته‌سازی شود، تمام گستته‌سازی معادله انتقال بدون نیاز به گستته‌سازی مرکزی جمله‌های مکانی در زمان، از دقت مرتبه دوم خواهد بود. طرح تفاضل پسرو از سه سطح زمانی برای محاسبه مشتق زمانی استفاده می‌کند.

$$\phi^{n-2} = \phi^{t-\Delta t} \quad (80-2)$$

$$\phi^{n-1} = \phi^t \quad (81-2)$$

$$\phi^n = \phi^{t+\Delta t} \quad (82-2)$$

بسط سری تیلور برای سطح زمانی $n - 2$ حول زمان n با رابطه (۸۳-۲) نوشته می‌شود.

$$\phi^{n-2} = \phi^n - 2\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)^n \Delta t + 2\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}\right)^n \Delta t^2 + o(\Delta t^3) \quad (83-2)$$

همچنین بسط سری تیلور برای سطح زمانی $n - 1$ حول زمان n با خطای برش مرتبه سوم به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\phi^{n-1} = \phi^n - \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)^n \Delta t + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}\right)^n \Delta t^2 + o(\Delta t^3) \quad (84-2)$$

با ترکیب معادلات (۸۳-۲) و (۸۴-۲) یک تقریب مرتبه دوم از مشتق زمانی در زمان جدید (n) به دست می‌آید.

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)^n = \frac{\frac{3}{2}\phi^{n-2}\phi^{n-1} + \frac{1}{2}\phi^{n-2}}{\Delta t} \quad (85-2)$$

با صرف نظر از تغییرات زمانی مشتق‌ها و شارهای صفحه‌ای، معادله (۸۵-۲) گستته‌سازی کاملاً ضمنی با دقت مرتبه دوم را برای معادله انتقال عمومی معرفی و ارائه می‌کند.

$$\frac{\frac{3}{2}\phi^{n-2}\phi^{n-1} + \frac{1}{2}\phi^{n-2}}{\Delta t} V_p + \sum_f F \phi_f^n - \sum_f (\Gamma_\phi)_f \mathbf{A} \cdot (\nabla \phi)_f^n = S_c V_p + S_p V_p \phi_p^n \quad (86-2)$$

تجربه نشان داده است [۷۳] اگرچه طرح تفاضل پسرو در اجرای شبیه‌سازی عددی، ارزان‌تر و ساده‌تر از طرح کرانک-نیکلسون عمل می‌کند اما نتایج آن در خطای قطع یکسان چهار برابر بزرگ‌تر از نتایج حاصل از طرح کرانک-نیکلسون است. عامل این اختلاف ریشه در فرضیه عدم توجه به تغییرات زمانی مشتق‌ها و شارهای صفحه‌ای دارد. این خطا خود را به صورت دیفیوژن اضافی آشکار می‌سازد که مشابه با

دیفیوژن عددی اضافه شده به سیستم در طرح تفاضل بالادست از جمله جابه‌جایی است. پیش از این نیز بیان شد، این دیفیوژن اضافی در شبیه‌سازی گردا بههای بزرگ نامطلوب بوده چراکه ممکن است دیفیوژن زیرشبکه‌ای بسیار کوچک باشد و به راحتی با خطای عددی پوشیده شود. در عمل به منظور برقراری پایداری طرح تفاضل مرکزی، عدد کورانت سطح سلول با ارجاع به شکل ۴-۲ باید به مقداری کمتر از یک محدود گردد.

$$CFL = \frac{\bar{V}_f \cdot n}{|d|} = \frac{F|A|}{|A||d|} \quad (4-2)$$

در نتیجه گام زمانی بسیار کوچک خواهد بود که اندازه خطای دیفیوژن زمانی را در پایین‌ترین سطح نگاه می‌دارد. با توجه به سهولت پیاده‌سازی و هزینه نسبتاً اندک، طرح تفاضل پسرو در محاسبه مشتق زمانی برگزیده شد.

۴-۴-۲ گستته‌سازی معادله ناویراستوکس

اگرچه معادله انتقال عمومی مقدمه‌ای مفید در تشریح شیوه‌های گستته‌سازی بود، ابعادی مبهم مختص سیستم معادلات ناویراستوکس وجود دارد که نیاز به توجه ویژه‌ای دارند. شکل تراکم‌ناپذیر از معادلات ناویراستوکس در شبیه‌سازی گردا بههای بزرگ با معادلات (۱۲-۲) و (۱۳-۲) بیان شد. جمله جابه‌جایی، (۷۰)، ماهیت غیرخطی را در سیستم معادلات وارد می‌کند که در شکل کلی معادله انتقال معرفی نشد. از طرفی معادلات فشار-سرعت کوپل شده، متغیر مجھول دیگری را در سیستم معادلات به کار می‌گیرند. نگاهی دقیق‌تر به جمله پخش آشفتگی مدل شده (۲) نیز ضروری است زیرا ضریب پخش یک متغیر وابسته بوده و ثابت نخواهد بود.

۴-۴-۳ دیفیوژن (پخش) آشفتگی

با وجود روش‌های گوناگون، در این پژوهش اثر اغتشاشات مقیاس‌های زیرشبکه‌ای بر روی مقیاس‌های حل شده (یعنی سیستم ناویراستوکس) بسته به مدل مقیاس زیرشبکه‌ای به دو طریق مدل‌سازی می‌گردد؛

- در مدل‌های حاوی لزجت گردا به، تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای با به‌کارگیری فرضیه بوزینسک^۱ تعیین می‌شود [۱۱]. این فرضیه تنش‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای را با ساختاری مشابه با تنש‌های لزجی مدل می‌کند و اثر آن‌ها به صورت یک لزجت افزوده (اضافی) شبیه مدل‌سازی معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز بیان می‌شود. همین لزجت اضافی تنها مجھول سیستم معادلات را تشکیل می‌دهد. مدل‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای از شیوه‌های

^۱ Boussinesq assumption

گوناگونی برای مدل‌سازی لزجت گردابه استفاده می‌کنند. با تعیین لزجت گردابه، سیستم معادلات کامل گردیده و توسط حلگر قابل محاسبه است. بنابراین گردآوری توزیع دیفیوژن مرتبط با لزجت ملکولی و اغتشاشات مقیاس‌های زیرشبکه‌ای در یک جملهٔ تنش واحد، منطقی و پسندیده است.

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\tau}) \mathbf{I} - v_{SGS} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} + (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})^T) = \frac{2}{3} k \mathbf{I} - v_{SGS} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} + (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})^T) \quad (88-2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= v (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} + (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})^T) - \boldsymbol{\tau} = (v + v_{SGS}) (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} + (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})^T) - \frac{2}{3} k \mathbf{I} \\ &= v_{eff} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} + (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})^T) - \frac{2}{3} k \mathbf{I} \end{aligned} \quad (89-2)$$

در معادلهٔ بالا v_{eff} نشان‌دهندهٔ لزجت موثر است. انرژی جنبشی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای (k) سهم بسیار ناچیزی از انرژی آشفتگی را شامل می‌شود و می‌توان از مقدار آن در معادلات صرف‌نظر کرد. جمله‌های گرادیان سرعت و ترانهاده گرادیان سرعت به طور جداگانه گسسته‌سازی می‌شوند. از این‌رو تansور تنش به دو قسمت تقسیم می‌شود؛ قسمت اول نمایندهٔ دیفیوژن بوده و دیگری به عنوان جملهٔ چشمی لحاظ می‌شود. این عمل به دلیل افزایش راندمان و کارایی محاسباتی انجام می‌شود. اگر ترانهاده گرادیان سرعت نیز به عنوان شار دیفیوژن در نظر گرفته می‌شد، تمام سه مولفهٔ سرعت به یک سیستم معادلات منفرد پیوند می‌خورد، یعنی مقدار هر مولفهٔ سرعت به مقدار فعلی هر دو مولفهٔ دیگر وابسته می‌شد. هرچند که یک چنین سیستم مرتبط از معادلات قبل حل است، اما نیاز شدید به منابع محاسباتی (به خصوص حافظه) و پیاده‌سازی یک حلگر مخصوص در پایگاه کدهای محاسباتی نرمافزار پرهیزینه و نامعقول است. بنابراین جملهٔ ترانهاده برای زمان $t + \Delta t$ با استفاده از سرعت در زمان t محاسبه می‌شود. با استفاده از شیوهٔ گسسته‌سازی معادلهٔ (۶۶-۲) برای جملهٔ پخش و قانون نقطهٔ مرکزی برای جملهٔ ترانهاده، انتگرال جملهٔ $\mathbf{B} \cdot \nabla$ با رابطهٔ (۹۰-۲) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \int_{V_P} \nabla \cdot \mathbf{B} dV &= \int_{V_P} \nabla \cdot [v_{eff} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} + (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})^T)] dV \\ &= \sum_f (v_{eff})_f \mathbf{A} \cdot (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})_f + \nabla \cdot [v_{eff} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}}^{n-1})^T] V_P \end{aligned} \quad (90-2)$$

در این معادله، گرادیان‌های سرعت صفحه‌ای، ${}_f(\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}})$ ، از معادلهٔ (۶۷-۲) و جملهٔ گرادیان مرکزی سلول، $(\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}}^n)$ ، از معادلهٔ (۵۸-۲) تعیین می‌شود. شکل دیگری از معادلهٔ (۹۰-۲) با جایگذاری جمله‌های مذکور، بر مبنای ضرایب تعریف شده بازنویسی می‌گردد.

$$\int_{V_P} \nabla \cdot \mathbf{B} dV = a_{dP} \bar{\mathbf{V}}_P + \sum_N a_{dN} \bar{\mathbf{V}}_N + a_{dC} \quad (91-2)$$

$$a_{dP} = \sum_f \frac{|\mathbf{A}|}{|\mathbf{d}|} \quad (92-2)$$

$$a_{dN} = \frac{|\mathbf{A}|}{|\mathbf{d}|} \quad (93-2)$$

$$a_{dC} = \sum_f \mathbf{A}_\Delta \cdot (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}}^{n-1})_f + \nabla \cdot [v_{eff} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}}^{n-1})^T] V_P \quad (94-2)$$

باید توجه داشت که a_{dc} تنها به سرعت در زمان قبلی بستگی دارد.

-۲- در مدل‌های بدون لزجت گردابه (مدل‌های گرادیانی)، تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای به طور صریح و بدون نیاز به لزجت گردابه مدل‌سازی می‌شود. از این‌رو با قراردادن رابطه تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای از مدل‌های متنوع در معادله (۵۲-۲)، سیستم معادلات تکمیل می‌شود. از آن‌جایی که نرمافزار اپن‌فوم برای مدل‌سازی تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای از مدل‌های لزجت گردابه بهره می‌گیرد، کتابخانه‌ای برای محاسبه تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای حاصل از مدل‌های گرادیانی ایجاد نشده است. لذا در این تحقیق علاوه بر اعمال مدل گرادیانی تنظیم شده در قسمت مدل‌های آشفتگی نرمافزار، کتابخانه‌ای با هدف محاسبه تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای گرادیانی نیز ایجاد شد.

۲-۴-۴-۲ جمله جابه‌جایی

انتقال غیرخطی از جمله مومنتم ($\bar{\nabla} \cdot (\bar{V}\bar{V})$)، در توابع درجه دوم از سرعت به وقوع می‌پیوندد و باید خطی شود. با توجه به گسسته‌سازی جمله جابه‌جایی عمومی (معادله (۵۹-۲)) و جایگزینی کمیت ϕ با \bar{V} ، جمله جابه‌جایی مومنت حاصل می‌شود. خطی‌سازی با جایگذاری مقدار سرعت از تکرار قبل برای یکی از جمله‌ها انجام می‌شود.

$$\begin{aligned} \int_{V_P} \nabla \cdot (\bar{V}\bar{V}) dV &= \int_{\partial V} d\mathbf{A} \cdot (\bar{V}\bar{V}) = \sum_f \mathbf{A} \cdot \bar{V}_f \cdot \bar{V}_f \approx \sum_f (\mathbf{A} \cdot \bar{V}_f^{n-1}) \cdot \bar{V}_f^n \quad (95-2) \\ &= \sum_f (F^{n-1}) \cdot \bar{V}_f^n \end{aligned}$$

بنابراین شار استفاده شده برای حل سرعت در زمان جدید توسط میدان سرعت زمان فعلی به تأخیر می‌افتد. تقریب کمیت‌های صفحه‌ای در معادله (۹۵-۲) با طرح تفاضل مرکزی (یا هر طرح دیگری)، جمله جابه‌جایی مومنتم سلول‌مبدا را شکل می‌دهد.

$$\sum_f (F^{n-1}) \cdot \bar{V}_f^n = a_{cP} \bar{V}_P + \sum_N a_{cN} \bar{V}_N \quad (96-2)$$

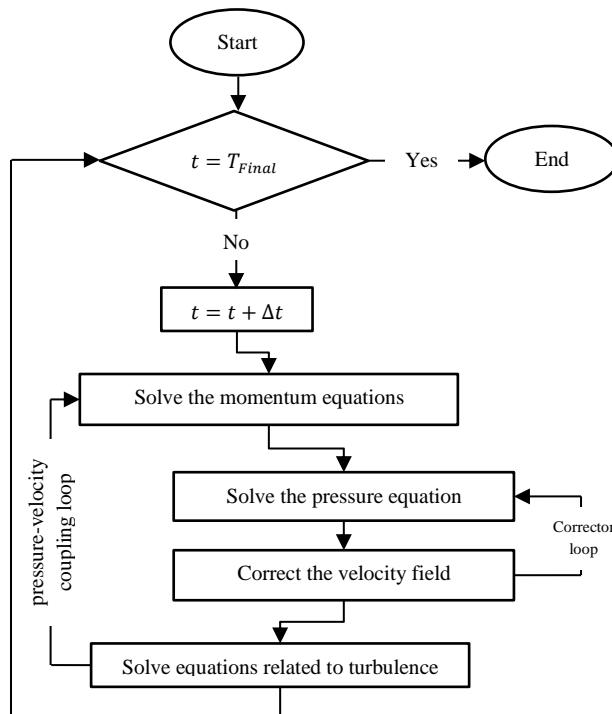
در تساوی بالا ضرایب a_{cP} و a_{cN} توابعی صریح از \bar{V}_f^{n-1} هستند.

۳-۴-۴-۲ معادله فشار

در این مطالعه، از دو الگوریتم پیمپل و پیزو^۱ برای کوپل کردن فشار به سرعت از طریق بقای شار استفاده شده است. حلگر پیمپل فوم برای حل معادلات ناویراستوکس فیلترشده در نرمافزار اپن‌فوم طراحی و پیاده سازی شده است. این حلگر توانایی به کارگیری انواع شیوه‌های مدل‌سازی آشفتگی را در تحلیل رفتارهای متنوع از جریان‌های مختلف دارد. الگوریتم استفاده شده در این حلگر بر مبنای ترکیبی از الگوریتم‌های

^۱ Pressure Implicit with Splitting of Operators (PISO)

گذرای سیمپل^۱ و پیزو شکل گرفته است [۷۰، ۷۴]. مراحل اساسی و مهم از الگوریتم حلگر پیمپل فوم در شکل ۷-۲ بیان شده است.



شکل ۷-۲ گام‌های اساسی از الگوریتم پیاده‌شده در حلگر پیمپل فوم.

الگوریتم پیمپل در شروع هر گام زمانی، زمان شبیه‌سازی را با مقدار گام زمانی افزایش می‌دهد. سپس حلقه معادلات کوپل شده فشار و سرعت اجرا می‌شود. داخل این حلقه ابتدا معادله مومنتم حل شده و پس از آن حلقه تصحیح وارد می‌شود. داخل حلقه تصحیح، معادله فشار حل می‌شود و میدان سرعت تا رسیدن به شرایط پیوستگی ($\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$) اصلاح می‌گردد. در نهایت، حلقه اول با حل معادلات مرتبط با مدل‌سازی آشفتگی پایان می‌یابد.

در نرم‌افزار اپن‌فوم این امکان فراهم شده است تا تعداد اجرای حلقه معادلات کوپل شده فشار و سرعت تنظیم شود. در حالتی که این حلقه تنها یکبار انجام شود، الگوریتم حلگر پیمپل فوم با الگوریتم پیزو یکسان خواهد بود. مشابه حلقه بیرونی، تعیین تعداد دفعات اجرای حلقه تصحیح نیز امکان‌پذیر است. برای دست‌یافتن به الگوریتم گذرای سیمپل کافی است این تعداد را یک قرار داد.

افزایش تعداد تکرارهای حلقه تصحیح در کنار ضرایب زیرتخفیف^۲ مناسب می‌تواند با افزایش گام زمانی همراه باشد که این خود زمان محاسبات کلی را کاهش می‌دهد. گام زمانی در شبیه‌سازی‌های این تحقیق به اندازه کافی کوچک انتخاب شده است تا عدد کورانت را کمتر از یک نگاه دارد. بنابراین برای

¹ Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations (SIMPLE)

² Under-relaxation

حلقه بیرونی و حلقة تصحیح به ترتیب از یک و دو تکرار استفاده شده است. الگوریتم حلگر پیمپل فوم فعلی در این فوم، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ را تنها با مدل‌های لزجت گردابه انجام می‌دهد. برای به کارگیری مدل مقیاس زیرشبکه‌ای گرادیانی تنظیم شده در این فوم لازم است تا کد نوشته شده در فایل معادله سرعت^۱ از این حلگر تصحیح شود به گونه‌ای که کتابخانه مدل مقیاس زیرشبکه‌ای جدید برای جایگذاری عبارت $\nabla \cdot \mathbf{B}$ در معادله مومنتم فراخوانی گردد. این جمله با عنوان `divDevReff` برای هر مدل زیرشبکه‌ای در پوشۀ مدل‌های آشتفتگی نرم‌افزار این فوم^۲ معرفی شده است.

الگوریتم پیزو توسط عیسی^۳ در سال ۱۹۸۶ پیشنهاد و پایه‌ریزی شد [۷۵]. معادله فشار به شکلی نیمه گسسته از معادله مومنتم (معادله (۷۶-۲)) با به کارگیری تکنیک گسسته‌سازی تشریح شده در بخش‌های قبلی استخراج می‌شود.

$$a_P \bar{\mathbf{V}}_P = \mathbf{H} - \nabla \bar{p} \quad (97-2)$$

در رابطه (۹۷-۲) جمله گرادیان فشار، گسسته‌نشده باقی می‌ماند. هر دو طرف معادله بر حجم سلول تقسیم شده تا امکان درون‌یابی صفحه‌ای ضرایب فرآهم گردد. ضریب a_P متشکل از مجموع ضرایبی از $\bar{\mathbf{V}}_P$ است.

$$a_P = a_{cP} + a_{dP} + a_{tP} \quad (98-2)$$

که ضریبی از $\bar{\mathbf{V}}_P$ ناشی از طرح زمانی است (معادله (۷۹-۲) یا (۸۶-۲)). بردار \mathbf{H} ترکیبی از حاصل ضرب تمام ضرایب ماتریس همسایه در سرعت‌های متناظر آن‌ها و تمام جمله‌های چشمۀ غیرخطی بدون گرادیان فشار است. توزیع این مولفه‌ها تنها زمان حال را شامل می‌شود.

$$\mathbf{H} = \sum_N (a_{cN} + a_{dN}) \bar{\mathbf{V}}_N + a_{tC} + a_{dC} \quad (99-2)$$

ضریب a_{tC} بخشی از مشتق زمانی است که مستقل از $\bar{\mathbf{V}}_N$ بوده و به طرح گسسته‌سازی زمانی وابسته است. تقسیم هر دو طرف معادله (۹۷-۲) بر a_P ، رابطه‌ای برای $\bar{\mathbf{V}}_P$ معرفی می‌کند.

$$\bar{\mathbf{V}}_P = \frac{\mathbf{H}}{a_P} - \frac{\nabla \bar{p}}{a_P} \quad (100-2)$$

بیان سرعت صفحه‌ای با درون‌یابی معادله (۱۰۰-۲) به صورت زیر انجام می‌گیرد.

$$\bar{\mathbf{V}}_f = \left(\frac{\mathbf{H}}{a_P} \right)_f - \left(\frac{\nabla \bar{p}}{a_P} \right)_f \quad (101-2)$$

با در نظر گرفتن فرضیه استفاده شده در معادله (۵۸-۲)، شکل گسسته‌شده معادله پیوستگی (معادله (۱۲-۲)) با تساوی زیر بیان می‌شود.

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} = \sum_f \mathbf{A} \cdot \bar{\mathbf{V}}_f^n = 0 \quad (102-2)$$

¹ UEqn.H

² src/turbulenceModels/incompressible/LES

³ Issa

معادله فشار با جایگذاری \bar{V}_f از معادله (۱۰-۲) در رابطه بالا به دست می‌آید.

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{a_p} \nabla \bar{p} \right) = \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{H}}{a_p} \right) = \sum_f \mathbf{A} \cdot \left(\frac{\mathbf{H}}{a_p} \right)_f \quad (10-3-2)$$

جمله لاپلاسین در طرف چپ معادله (۱۰-۳-۲) و گرادیان فشار در سمت راست معادله (۹۷-۲) می‌توانند به شیوه‌ای مشابه با جمله دیفیوژن در بخش ۲-۴-۲ گسسته‌سازی شوند و شکل نهایی سیستم معادلات ناویراستوکس را ارائه دهنند.

$$a_p \bar{V}_P = \mathbf{H} - \sum_f \mathbf{A} \cdot \bar{p}_f \quad (10-4-2)$$

$$\sum_f \mathbf{A} \cdot \left(\frac{1}{a_p} \right)_f (\nabla \bar{p})_f = \sum_f \mathbf{A} \cdot \left(\frac{\mathbf{H}}{a_p} \right)_f \quad (10-5-2)$$

فرآیند استفاده شده برای حل متغیرهای مجھول \bar{p} و \bar{V} در فلوچارت شکل ۲-۸ ترسیم شده است. در ادامه، مراحل این روش حل توصیف می‌شود.

۱- این روش با شرایط اولیه برای متغیرهای مجھول جریان (\bar{V} و \bar{p})، کمیت‌های آشفتگی (k و \tilde{v}) و شارهای صفحه‌ای (F) شروع می‌شود. خصوصیات اولیه از میدان شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به طور معمول از محاسبات معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز ناپایا استخراج می‌شوند.

۲- گام اول از چرخه حل، بهروزرسانی خصوصیات آشفتگی با استفاده از مقادیر \bar{V} ، \bar{p} و F گام زمانی اولیه یا قبلی است. معادلات گسسته‌سازی شده این مرحله در بخش ۵-۲ تشریح می‌شوند.

۳- در مرحله پیش‌گویی مومنت، سرعت فرضی از مقادیر \bar{p} و F زمان قبلی و معادله (۱۰-۴-۲) به دست می‌آید. روش تکراری گرادیان مزدوج^۱، حل ماتریس حاصل را امکان‌پذیر می‌سازد. مقداردهی اولیه ماتریس با روش‌هایی که توسط وان در ورست^۲ (Bi – CGSTAB) به تفصیل تدوین شده است، زمان همگرایی را سرعت می‌بخشد [۷۶]. این الگوریتم‌ها بر روی ماتریس‌های نامتقارن قابل اجرا هستند. در حالت کلی میدان سرعت حاصل معادله پیوستگی را ارضانمی کند.

۴- سرعت پیش‌بینی شده توسط معادله مومنت، در بهروزرسانی مولفه‌های غیرقطری ماتریس \mathbf{H} به کار گرفته می‌شود (معادله (۹۹-۲)).

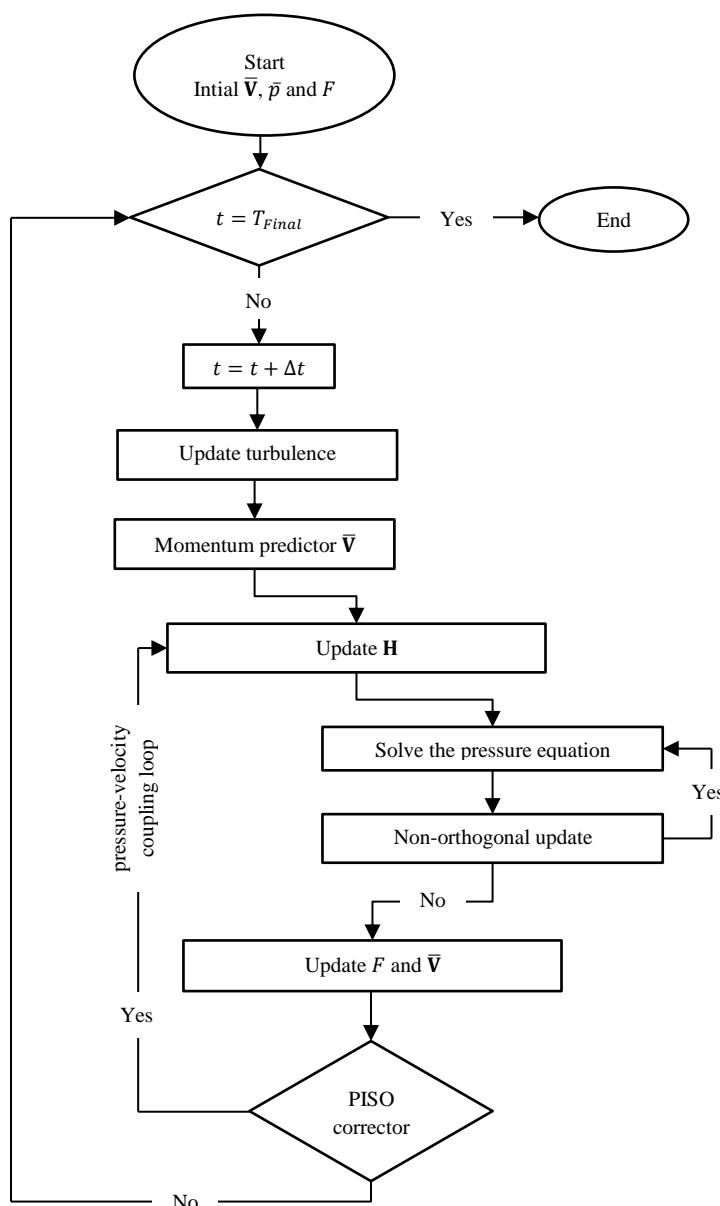
۵- مولفه‌های جدید بهنوبه خود در حل معادله فشار استفاده می‌شوند (معادله (۱۰-۵-۲)). سیستم ماتریس برای معادله فشار با روش تکراری گرادیان مزدوج چولسکی ناقص^۳ حل می‌شود [۷۷].

¹ Conjugate Gradient method (CG)

² Van der Vorst

³ Incomplete Choleski preconditioned Conjugate Gradient (ICCG) method

- ۶- معادله فشار با توجه به ماهیت صریح مولفه غیرمتعامد از درون‌یابی صفحه‌ای کمیت \bar{p} ، باید به صورت تکراری محاسبه گردد. معمولاً یک یا حداکثر دو مرحله تصحیح برای همگرایی مولفه غیرمتعامد کفايت می‌کند.
- ۷- با تعیین فشار در الگوریتم محاسباتی مقدار سرعت‌ها و شارها بهروزشده و دیورژانس آن‌ها صفر می‌گردد. (معادلات (۱۰۴-۲) و (۱۰۱-۲))
- ۸- مراحل چهارم تا هفتم تا زمانی که تغییرات متغیرهای وابسته متوقف گردد، تکرار می‌شوند. با توجه به این‌که گام‌های زمانی در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ اغلب کوچک هستند، به ندرت بیش از ۲ یا ۳ تکرار نیاز می‌شود.
- ۹- در نهایت، روند محاسبات به گام زمانی بعدی منتقل می‌شود و مقادیر فعلی به عنوان حدس اولیه برای حلقهٔ بعدی حل مورد استفاده قرار می‌گیرند.



شکل ۲-۲ فلوچارت عملکرد الگوریتم PISO

۵-۲ پیاده‌سازی مدل‌سازی

در این تحقیق مدل‌های اسماگورینسکی، اسماگورینسکی دینامیکی، دییردورف و گرادیانی تنظیم شده در شبیه‌سازی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای به کار گرفته شده‌اند. بیشتر قسمت‌های معادلات این مدل‌ها با توجه به روش‌های کلی بیان شده در سرفصل‌های پیشین قابل گسته‌سازی است. با این حال اختلافات اندکی نیز وجود دارد. از آنجایی که تمرکز اصلی این پژوهش به کارگیری معادلات جدید و گسته‌سازی

جمله‌های سازنده آن‌ها است، بررسی دقیق عوامل خطا و اختلاف می‌تواند راه را در اجرای بینقص مدل نهایی هموار سازد. برای سادگی، انتگرال‌های زمانی و حجم نشان داده نشده است.

۲-۵-۱ مدل انرژی آشفتگی تکمعادله‌ای

مدل انرژی آشفتگی تکمعادله‌ای به تفصیل در بخش ۲-۲-۲ بیان شد. این مدل، لزجت مقیاس‌های زیرشبکه‌ای آشفته (v_{SGS}) را از یک معادله انتقال برای انرژی آشفتگی مقیاس زیرشبکه‌ای با فرض همسانگرdbون آن‌ها به دست می‌آورد. معادله انتقال با رابطه (۲۲-۲) ارائه می‌شود.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \underbrace{\nabla \cdot (k \bar{V})}_{\text{convection}} - \underbrace{\nabla \cdot [(v + v_{SGS}) \nabla k]}_{\text{diffusion}} = \underbrace{-\epsilon - \tau: \bar{S}}_{\text{sources}} \quad (22-2)$$

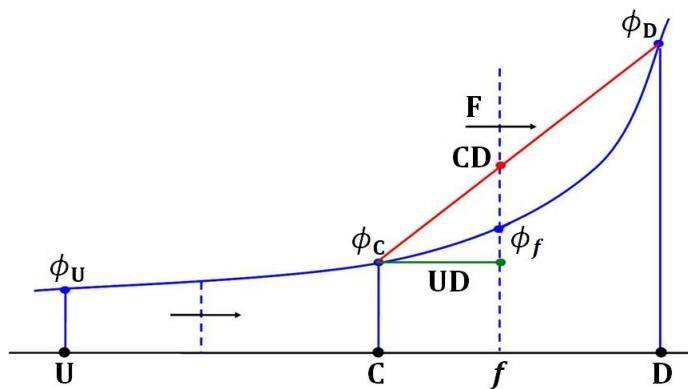
توزیع زمانی، پخش و جمله‌های چشم‌های در معادله انتقال (۲۲-۲) می‌توانند مشابه با آن‌چه در بخش‌های پیشین معرفی و تشریح شد، گسسته‌سازی شوند. تنها تغییر قابل توجه، طرح تفاضلی به کاررفته در محاسبه مقدار مرکزی سطح از کمیت k است. طرح تفاضل مرکزی یک طرح بدون کران است که می‌تواند منجر به تولید مقادیر منفی k گردد و توالی تکراری را با شکست مواجه سازد. از سوی دیگر، طرح تفاضل بالادست کران‌دار، دیفیوژن بیش از حدی را در بیشتر جریان‌های متداول لحظه می‌کند. چاره این مسئله، استفاده از طرح مرکب (مخلوط) است که جنبه‌های خاصی از هر دو روش را برای ایجاد یک طرح سازگار ترکیب می‌کند. طرح حاصل برخی از دقت‌های تفاضل مرکزی را در مسیر محدود کردن نوسانات قربانی ساخته است. طرح ترکیبی/سوئیچی گاما^۱ اولین بار توسط جاساک معرفی شد و در شبیه‌سازی‌ها به کار گرفته شده است [۷۸].

طرح گاما از تفاضل مرکزی در بخش عمده‌ای از حل استفاده می‌کند و هنگامی که محاسبات درون یابی روند نامحدودی را در پیش می‌گیرند، طرح تفاضل بالادست عمل کرده و معادلات را پایدار نگاه می‌دارد. تشخیص امکان رشد بی‌کران مقادیر سلول‌ها به وسیله مقایسه شبیه تغییرات انجام می‌شود. شکل ۹-۲ پروفیل محلی از متغیر وابسته را حول نقطه C نشان می‌دهد که نقاط U و D به ترتیب در بالادست و پایین‌دست آن قرار گرفته‌اند. اگر ϕ_C با مقادیر سلول‌های همسایه خود محدود شود، کران‌دار بودن حل تضمین می‌گردد. به بیان ریاضی باید شرایط $\phi_U > \phi_D > \phi_C$ یا $\phi_U < \phi_D < \phi_C$ برقرار باشد. برای ارزیابی این شرایط، کمیت بدون بعد $\tilde{\phi}_C$ با معادله (۱۰-۷-۳) تعریف می‌شود.

$$\tilde{\phi}_C = \frac{\phi_C - \phi_U}{\phi_D - \phi_U} = 1 - \frac{(\nabla \phi)_f \cdot \mathbf{d}}{2(\nabla \phi)_C \cdot \mathbf{d}} \quad (10-7-3)$$

در حالتی که $\tilde{\phi}_C < 0$ یا $\tilde{\phi}_C > 1$ باشد، شرایط رشد بی‌کران و نامحدود وجود دارد.

^۱ The GAMMA switching/blending scheme

شکل ۹-۲ نمایی از پروفیل متغیر برای $\bar{\phi}_c < \beta_m < 0$.

اگر سوئیچ میان طرح تفاضل بالادست و مرکزی هنگامی که رشد فزاینده تشخیص داده شود بدون معیار و غیرارادی عمل کند، این احتمال وجود دارد که تعویض طرح گستته‌سازی خود به ناپایداری حل کمک کرده و سبب جلوگیری از همگرای شود. برای مقابله با این رفتار ناهنجار، یک فاکتور میرایی (β_m) تعریف شده است که ناپیوستگی میان تغییرات $\tilde{\phi}_c$ در بازه $[0,1]$ را در هنگام تعویض طرح، کنترل می‌کند.

$$\phi_f = \begin{cases} \phi_c & : \tilde{\phi}_c < 0 : UD \\ \left(1 - \frac{\tilde{\phi}_c}{\beta_m}(1 - f_x)\right)\phi_c + \left(-\frac{\tilde{\phi}_c}{\beta_m}(1 - f_x)\phi_D\right) & : 0 < \tilde{\phi}_c < \beta_m : Blended \\ f_x\phi_c + (1 - f_x)\phi_D & : \beta_m < \tilde{\phi}_c < 1 : CD \\ \phi_c & : \tilde{\phi}_c > 1 : UD \end{cases} \quad (10.8-2)$$

اگرچه این طرح در همه‌جا دقت مرتبه دوم را ندارد اما در بسیاری از موقعیت‌ها نقش خود را به خوبی ایفا کرده و نتایج پایدار و همواری با دقت مناسب در اختیار کاربران قرار داده است.

سایر جمله‌ها در سمت راست معادله (۲۲-۲) به عنوان جمله‌های چشمی در نظر گرفته می‌شوند. اولین جمله (ϵ) نشان‌دهنده اتلاف آشفتگی در کوچک‌ترین مقیاس‌ها است. در نتیجه به عنوان یک چاه برای انرژی آشفتگی عمل می‌کند. این جمله با رابطه (۱۰.۹-۲) خطی‌سازی می‌شود.

$$\epsilon = C_\epsilon k^{3/2} \Delta = (C_\epsilon \sqrt{k^{n-1}} \Delta) k^n \quad (10.9-2)$$

در این رابطه کمیت k^{n-1} به صورت تاخیری در زمان محاسبه می‌شود. دومین جمله چشمی در معادله (۲۲-۲) بیان گر فروپاشی آشفتگی مقیاس‌های حل شده به مقیاس‌های زیرشبکه‌ای از طریق فرآیند آبشار انرژی است. این اضمحلال آشفتگی به انرژی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای نیز وابسته است، اما به دلیل این که همواره مثبت است برای بهبود پایداری حل گر به صورت تاخیری در زمان لحظه می‌شود.

$$\tau: \bar{\mathbf{S}} = [v_{SGS}(\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} + \nabla \cdot \bar{\mathbf{V}}^T)]: \bar{\mathbf{S}} = v_{SGS} |\bar{\mathbf{S}}|^2 = C_k \sqrt{k^{n-1}} \Delta |\bar{\mathbf{S}}|^2 \quad (11.0-2)$$

۲-۵ مدل گرادیانی تنظیم شده

مدل گرادیانی تنظیم شده بر پایه بسط تیلور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای بنا شده است و از فرضیه تعادلی محلی به منظور محاسبه انرژی جنبشی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای استفاده می‌کند. این مدل به سرعت‌های فیلترشده و میدان‌های اسکالار وابسته است و در آن یک ضریب ثابت برای تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای تعییه شده است.

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \underbrace{\nabla \cdot (\bar{V}\bar{V})}_{\text{convection}} + \underbrace{\nabla \cdot \tau - \nabla \cdot [v(\nabla \cdot \bar{V})]}_{\text{diffusion}} = -\frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} + \nabla \cdot [v(\nabla \cdot \bar{V})^T] \quad (111-2)$$

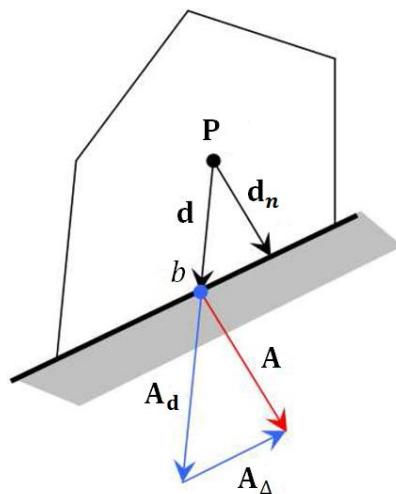
جمله‌های گرادیان سرعت و ترانهاده گرادیان سرعت به طور جداگانه گسسته‌سازی می‌شوند. قسمت اول همراه با تانسور تنش مقیاس‌های زیرشبکه‌ای نماینده دیفیوژن بوده و دیگری در کنار گرادیان فشار، جمله چشمی را شکل می‌دهد. جمله ترانهاده گرادیان سرعت برای زمان $t + \Delta t$ با استفاده از سرعت در زمان t محاسبه می‌شود. کاربرد شیوه گسسته‌سازی معادله (۶۶-۲) برای جمله پخش و قانون نقطه مرکزی برای جمله ترانهاده در کنار گسسته‌سازی توزیع زمانی و جمله جابه‌جایی یکی از مراحل بحرانی در روش محاسباتی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ است. پس از گسسته‌سازی معادلات حاکم، به کارگیری شرایط مرزی مناسب متناسب با شرایط جریان در هندسه‌های گوناگون می‌تواند تصویر دقیقی از رفتار گردابه‌های آشفته را نشان دهد و امکان مقایسه نتایج با داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم را فرآهم سازد.

۶-۲ شرایط مرزی

یکی از حساس‌ترین مراحل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، شرایط مرزی فیزیکی مانند دیواره‌ها، ورودی‌ها و خروجی‌ها هستند. شرایط اولیه که مقادیر معلوم میدان را پیش از اولین گام زمانی محاسبات تشکیل می‌دهند، در زمان همگرایی تاثیر دارند. تولید هر نوع محتوای مغایر با نتایج تجربی می‌تواند ناشی از شرایط مرزی نادرست باشد در حالی که شرایط اولیه اثری گذرا داشته و در نتایج نهایی تغییری ایجاد نمی‌کنند. شرایط اولیه معمولاً از پاسخ‌های معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده رینولدز استخراج می‌شوند.

۱-۶-۲ شرایط مرزی پایه

در این بخش گسسته‌سازی و پیاده‌سازی شرایط مرزی مقدار ثابت، شرط مرزی گرادیان ثابت، شرط مرزی پریودیک^۱ و دیوار) بررسی می‌شود. شکل ۱۰-۲ نام‌گذاری یک حجم کنترل دلخواه با صفحه مرزی b را ترسیم می‌کند. این نام‌گذاری مشابه با کمیت‌های تعریف شده در بخش ۴-۲-۱ برای رفتار غیرمتعادم می‌باشد با این تفاوت که بردار \mathbf{d} به جای اتصال مراکز سلول‌ها، مرکز یک سلول را به مرکز صفحه مرزی وصل می‌کند.



شکل ۱۰-۲ یک حجم کنترل در مجاورت مرز.

۱-۶-۲ شرط مرزی مقدار ثابت

شرط مرزی مقدار ثابت، مقدار متغیر عمومی ϕ را در صفحه b تعیین می‌کند و آن را با ϕ_b نشان می‌دهند. توزیع صفحه مرزی در گسسته‌سازی جمله جابه‌جایی (معادله (۵۹-۲)) به سادگی قابل محاسبه است.

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\bar{\nabla} \phi) dV = \sum_f F \phi_f$$

$$(F \phi_f)_{f=b} = F_b \phi_b \quad (112-2)$$

کمیت F_b شار عبوری از صفحه مرزی است.

لازم‌های گسسته‌سازی جمله دیفیوژن، تعیین گرادیان عمود بر سطح کمیت ϕ در صفحه b است. برای این منظور از یک تصحیح‌کننده صریح مشابه با معادله (۷۰-۲) استفاده شده است.

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi) dV = \sum_f (\Gamma_\phi)_f \mathbf{A} \cdot (\nabla \phi)_f$$

$$\mathbf{A} \cdot (\nabla \phi)_{f=b} = |\mathbf{A}_d| \frac{\phi_b - \phi_P}{|\mathbf{d}|} + \mathbf{A}_\Delta \cdot (\nabla \phi)_P \quad (113-2)$$

^۱ Periodic boundary condition

تفاوت اصلی، استفاده از مرکز سلول مجاور به جای گرادیان سطح درون‌یابی شده در برآورد مولفهٔ صریح است. تجزیهٔ بردار مساحت ($\mathbf{A} = \mathbf{A}_d + \mathbf{A}_\Delta$) با روش توصیف شده در بخش ۲-۴-۲ یکسان است.

شرط مرزی مقدار ثابت در شرایط زیر استفاده می‌شود:

- دیواره‌ها- سرعت یکنواخت ثابت: $\bar{\mathbf{V}} = (0, 0, 0)$
- ورودی‌ها- سرعت غیریکنواخت ثابت: $\bar{\mathbf{V}} = V(x, y, z)$
- خروجی‌ها- فشار یکنواخت ثابت: $\bar{p} = p_{out}$
- تقارن- مولفهٔ عمودی سرعت یکنواخت ثابت: $\bar{\mathbf{V}}_n = (0, 0, 0)$

واژه‌های ثابت و یکنواخت به توزیع مقادیر مرزی در زمان و مکان اشاره دارد.

۲-۱-۶-۲ شرط مرزی گرادیان ثابت

این شرط مرزی مقدار گرادیان عمود بر صفحهٔ مرزی را تعیین می‌کند.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n_b} = \mathbf{n}_b \cdot (\nabla \phi)_b = g_b \quad (114-2)$$

$$\mathbf{n}_b = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|} \quad (115-2)$$

هنگامی که این شرط مرزی به جملهٔ جایه‌جایی اعمال شود، ϕ_b از مقدار مرکزی سلول همراه با تغییر حاصل از گرادیان ϕ به دست می‌آید.

$$\phi_b = \phi_p + \mathbf{d}_n \cdot (\nabla \phi)_b = \phi_p + |\mathbf{d}_n| g_b \quad (116-2)$$

$$\mathbf{d}_n = \mathbf{n}(\mathbf{d} \cdot \mathbf{n}) \quad (117-2)$$

با توجه به این‌که گرادیان سطح مشخص شده است، جملهٔ دیفیوژن به آسانی برای صفحهٔ مرزی گرادیان ثابت تولید می‌شود.

$$(\Gamma_\phi)_b |\mathbf{A}| g_b \quad (118-2)$$

شرایط مرزی گرادیان ثابت برای مرزهای زیر استفاده می‌شود:

- دیواره‌ها، ورودی‌ها و تقارن- گرادیان فشار یکنواخت ثابت: $\frac{\partial p}{\partial n_b} = 0$
- خروجی‌ها- گرادیان سرعت یکنواخت ثابت: $\frac{\partial \bar{\mathbf{V}}}{\partial n_b} = (0, 0, 0)$
- تقارن- گرادیان مولفهٔ موازی سرعت یکنواخت ثابت: $\frac{\partial \bar{\mathbf{V}}_{\parallel}}{\partial n_b} = (0, 0, 0)$

۳-۱-۶-۲ شرط مرزی پریوپریک

مرزهای متناوب در تقریب جهت‌های همگن نامحدود در جریان کانال و دیفیوزر صفحه‌ای نامتقاضی کاربرد دارند. این شرط مرزی با ایجاد ارتباط مستقیم میان مرزهای کوپل شده در ماتریس سیستم معادلات کار می‌کند. به بیان دیگر، اگرچه یک جفت سلول متصل با فاصلهٔ از یکدیگر جدا شده‌اند، از

دیدگاه حلگر در سیستم محاسباتی مجاور هم قرار می‌گیرند. به این ترتیب، هیچ شیوهٔ گسسته‌سازی خاصی در مراحل این نوع مرز مورد نیاز نمی‌باشد.

۷-۲ ساختار نرم‌افزار اپن‌فوم

جعبه‌ابزار دینامیک سیالات محاسباتی اپن‌فوم یک نرم‌افزار رایگان و متن‌باز می‌باشد که به آهستگی محبوبیت فراوانی در میان سازمان‌های تجاری و دانشگاهی پیدا کرده است. این جعبه‌ابزار شامل بیش از ۱۷۰ شبیه‌سازی مبتنی بر قابلیت طراحی و تولید شبکه‌بندی موازی برای انواع جریان‌های تراکم‌ناپذیر، تراکم‌پذیر و چندفازی، جریان‌های شامل واکنش‌های شیمیایی و انتقال حرارت، دینامیک جامدات و الکترومغناطیس می‌باشد. بسیاری از نرم‌افزارهای رایج و تجاری برای ترسیم جریان و شبکه‌بندی هندسه هم‌چون پوینت‌وایز^۱ و تک‌پلات^۲ تنها بر روی یک پردازنده اجرا می‌شوند. پیوند نزدیک اپن‌فوم با برنامه‌های پیش‌پردازش و پس‌پردازش مانند پاراویو^۳ مشکلات پردازش و انتقال داده‌ها توسط نرم‌افزارهای دیگر را رفع کرده است. تاکنون کدهای تجاری بسیاری رواج یافته‌اند اما از محدودیت‌های آن‌ها می‌توان به هزینهٔ بالا، محدودیت دسترسی و محدودیت قابلیت موازی‌سازی اشاره کرد.

توسعهٔ کد اپن‌فوم به سرپرستی هنری ولر^۴ از اواخر سال ۱۹۸۰ میلادی در دانشکدهٔ امپریال^۵ لندن در ادامهٔ کارهای جاساک آغاز شد. ساختار نرم‌افزار اپن‌فوم بر مبنای برنامه‌نویسی شی‌گرا با استفاده از C++ می‌باشد. هدف هنری ولر ایجاد کدهایی با سطح بالا بود که نزدیک‌ترین شباهت را به نمادهای ریاضی متعارف برای تansورها و معادلات دیفرانسیل با مشتقهای جزئی داشته باشند [۷۹].

اپن‌فوم از محبوبیت گسترده‌ای برخوردار است و بسیاری از کاربران آن در طول سال‌های متمامدی حجم چشم‌گیری از مطالعات خود را در زمینهٔ دینامیک سیالات محاسباتی [۸۰-۸۷]، انتقال حرارت [۸۸، ۸۹]، اثر متقابل ساختار سیال [۹۰، ۹۱] و جریان چند فازی [۹۲] در سراسر دنیا منتشر کرده‌اند. مقالات ارائه شده در دینامیک سیالات محاسباتی شامل مطالعات مدل‌سازی لایه‌مرزی جوی [۸۴، ۹۳]، مدل‌سازی احتراق محرک، اشتعال پاشش دیزل [۹۴]، توربو ماشین [۸۲-۸۵]، دیفیوزرهای صنعتی [۸۳]، جریان اطراف بدنهٔ زیردریایی [۸۶]، جریان دو بعدی اطراف عرشهٔ پل [۸۷] و... می‌باشند. برخی از پژوهش‌های شاخص در ادامه مورد بحث قرار می‌گیرد.

¹ PointWise

² Tecplot

³ ParaView

⁴ Henry Weller

⁵ Imperial College

مهم‌ترین مشکل در استفاده گسترده از اپن‌فوم، راهنمای ضعیف و پراکندگی اطلاعات درباره حل گرها است که اشراف بر همه جوانب آن نیازمند زمان طولانی است. این معضل، بسیاری از کاربران را از ادامه کار با این نرم‌افزار و بهره‌گیری از قابلیت‌های بینظیر آن دل‌سرد می‌کند. کاربران زیادی مدل‌های برجسته‌ای را در این نرم‌افزار پیاده‌سازی و اعتبارسنجی کرده‌اند که اغلب برای کاربردهای صنعتی مناسب هستند. در حالی که تحقیقات اندکی نسبت به بررسی و اعتبارسنجی نرم‌افزار اپن‌فوم (بدون هیچ پیاده‌سازی کد جدید و یا تغییر آن) برای مسائل اساسی همچون جریان بر روی پله‌های پیشرو و پسرو، صفحات تخت، مسئله ریمان و شوک مایل صورت گرفته است. علاوه بر این، هیچ‌یک از این مطالعات بر روی عملکرد الگوریتم‌های عددی به منظور محاسبه تقریب‌های مشتقات زمانی، گسسته‌سازی معادله مومنتوم، نحوه ارتباط معادلات فشار و سرعت و حل‌گرهای ماتریس موجود در اپن‌فوم انجام نشده است. جدول ۱-۲ خلاصه‌ای از طرح‌های عددی نرم‌افزار اپن‌فوم را نشان می‌دهد.

جدول ۱-۲ اسکیم‌های عددی موجود در اپن‌فوم [۹۵].

Discretization	Schemes (in-text notation)	Description/comments	
Time schemes	Euler (1-E) Backward difference (2-BD) Crank–Nicholson (2-CN)	1st order bounded implicit 2nd order implicit 2nd order bounded implicit	
Gradient	Least squares (2-LS, 4-LS) Central differencing (2-UGCD) Limited central difference (2-GCD)	2nd and 4th order 2nd order Central differencing 2nd order central differencing, bounded by gradient limiter parameter K_g	
Spatial discretization	Divergence	Bounded central difference (2-BCD) TVD schemes (1-LVL, 2-LVL) Linear upwind (2-LU)	Central differencing, 2nd order bounded, NVD using blending parameter K_D MUSCL, van Leer, Cubic-limiter, 1st/2nd order bounded Upwind differencing, 2nd order unbounded
	Laplacian surface normal gradient	Uncorrected (1-LUC) Corrected (2-LC) Limited (2-LLC)	Bounded 1st order, uncorrected Unbounded 2nd order, deferred corrected Blend of 2-LC and 1-LUC using blending parameter K_L
Pressure–velocity coupling	PISO SIMPLE SIMPLEC PIMPLE	Used as transient algorithm Used as steady-state algorithm for incompressible flow Used as steady-state algorithm for compressible flow Merged PISO-SIMPLE algorithm	
RANS	$k-\varepsilon$ $k-\omega$ SA RSTM	Two-equation standard, low-Re, realizable, RNG, Lien Cubic Two-equation standard and SST One-equation Spalart–Allmaras 7-equation Reynolds stress transport model	
Turbulence models	Hybrid RANS/LES	SAS DES, DDES, IDDES Smagorinsky Dynamic Smagorinsky Scale-similarity	$k-\omega$ SST based scale adapted model SA based DES, delayed DES and improved DDES models Constant coefficient model Dynamic evaluation of model coefficient Structure model
Wall functions	k ω ε v_t	$kqRWallFunction$ $omegaWallFunction$ $epsilonWallFunction$ $nutkWallFunction$ $nutUSpaldingWallFunction$	Acts as a zero-gradient condition for modeled k Automatic wall function condition for ω Standard wall function for ε Generates near-wall profile of v_t based on modeled k Spalding's law of the wall

اپن‌فوم محدوده وسیعی از طرح‌های عددی برای گسسته‌سازی زمان، گسسته‌سازی مکان، ارتباط معادلات فشار و سرعت، حل‌گرهای ماتریس و مدل‌های آشفتگی متداول را در اختیار کاربران قرار می‌دهد.

از طرح‌های گسسته‌سازی زمانی می‌توان به طرح‌های زمانی اویلر، تفاضل پسرو و کرنک-نیکلسون اشاره کرد. برای گسسته‌سازی جمله‌های گرادیانی طرح‌های مرتبه دوم و چهارم استفاده می‌شود. این در حالی است که تنها طرح‌های تا دقیقت مرتبه دوم برای گسسته‌سازی جمله‌های لایل‌سین و دیورژانس در

PIMPLE و PISO، SIMPLE و گوریتم سه دسترس می‌باشند. برای ارتباط معادلات فشار و سرعت سه الگوریتم GAMG^۳، PBICG^۲ و PCG^۱ هستند. از مدل‌های آشفتگی موجود می‌توان مدل‌های اسماگورینسکی و اسماگورینسکی دینامیکی را برای شبیه‌سازی LES^۴ نام برد. بسته نرم‌افزاری اپن‌فوم قابلیت حل معادلات ناویراستوکس فیلترشده را با روش حجم محدود فرآهم می‌سازد. روش حجم محدود بر پایه تقسیم دامنه محاسباتی به حوزه‌های کوچک غیرمتقطع و چندوجهی به نام حجم کنترل شکل گرفته است. شکل‌های متنوعی از این روش توسعه یافته است اما در اپن‌فوم تمام متغیرها در مرکز حجم کنترل ذخیره می‌شوند. این مقدار مرکزی به تمام حجم کنترل نسبت داده می‌شود. به راحتی می‌توان نشان داد که این تقریب‌ها، از دقت مرتبه دوم هستند [۷۰]. استخراج معادلات گستته شده با انتگرال گیری از معادلات اولیه بر روی حجم کنترل در بازه زمانی Δt آغاز می‌شود.

شبیه‌سازی یک مسئله در نرم‌افزار اپن‌فوم به حداقل سه پوشۀ اصلی نیاز دارد. اولین پوشۀ با عنوان پوشۀ ۰ شناخته می‌شود و در آن شرایط اولیه و شرایط مرزی برای متغیرهای مسئله تعریف می‌گردد. پوشۀ دوم شامل اطلاعاتی درباره هندسه مسئله، خواص سیال، نوع جریان و ثوابت فیزیکی است. از این رو با نام پوشۀ ثوابت^۵ معرفی می‌شود. زمان شروع و پایان شبیه‌سازی، گام زمانی، طرح‌های عددی و دقت حل در پوشۀ سیستم^۶ تعیین می‌گردند.

۸-۲ مطالعات انجام شده با نرم‌افزار اپن‌فوم

ویلیز^۷ در سال ۲۰۰۶ دو روش متفاوت برای رفتار دیواره را در مدل‌سازی‌های DES و LES با به کارگیری نرم‌افزار اپن‌فوم پیاده‌سازی و ارزیابی نمود [۹۶]. او از جریان‌های مختلف همچون جریان کاتال با عدد رینولدز اصطکاکی ۳۹۵ استفاده کرد و نتایج آن را با داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم کیم و همکارانش [۹۷] مقایسه کرد. همچنین می‌توان به استفاده از صفحه نامتقارن واگرا در عدد رینولدز ۱۸۰۰۰ اشاره کرد که با شبیه‌سازی مدل‌های RANS در محدوده تقریبی $y^+ \approx 1$ و یا $y^+ \approx 30$ به همراه توابع دیواره، گستره کاربری آن را وسیع‌تر ساخته است. روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ برای

^۱ Preconditioned Conjugate Gradient solver

^۲ Preconditioned BI-Conjugate Gradient solver

^۳ Geometric Agglomerated Algebraic Multigrid solver

^۴ Large Eddy Simulation (LES)

^۵ Constant

^۶ System

^۷ Villiers

جريان‌های داخلی بسیار پرهزینه است (اگرچه هزینه محاسباتی آن کمتر از روش شبیه‌سازی عددی مستقیم می‌باشد اما در مقایسه با روش‌های RANS هزینه قابل توجهی را شامل می‌شود). برای کاهش هزینه محاسباتی در روش‌های شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، گروه‌های تحقیقاتی بسیاری الزامات و اثرات ساده‌سازی موارد بیان شده را بررسی کرده‌اند که تا به امروز با موفقیت‌های بسیاری همراه بوده است. مطالعات ویلیرز در پی آن است تا مشخص نماید آیا روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ می‌تواند به طور موثر برای جريان‌های آیرودینامیکی نزدیک دیواره حول خودروها در اعداد رینولدز بالا مورد استفاده قرار گیرد. علاوه بر این هدف او کاهش سطوح اختلالات صوتی در چنین جريان‌هایی است. تحقیقات او به دنبال راهی است تا بتوان شبکه‌بندی را در نواحی قابل تامل پالایش کرد و اندازه شبکه کلی را در بهینه ترین حالت قرار داد [۹۶]. زیرا تحلیل و بررسی میدان‌های جريانی مذکور نیازمند شبکه‌بندی بزرگ و حجیم بوده که تولید آن‌ها با پردازنده‌های کنونی امکان‌پذیر نیست.

دولان^۱ در سال ۲۰۰۹ مطالعه "شبیه‌سازی جريان و نوسانات بر روی استوانه‌های متواالی ناسا با به کارگیری نرم‌افزار اپن‌فوم" را برای جريان دوبعدی تراکم‌ناپذیر در عدد ماخ $M = 0.127$ و عدد رینولدز $Re = 166000$ بر روی دو سیلندر با قطر $D = 3.7$ که با فاصله $40 - 30 - y^+ = 30$ از یک‌دیگر قرار گرفته‌اند، با استفاده از مدل URANS $\epsilon - k$ و تعداد ۲۰۵۵۰۸ گره در اپن‌فوم تحلیل و ارزیابی نمود [۸۱]. جريان متوسط و ناپایا پیش‌بینی دقیقی از نتایج آزمایشگاهی را ارائه می‌داد. از طرفی سطوح اغتشاشات منطبق بر نتایج تجربی گزارش شد.

مونتن^۲ و همکاران در سال ۲۰۰۹ تحقیقات عددی از جريان چرخشی ناپایدار در یک دیفیوزر مخروطی را با نرم‌افزارهای فلوئنت^۳ و اپن‌فوم مورد بررسی قرار دادند. در این شبیه‌سازی نرخ جريان ۳۰ لیتر بر ثانیه و تغییرات y^+ بین ۴۰-۲۴۰ بود. همچنین مدل URANS $\epsilon - k$ در شبکه‌ای با دو میلیون سلول انتخاب شد. در این تحقیق از روش مرتبه دوم بالادست خطی ($LU - 2$) برای گسسته‌سازی ترم جابه جایی و روش مرتبه دوم کرانک-نیکلسون ($CN - 2$) برای گسسته‌سازی ترم زمانی استفاده شده است. این بررسی با هدف توسعه و آزمایش راه حل‌های عملی در کنترل علل و اثرات فیزیک پدیده شکست صورت گرفته است. فرکانس اصلی گردابه‌های تجزیه شده با دقت بالایی در گلوگاه دیفیوزر مخروطی گرفته شد و بر نتایج حل عددی منطبق گردید [۸۵].

¹ Doolan

² Muntaen

³ Fluent

۹-۲ زبان برنامه‌نویسی C++ در نرم‌افزار اپن‌فوم

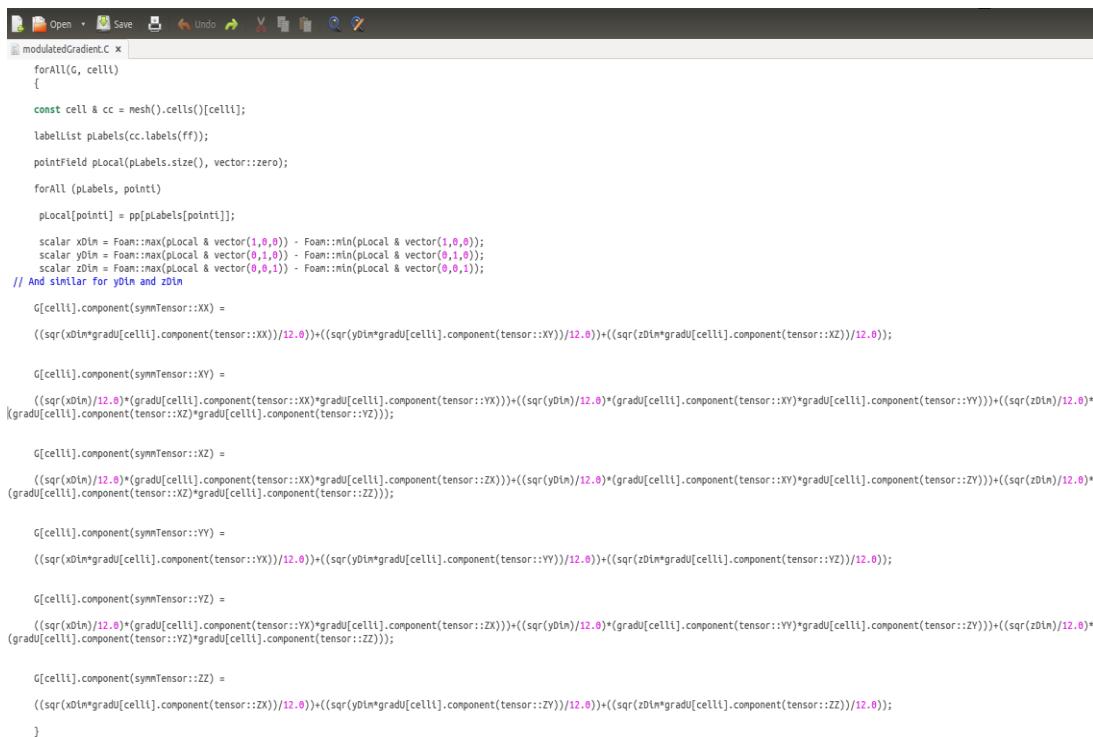
زبان C++ از زبان برنامه‌نویسی C اقتباس شده است. استرووس‌تریپ^۱ با توسعه قابلیت‌های زبان C در اوایل سال ۱۹۸۰ زمینه‌های شکل‌گیری زبان C++ را فرآهم ساخت. مهم‌ترین ویژگی و قابلیت این زبان برنامه‌نویسی، شی‌گرا بودن آن است. برنامه‌نویسی شی‌گرا انقلاب بزرگی در جامعه نرم‌افزاری به وجود آورد. با به کارگیری برنامه‌نویسی شی‌گرا، نرم‌افزار خروجی قابل فهم و نگهداری و سازماندهی آن اصولی تر خواهد بود. از طرفی اصلاح و خطایابی آن در کوتاه‌ترین بازه زمانی انجام می‌شود. تخمین زده می‌شود که هشتاد درصد هزینه یک نرم‌افزار به دوره نگهداری و ارتقای آن در چرخه طول عمرش اختصاص دارد و ارتباطی با نوشتمن و توسعه اولیه نرم‌افزار ندارد.

بخشی از ساختمان هر برنامه جدید را کدهایی تشکیل می‌دهند که ماهیت آن‌ها در بیشتر محاسبات و تحلیل معادلات تکرار می‌شود. بنابراین ائتلاف زمان و هزینه در پروژه‌های سنگین با نوشتمن این قسمت تکراری از برنامه دور از انتظار نیست. زبان برنامه‌نویسی C++ با ایجاد کلاس‌هایی این مشکل را برطرف ساخته است. از طرفی توانایی آن در فراخوانی کتابخانه‌های گوناگون به توسعه برنامه‌های محاسباتی پیچیده کمک کرده است.

قابلیت اصلی و متمایز‌کننده نرم‌افزار اپن‌فوم، استفاده هوشمندانه از توانایی‌های زبان برنامه‌نویسی C++ است. این نرم‌افزار با بهره‌گیری از ساختمان شی‌گرا ساختار منظمی از کلاس‌ها و کتابخانه‌ها را فرآهم نموده است که امکان گسترش این کدها را برای حل مسائل خاص امکان‌پذیر می‌سازد. اپن‌فوم بسیار انعطاف‌پذیر بوده به گونه‌ای که هر فرد به آسانی می‌تواند یک حل‌گر مطابق نیاز خود را ایجاد نماید. از طرفی قابلیت موازی‌سازی حجم گستردگی از تحلیل داده‌ها بدون پرداخت هیچ هزینه‌ای ستودنی است.

تعداد اندکی از مدل‌های ارائه شده در نشریات معتبر توانسته‌اند در بسته نرم‌افزاری اپن‌فوم اعمال شوند. یکی از دلایل آن را می‌توان در پیچیدگی چهارچوب کلی زبان برنامه‌نویسی نرم‌افزار اپن‌فوم برای پذیرش هر گونه معادلات و گستره‌سازی‌های لازم جستجو کرد. کد مدل گرادیانی تنظیم شده که در کتابخانه مدل‌های آشفتگی اپن‌فوم نوشته و اجرا شده است، توانایی پردازش اطلاعات به صورت موازی بر روی حافظه توزیع یافته را دارا می‌باشد. همچنین با به کارگیری پیغام عبور، دسترسی رابط میان پردازنده‌ها امکان‌پذیر می‌گردد. شکل ۱۱-۲ نمایی از معادلات مدل گرادیانی تنظیم شده را در کتابخانه اختصاصی با عنوان MGM نشان می‌دهد.

^۱ Bjarne Stroustrup



```

modulatedGradient.C x
forAll(G, cell)
{
    const cell & cc = mesh().cells()[cell];
    labellist pLabels(cc.labels());
    pointField pLocal(pLabels.size(), vector::zero);
    forAll (pLabels, point)
        pLocal[point] = pp[pLabels[point]];
    scalar xDim = Foam::max(pLocal & vector(1,0,0)) - Foam::min(pLocal & vector(1,0,0));
    scalar yDim = Foam::max(pLocal & vector(0,1,0)) - Foam::min(pLocal & vector(0,1,0));
    scalar zDim = Foam::max(pLocal & vector(0,0,1)) - Foam::min(pLocal & vector(0,0,1));
    // And similar for yDim and zDim
    G[cell].component(symmTensor::XX) =
        ((sqr(xDim)/12.0)*(gradU[cell].component(tensor::XX)/12.0))+((sqr(yDim)*gradU[cell].component(tensor::XY))/12.0)+((sqr(zDim)*gradU[cell].component(tensor::XZ))/12.0);

    G[cell].component(symmTensor::XY) =
        ((sqr(xDim)/12.0)*(gradU[cell].component(tensor::XX)*gradU[cell].component(tensor::YX))+((sqr(yDim)/12.0)*(gradU[cell].component(tensor::XY)*gradU[cell].component(tensor::YY))+((sqr(zDim)/12.0)*
        (gradU[cell].component(tensor::XZ)*gradU[cell].component(tensor::YZ))));

    G[cell].component(symmTensor::XZ) =
        ((sqr(xDim)/12.0)*(gradU[cell].component(tensor::XX)*gradU[cell].component(tensor::ZX))+((sqr(yDim)/12.0)*(gradU[cell].component(tensor::XY)*gradU[cell].component(tensor::ZY))+((sqr(zDim)/12.0)*
        (gradU[cell].component(tensor::YZ)*gradU[cell].component(tensor::ZZ))));

    G[cell].component(symmTensor::YY) =
        ((sqr(xDim)*gradU[cell].component(tensor::YX)/12.0))+((sqr(yDim)*gradU[cell].component(tensor::YY)/12.0)+((sqr(zDim)*gradU[cell].component(tensor::YZ))/12.0));

    G[cell].component(symmTensor::YZ) =
        ((sqr(xDim)/12.0)*(gradU[cell].component(tensor::YX)*gradU[cell].component(tensor::ZX))+((sqr(yDim)/12.0)*(gradU[cell].component(tensor::YY)*gradU[cell].component(tensor::ZY))+((sqr(zDim)/12.0)*
        (gradU[cell].component(tensor::YZ)*gradU[cell].component(tensor::ZZ))));

    G[cell].component(symmTensor::ZZ) =
        ((sqr(xDim)*gradU[cell].component(tensor::ZX)/12.0))+((sqr(yDim)*gradU[cell].component(tensor::ZY)/12.0)+((sqr(zDim)*gradU[cell].component(tensor::ZZ))/12.0));
}

```

شکل ۱۱-۲ قسمتی از برنامه معادلات مدل گرادیانی تنظیم شده در کتابخانه آشفتگی این فوم.

۱۰-۲ پردازش موازی

اجرای یک فرآیند به طور همزمان با تقسیم عملیات پردازش بر روی چندین پردازنده با هدف افزایش کارایی و بهبود زمان محاسبات انجام می‌شود. حجم بالای شبکه‌بندی در هندسه‌های کانال و پلۀ پسرو انحنادار انجام محاسبات را بر روی یک سیستم محاسباتی غیرممکن می‌سازد. در گام اول مقدار بهینه پردازنده‌های لازم برای هر شبیه‌سازی با توجه به ابعاد هندسه و تعداد سلول‌های محاسباتی با آزمون تست سرعت^۱ تعیین گردید. در این آزمون نرخ کاهش زمان محاسبات در یک بازه زمانی مشخص با افزایش تعداد پردازنده‌ها سنجیده می‌شود. سپس تعداد کافی از سیستم‌های محاسباتی برای برخورداری از حداقل پردازنده‌های مورد نیاز انتخاب شده و از میان آن‌ها یک سیستم به عنوان سیستم مادر^۲ در نظر گرفته می‌شود. در گام بعدی سیستم‌های محاسباتی از طریق کابل شبکه با استفاده از یک سویچ شبکه^۳ به یکدیگر متصل می‌شوند و امکان پردازش و انتقال داده‌ها با سرعت بالا محقق می‌گردد. در مرحله آخر دامنه حل با اجرای دستور decomposePar به تعداد پردازنده‌های لازم تجزیه شده و اطلاعات هر قسمت در پوشۀ جدایگانه بر روی سیستم مادر ذخیره می‌گردد. هر پوشۀ به یک پردازنده اختصاص دارد

¹ Speedup test

² Server system

³ Network switch

که باید به سیستم محاسباتی خود منتقل شود. پوشه‌ها به ترتیب از صفر شماره‌گذاری شده و تعداد پردازندهٔ هر سیستم با شمارهٔ شناسایی آن توسط کاربر در فایل ماشین^۱ تنظیم می‌شود. با اجرای دستور پردازش موازی^۲ در صفحهٔ ترمینال سیستم مادر، هر پردازندهٔ محاسبات خود را بر روی بخشی از هندسه کلی شروع می‌کند. در پایان پردازش نیاز است تا تمام پوشه‌های حل به سیستم مادر انتقال یابند و با اجرای دستور reconstructPar پاسخی یک‌پارچه از هندسهٔ تجزیه‌شده برای زمان‌های مختلف شبیه‌سازی تولید شود. در این گزارش برای شبیه‌سازی دو هندسهٔ کانال و پلهٔ پسرو انجمندار در کمترین زمان ممکن، از ۴ تا ۱۱ سیستم محاسباتی متناسب با حجم شبکه‌بندی و ابعاد هندسه استفاده شده است. هر سیستم محاسباتی دارای ۴ پردازندهٔ اینتل^۳ با آخرین نسخهٔ ماژول حافظهٔ^۴ است که از حالت چندریسمانی^۵ خارج شده است.

^۱ Machines

^۲ Mpirun –hostfile machines –np <number of processor> <name of application> –parallel > logfile

^۳ Intel® Xeon® processor E5-2600 v3 series, Socket R3 LGA2011

^۴ 16 DDR4 DIMM slots up to 2400/2133 MHz

^۵ Multi-Threading

۳ کanal آشفته و پله پسرو انحنادار

در این فصل دو جریان آشفته در هندسه‌های کanal و پله پسرو انحنادار برای ارزیابی دقت مدل‌های مختلف مقیاس‌های زیرشبکه‌ای با نرمافزار اپن‌فوم شبیه‌سازی شده است. داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم نتایج مدل‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای را اعتبارسنجی می‌کنند. شبیه‌سازی جریان کanal آشفته در سه عدد رینولدز اصطکاکی انجام شده در حالی که پله پسرو انحنادار تنها برای عدد رینولدز ۱۳۷۰۰ طراحی شده است. میدان‌های اسکالر، سرعت‌های متوسط، تنش‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای و دیگر پارامترهای آشفتگی جریان برای مدل‌های اسماگورینسکی، اسماگورینسکی دینامیکی و دییردورف گزارش شده است. مدل گرادیانی تنظیم شده با حلگر بهبود یافته کمیت‌های آشفتگی مرتبه اول و مرتبه دوم را با دقت بالایی بازیابی می‌کند. نتایج به صورت تابعی از u^+ ترسیم شده که بیانی از کمیت‌ها را در نگاه نزدیک دیواره به تصویر می‌کشد.

۱-۳ جریان کanal آشفته

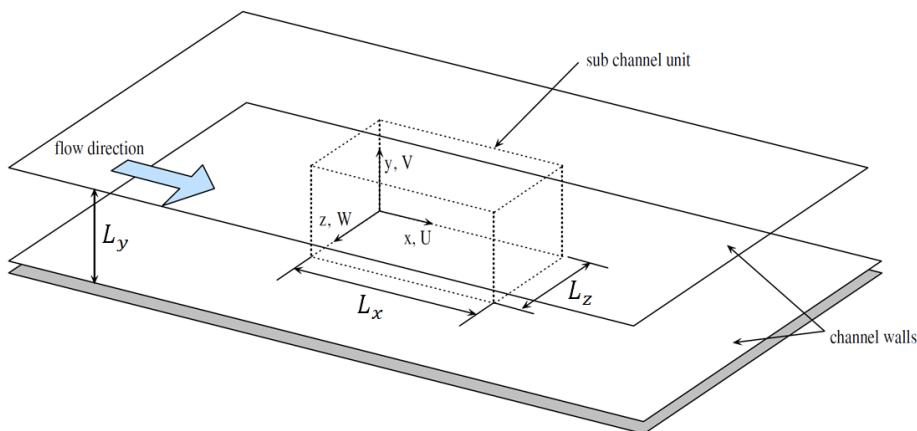
جریان کanal یک مسئله نمونه کلاسیک برای ارزیابی مدل‌های عددی در پیش‌بینی صحیح آشفتگی داخلی است و به طور گسترده در روش‌های محاسباتی و آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار گرفته است. شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ از جریان آشفته کاملاً توسعه یافته در یک کanal مسطح با اعداد رینولدز اصطکاکی ۱۸۰، ۳۹۵ و ۵۹۰ انجام شده است.

$$\text{Re}_\tau = \frac{\rho u_\tau}{v} \quad (1-3)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2-3)$$

در رابطه رینولدز اصطکاکی، u_τ بیان گر سرعت اصطکاکی است و نصف ارتفاع کanal با h نشان داده شده است. سرعت اصطکاکی تابعی از تنفس برشی دیواره و چگالی است. این سرعت در بی بعدسازی کمیت‌های جریان کاربرد دارد.

سیال نیوتونی تراکم‌ناپذیر میان دو صفحه موازی نامحدود با فواصل $0 = y_{\text{dim}} = 2h$ و $y_{\text{dim}} = 0$ جریان دارد. در طرفین کanal از شرط مرزی پریودیک استفاده شده است. این مرزها باید به اندازه کافی دور از هم قرار گیرند تا بزرگ‌ترین ساختارهای گردابی جریان، دامنه محاسباتی را قطع نکنند. شرط عدم لغزش در دیواره بالایی و پایینی حاکم است و اختلاف دمای سطوح بالا و پایین صفر می‌باشد. حوزه محاسباتی برای جریان کanal در شکل ۱-۳ ترسیم شده است.



شکل ۱-۳ حوزه محاسباتی برای شبیه‌سازی جریان کanal.

بعاد مناسب کanal برای هر سه عدد رینولدز با آزمایش‌های تجربی تعیین شده و مقدار آن در جدول ۱-۳ آمده است. شبکه‌بندی در جهت‌های x و z به صورت یکنواخت و برای تحلیل دقیق‌تر گرادیان‌های شدید نزدیک دو دیواره و لایه‌مرزی به شکل متراکم در جهت y ایجاد شده است. تراکم سلول‌ها در نزدیکی $0 = y_{\text{dim}} = 2h$ با به کارگیری رابطه (۳-۳) تعیین می‌شود.

$$z = 2 \frac{(\gamma+1)[(\gamma+1)/(\gamma-1)]^{2z u^{-1}} - \gamma + 1}{2\{1 + [(\gamma+1)/(\gamma-1)]^{2z u^{-1}}\}} \quad (3-3)$$

موقعیت نقاط شبکه را در حالت توزیع یکنواخت بیان می‌کند و γ نشان‌دهنده پارامتر تراکم است. کمیت‌های Δx^+ , Δy^+ و Δz^+ بر حسب u_τ و U به دست می‌آیند و تصویر واضحی را از کیفیت شبکه بندی نشان می‌دهند. مقدار این پارامترهای عددی برای هر مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در جدول ۲-۳ تا جدول ۵-۳ گزارش شده است.

$$\Delta x^+ = \frac{u_\tau \Delta x}{v} \quad (4-3)$$

$$\Delta y^+ = \frac{u_\tau \Delta y}{v} \quad (5-3)$$

$$\Delta z^+ = \frac{u_\tau \Delta z}{v} \quad (6-3)$$

نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم را می‌توان به عنوان حل دقیق معادلات ناویراستوکس برای مقایسه و سنجش دقت مدل‌های آشفتگی در نظر گرفت. این نتایج در سایت دانشگاه تگزاس^۱ برای اعداد رینولدز متفاوت گزارش شده است. سرعت توده سیال و مقدار لزجت سینماتیکی آن برای مطابقت با سه عدد رینولدز ۳۲۵۰، ۶۸۶۷ و ۱۲۵۰۰ محاسبه شده و در جدول ۱-۳ ارائه شده است. برای به جریان انداختن سیال، گرادیان فشار معکوس ثابت بر مبنای سرعت متوسط اعمال می‌گردد. مقدار متوسط زمانی این کمیت با میانگین تنش برشی دیواره برابر است.

جدول ۱-۳ پارامترهای عددی در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ از جریان آشفته کanal.

Re_τ	Re_b	$u_b(m/s)$	$(L_x \times L_y \times L_z)$	$(N_x \times N_y \times N_z)$	$v(m^2/s)$	γ
۱۸۰	۳۲۵۰	۰,۰۶۵	$(4\pi \times 2 \times 4\pi/3)$	$(64 \times 80 \times 64)$	$2e-5$	۱,۲
۳۹۵	۶۸۶۷	۰,۱۳۷۳۴	$(2\pi \times 2 \times \pi)$	$(100 \times 136 \times 80)$	$2e-5$	۱,۱۱۵
۵۹۰	۱۲۵۰۰	۰,۲۵	$(2\pi \times 2 \times \pi)$	$(100 \times 136 \times 80)$	$2e-5$	۱,۰۲۵

جدول ۲-۳ معیارهای سنجش شبکه‌بندی در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با مدل اسماگورینسکی.

Re_τ	Re_b	$u_b(m/s)$	Δx^+	Δy^+	Δz^+
۱۸۰	۳۲۵۰	۰,۰۶۵	۶۶,۳۶۶۱	۱,۰۲۱۴	۲۲,۱۲۲۰
۳۹۵	۶۸۶۷	۰,۱۳۷۳۴	۴۰,۱۱۸۱	۱,۱۳۹۶	۲۵,۰۷۳۸
۵۹۰	۱۲۵۰۰	۰,۲۵	۹۵,۴۴۱۶	۲,۳۶۹۹	۵۹,۶۵۰۹

جدول ۳-۳ معیارهای سنجش شبکه‌بندی در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با مدل اسماگورینسکی دینامیکی.

Re_τ	Re_b	$u_b(m/s)$	Δx^+	Δy^+	Δz^+
۱۸۰	۳۲۵۰	۰,۰۶۵	۴۰,۴۴۸۰	۰,۴۱۶۵	۱۳,۴۸۲۷
۳۹۵	۶۸۶۷	۰,۱۳۷۳۴	۲۴,۲۸۴۵	۰,۴۶۰۹	۱۵,۱۷۷۸
۵۹۰	۱۲۵۰۰	۰,۲۵	۴۰,۶۲۰۸	۰,۶۷۴۳	۲۵,۳۸۷۹

جدول ۴-۳ معیارهای سنجش شبکه‌بندی در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با مدل دیپردورف.

Re_τ	Re_b	$u_b(m/s)$	Δx^+	Δy^+	Δz^+
۱۸۰	۳۲۵۰	۰,۰۶۵	۴۳,۰۹۸۷	۰,۶۶۴۲	۱۴,۳۶۶۲
۳۹۵	۶۸۶۷	۰,۱۳۷۳۴	۲۶,۳۵۷۹	۰,۷۴۹۱	۱۶,۴۷۳۷
۵۹۰	۱۲۵۰۰	۰,۲۵	۴۶,۹۶۶۸	۱,۱۶۶۴	۲۹,۳۵۴۲

جدول ۵-۳ معیارهای سنجش شبکه‌بندی در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با مدل گرادیانی تنظیم شده.

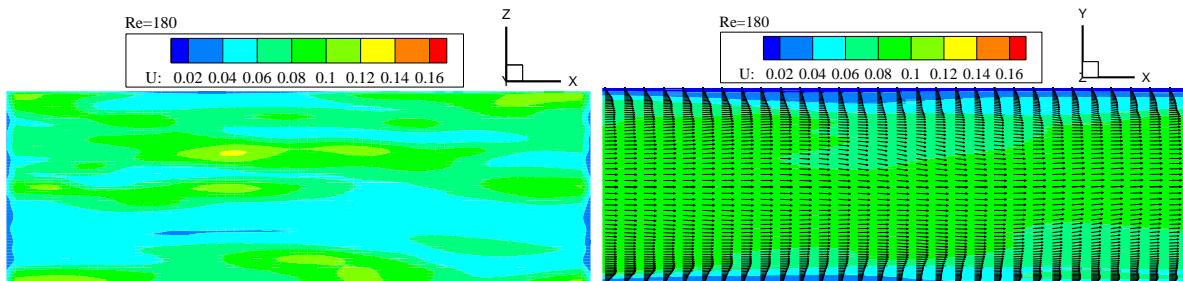
Re_τ	Re_b	$u_b(m/s)$	Δx^+	Δy^+	Δz^+
۱۸۰	۳۲۵۰	۰,۰۶۵	۴۳,۰۹۸۷	۰,۶۶۴۲	۱۴,۳۶۶۲
۳۹۵	۶۸۶۷	۰,۱۳۷۳۴	۲۶,۳۵۷۹	۰,۷۴۹۱	۱۶,۴۷۳۷
۵۹۰	۱۲۵۰۰	۰,۲۵	۴۶,۹۶۶۸	۱,۱۶۶۴	۲۹,۳۵۴۲

^۱ <http://turbulence.ices.utexas.edu/>

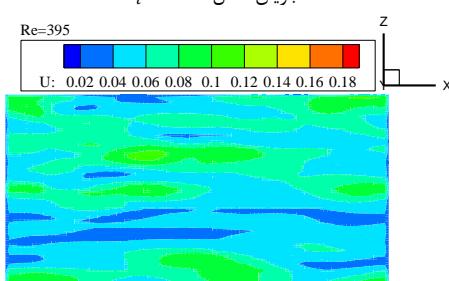
۱۸۰	۳۲۵۰	۰,۰۶۵	۳۹,۷۶۰۸	۰,۶۱۲۱	۱۳,۲۵۳۶
۳۹۵	۶۸۶۷	۰,۱۳۷۳۴	۲۴,۱۵۸۸	۰,۶۸۶۹	۱۵,۰۹۹۳
۵۹۰	۱۲۵۰۰	۰,۲۵	۳۹,۶۷۸۳	۰,۹۸۵۱	۲۴,۷۹۸۹

۱-۱-۳ مقداردهی اولیه جریان کanal

آشته‌ساختن جریان کanal در آغاز فرآیند شبیه‌سازی به برخی نوسانات اولیه نیاز دارد که به صورت مصنوعی بر روی حوزه محاسباتی اعمال می‌شوند. با رشد اغتشاشات اولیه کوچک در میدان جریان، آشفتگی توسعه می‌یابد و شکل‌گیری ساختارهای گردابی‌شکل را در پی دارد. حوزه محاسباتی در تمام شبیه‌سازی‌ها توسعه یک پروفیل پایه بر مبنای اغتشاشات سینوسی مقداردهی اولیه شده است. این پروفیل برای سرعت‌ها از شرایط جریان آرام کاملاً توسعه یافته استخراج می‌شود (مولفه \bar{U} یک پروفیل سهموی و مولفه‌های \bar{V} و \bar{W} مقدار صفر را به خود اختصاص می‌دهند). در شکل ۲-۳ تا شکل ۷-۳ مقداردهی اولیه حوزه محاسباتی توسط یک پروفیل پایه و کانتور سرعت محوری اولیه در $y^+ = 20$ برای هر سه عدد رینولدز اصطکاکی ترسیم شده است.

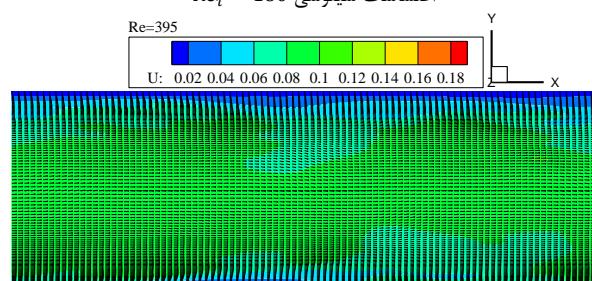


شکل ۳-۳ کانتور سرعت محوری اولیه در $y^+ = 20$ پیش از آغاز شبیه‌سازی
 $Re_\tau = 180$ جریان کanal

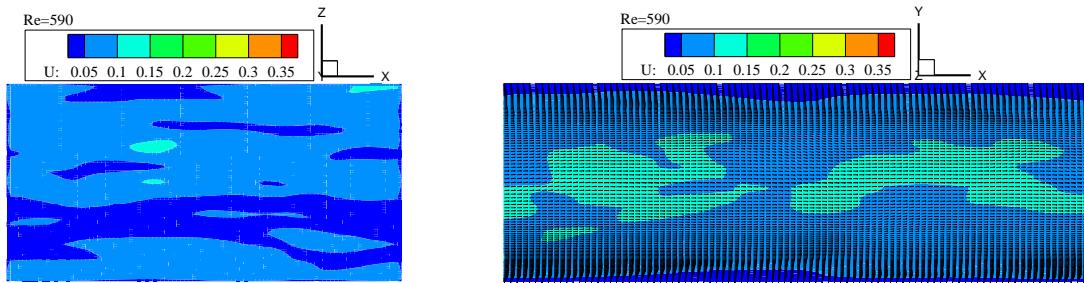


شکل ۵-۳ کانتور سرعت محوری اولیه در $y^+ = 20$ پیش از آغاز شبیه‌سازی
 $Re_\tau = 395$ جریان کanal

شکل ۲-۳ مقداردهی اولیه حوزه محاسباتی توسط یک پروفیل پایه بر مبنای اغتشاشات سینوسی $Re_\tau = 180$



شکل ۴-۳ مقداردهی اولیه حوزه محاسباتی توسط یک پروفیل پایه بر مبنای اغتشاشات سینوسی $Re_\tau = 395$



شکل ۷-۳ کانتور سرعت محوری اولیه در $y^+ = 20$ پیش از آغاز شبیه‌سازی
 جریان کanal $Re_\tau = 590$ اغتشاشات سینوسی $Re_\tau = 590$

۲-۱-۳ کمیت‌های اصلی جریان

منظور از کمیت‌های اصلی جریان، متغیرهای اسکالاری است که جریان را توصیف می‌کنند. سرعت اصطکاکی و سرعت متوسط در خط مرکزی نمونه‌ای از این متغیرها هستند. ارائه این کمیت‌ها اولین گام در تحلیل نتایج به شمار می‌رود. جدول ۶-۳ تا جدول ۸-۳ مقادیر به دست آمده از سرعت اصطکاکی و سرعت متوسط در خط مرکزی را برای مدل‌های مختلف مقیاس‌های زیرشبکه‌ای در سه عدد رینولدز اصطکاکی نشان می‌دهند. مهم‌ترین آن‌ها سرعت اصطکاکی متوسط (u_τ) و یا معادل آن عدد رینولدز اصطکاکی (Re_τ) می‌باشد. علامت متوسط مکانی <> برای سادگی حذف شده و سرعت اصطکاکی متوسط به اختصار با \bar{u}_τ نوشته شده است.

به دلیل وجود نوسانات شدید در ابتدای حل، از متوسط‌گیری کمیت‌ها تا زمان $4h/u_\tau$ ثانیه خودداری شده است. این زمان در حدود ۱۰ برابر زمانی است که سیال تمام ناحیه محاسباتی را طی می‌کند^۱. با عبور از اغتشاشات اولیه داده‌های آماری برای مدت زمان $20h/u_\tau$ ثانیه متوسط‌گیری می‌شوند. متوسط‌گیری‌ها شامل متوسط‌گیری زمانی و مکانی هستند. با مقایسه پروفیل‌های کمیت‌های آشتفتگی در زمان‌های مختلف می‌توان مدت زمان لازم برای گذر از نوسانات اولیه و متوسط‌گیری ثانویه را به دست آورد. در زمان انتخابی تفاوت مقادیر پروفیل‌ها نباید از پنج درصد تجاوز کند.

جدول ۶-۳ پارامترهای اصلی جریان در عدد رینولدز اصطکاکی ۱۸۰.

پارامتر	مدل اسماگورینسکی دینامیکی	مدل اسماگورینسکی	مدل دیبردورف	مدل تنظیم‌شده	مدل گرادیانی	مقدار هدف
سرعت اصطکاکی متوسط $u_\tau(m/s)$	۰,۰۰۶۷۶	۰,۰۰۴۱۲	۰,۰۰۴۳۹	۰,۰۰۴۰۵	۰,۰۰۳۶	۰,۰۰۳۶
سرعت مرکزی متوسط $u_c(m/s)$	۰,۰۷۴۴۹	۰,۰۷۳۴۱	۰,۰۷۳۸۹	۰,۰۷۲۵۲	---	---

^۱ Flow-through time (FTT)

۱۸۰	۲۰۲,۵	۲۱۹,۵	۲۰۶	۳۳۸	Re_τ
---	۳۶۲۶	۳۶۹۴,۵	۳۶۷۰,۵	۳۷۲۴,۵	Re_c
۱۸,۰۵	۱۵,۸۴	۱۴,۴۱	۱۵,۳۵	۹,۳۳	u_b/u_τ
---	۱۷,۹۱	۱۶,۸۳	۱۷,۸۲	۱۱,۰۲	u_c/u_τ
---	۱,۱۳	۱,۱۷	۱,۱۶	۱,۱۸	u_c/u_b
۰,۰۰۵۵۵	۰,۰۰۴۹۴	۰,۰۰۴۵۶	۰,۰۰۴۸۵	۰,۰۰۲۹۶	مقیاس طولی لزجت = $\delta_v = v/u_\tau (m)$

جدول ۷-۳ پارامترهای اصلی جریان در عدد رینولدز اصطکاکی .۳۹۵

پارامتر	مدل اسماگورینسکی دینامیکی	مدل اسماگورینسکی	مدل دیبردورف	مدل گرادیانی تنظیم شده	مقدار هدف
سرعت اصطکاکی متوسط $u_\tau (m/s)$	۰,۰ ۱۲۷۷	۰,۰ ۰۷۷۳	۰,۰۰ ۸۳۹	۰,۰۰ ۷۶۹	۰,۰۰ ۷۹
سرعت مرکزی متوسط $u_c (m/s)$	۰,۱۵۵۳۰	۰,۱۵۵۷۳	۰,۱۵۴۷۷	۰,۱۵۵۰۰	---
Re_τ	۶۳۸,۵	۳۸۶,۵	۴۱۹,۵	۳۸۴,۵	۳۹۵
Re_c	۷۷۶۵	۷۷۸۶,۵	۷۷۳۸,۵	۷۷۵۰	---
u_b/u_τ	۷,۱۶	۱۱,۸۲	۱۰,۹۰	۱۱,۹۱	۱۷,۳۸
u_c/u_τ	۱۲,۱۶	۲۰,۱۵	۱۸,۴۵	۲۰,۱۶	---
u_c/u_b	۱,۶۹	۱,۷۰	۱,۶۹	۱,۶۹	---
مقیاس طولی لزجت = $\delta_v = v/u_\tau (m)$	۰,۰۰ ۱۵۷	۰,۰۰ ۲۵۹	۰,۰۰ ۲۳۸	۰,۰۰ ۲۶۰	۰,۰۰ ۲۵۳

جدول ۸-۳ پارامترهای اصلی جریان در عدد رینولدز اصطکاکی .۵۹۰

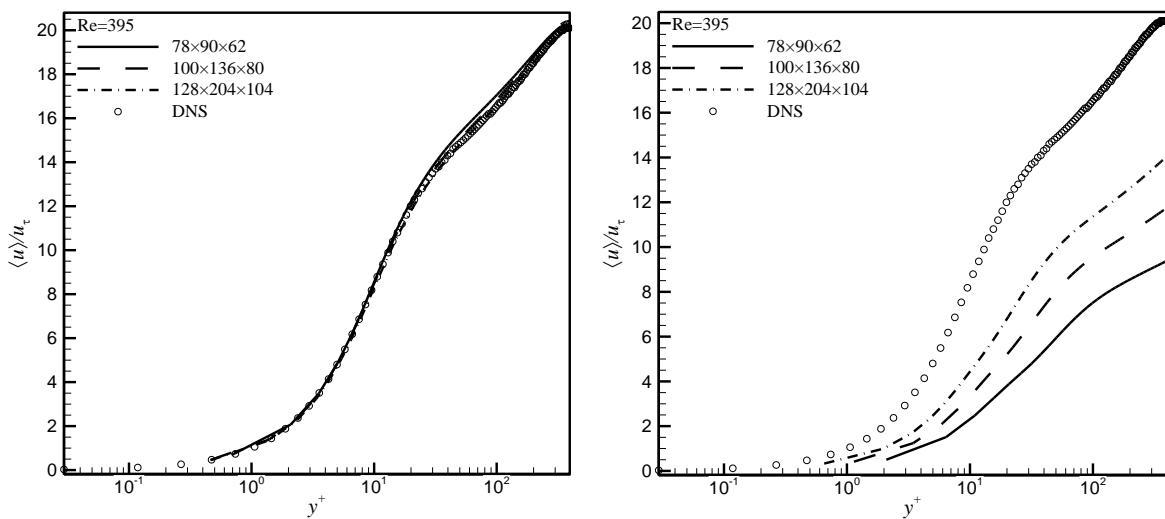
پارامتر	مدل اسماگورینسکی دینامیکی	مدل اسماگورینسکی	مدل دیبردورف	مدل گرادیانی تنظیم شده	مقدار هدف
سرعت اصطکاکی متوسط $u_\tau (m/s)$	۰,۰ ۳۰۳۸	۰,۰ ۱۲۹۳	۰,۰ ۱۴۹۵	۰,۰ ۱۲۶۳	۰,۰ ۱۱۸
سرعت مرکزی متوسط $u_c (m/s)$	۰,۲۷۸۸۷	۰,۲۸۱۴۱	۰,۲۷۹۰۳	۰,۲۷۷۹۹	---
Re_τ	۱۵۱۹	۶۴۶,۵	۷۴۷,۵	۶۳۱,۵	۵۹۰
Re_c	۱۳۹۴۳,۵	۱۴۰۷۰,۵	۱۳۹۵۱,۵	۱۳۸۹۹,۵	---
u_b/u_τ	۴,۲۸	۱۰,۰۶	۸,۷۱	۱۰,۳۲	۲۱,۱۹

---	۲۲,۰۱	۱۸,۶۶	۲۱,۷۶	۹,۱۸	u_c/u_τ
---	۲,۱۳	۲,۱۴	۲,۱۶	۲,۱۴	u_c/u_b
۰,۰۰ ۱۶۹	۰,۰۰ ۱۵۸	۰,۰۰ ۱۳۴	۰,۰۰ ۱۵۵	۰,۰۰۰ ۶۶	مقیاس طولی لزجت = $\delta_v = v/u_\tau (m)$

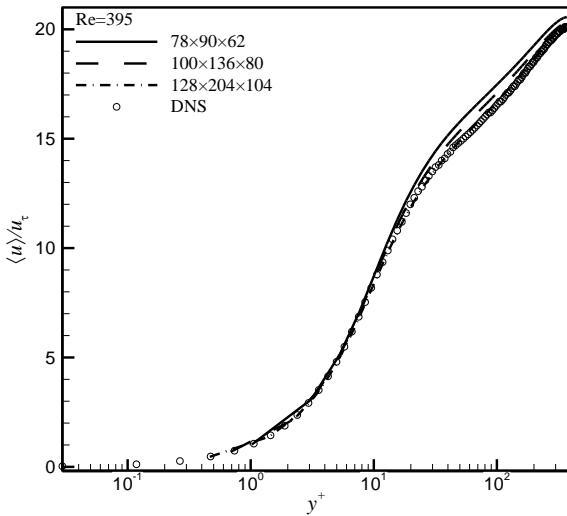
۳-۱-۳ اثر شبکه‌بندی

به منظور بررسی اثر شبکه‌بندی، پروفیل متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی‌بعد برای هر چهار مدل اسماگورینسکی، اسماگورینسکی دینامیکی، دییردورف و گرادیانی تنظیم شده با سه شبکه درشت، متوسط و ریز در عدد رینولدز اصطکاکی ۳۹۵ ترسیم شده است. مشاهده می‌شود با افزایش تقسیمات شبکه‌بندی، نتایج بهبود یافته و به داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم نزدیک‌تر شده است. علت این بهبود کاهش مدل‌سازی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای با افزایش سلول‌های محاسباتی است. زیرا با کوچک شدن سلول محاسباتی، معادلات ناویراستوکس به طور مستقیم برای مقیاس‌های در ابعاد شبکه محاسباتی حل می‌شوند. از این‌رو انتظار می‌رود نتایج حاصل، اختلاف اندکی را با داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم پیش‌بینی نمایند.

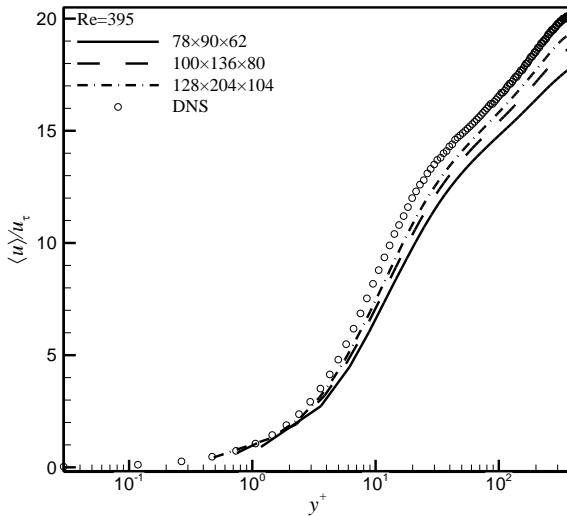
با استفاده از آزمون تست سرعت از ۸ پردازنده برای محاسبات شبیه‌سازی شبکه درشت استفاده شد. بازه زمانی برای این شبیه‌سازی در بهینه‌ترین حالت با توجه به هر دو پارامتر هزینه محاسباتی و زمان شبیه‌سازی بسته به مدل زیرشبکه‌ای انتخاب شده در محدوده [۱۱۸ – ۱۰۷] ساعت قرار گرفت. شبیه‌سازی شبکه متوسط با ۱۴ پردازنده در مدت زمان [۲۳۹ – ۲۵۵] ساعت انجام گرفت. طولانی‌ترین شبیه‌سازی‌ها با ۲۴ پردازنده در بازه زمانی [۳۶۲ – ۳۳۴] ساعت به شبکه ریز تعلق دارد.



شکل ۳-۹ پروفیل متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی‌بعد در سه شبکه متفاوت برای مدل اسماگورینسکی دینامیکی $Re_\tau = 395$



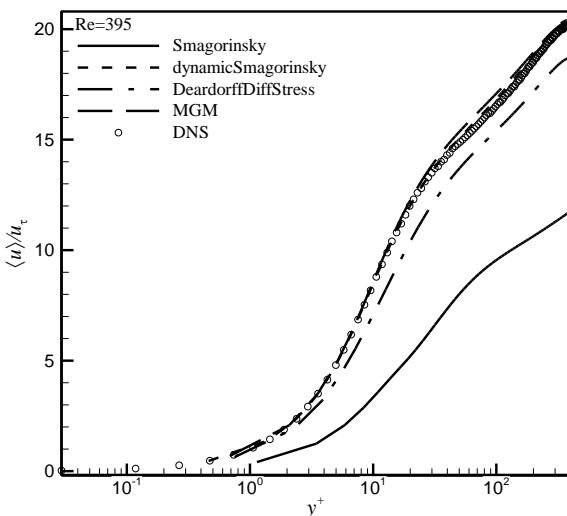
شکل ۱۱-۳ پروفیل متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی بعد در سه شبکه متفاوت برای مدل گرادیانی تنظیم شده $Re_\tau = 395$



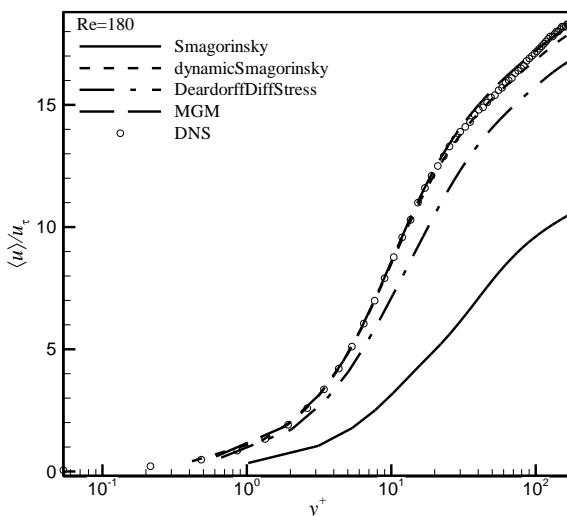
شکل ۱۰-۳ پروفیل متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی بعد در سه شبکه متفاوت برای مدل دیبردورف $Re_\tau = 395$

۴-۱-۳ پروفیل سرعت متوسط

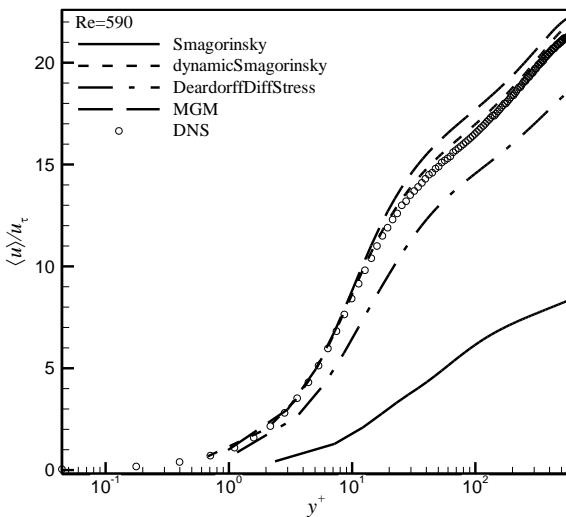
این بخش به بررسی پروفیل‌های سرعت متوسط جریان در راستای x پرداخته است. مقدار میانگین مولفه‌های دیگر در تمام دامنه جریان صفر هستند. در شکل ۱۲-۳ تا شکل ۱۴-۳ پروفیل‌های متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی بعد از مدل‌های مختلف مقیاس‌های زیرشبکه‌ای برای سه عدد رینولدز اصطکاکی متفاوت نشان داده شده است.



شکل ۱۳-۳ پروفیل‌های متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی بعد از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای $Re_\tau = 395$



شکل ۱۲-۳ پروفیل‌های متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی بعد از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای $Re_\tau = 180$

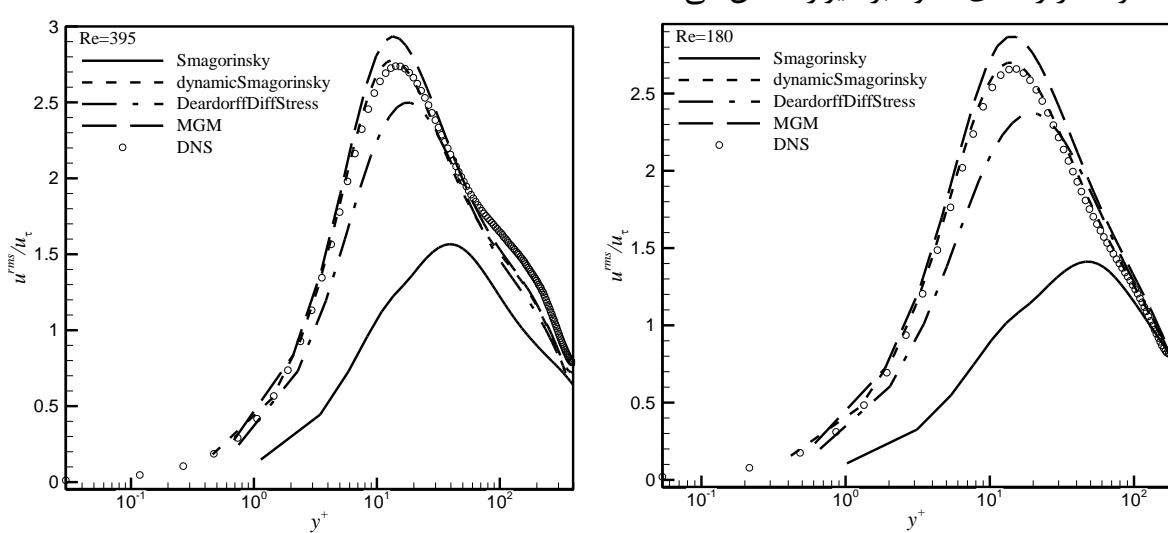


شکل ۱۴-۳ پروفیل‌های متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی بعد از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای $Re_\tau = 590$

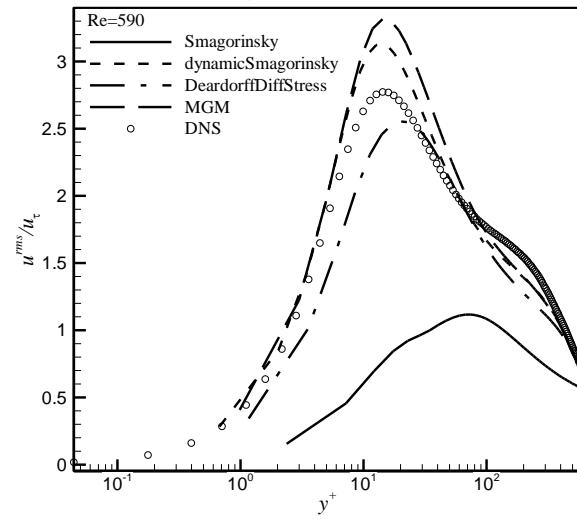
تشخیص تفاوت میان پروفیل‌های مدل‌های اسماگورینسکی دینامیکی و گرادیانی تنظیم شده در دو عدد رینولدز اصطکاکی ۱۸۰ و ۳۹۵ دشوار است، اما پروفیل‌های دو مدل دیگر اختلاف زیادی را نشان می‌دهند. در هر سه عدد رینولدز اصطکاکی ناحیه زیرلایه لرج با مدل‌های اسماگورینسکی دینامیکی، گرادیانی تنظیم شده و دییردورف به خوبی پیش‌بینی شده است. در لایه حائل پروفیل‌های مدل اسماگورینسکی دینامیکی برای هر سه عدد رینولدز اصطکاکی بر نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم منطبق هستند و اختلاف آن در رینولدز اصطکاکی ۵۹۰ قابل اعماض است. این در حالی است که مدل گرادیانی تنظیم شده نیز رفتاری مشابه را نشان می‌دهد اما پروفیل آن در رینولدز اصطکاکی ۵۹۰ به تدریج از $\approx 15 y^+$ از نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم فاصله می‌گیرد. مدل دییردورف در این ناحیه با فاصله تقریباً یکسانی از نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم در زیر آن قرار گرفته است و رفتار کلی آن را پیروی می‌کند. در ناحیه لگاریتمی از عدد رینولدز اصطکاکی ۳۹۵، پروفیل‌های مدل‌های اسماگورینسکی دینامیکی و گرادیانی تنظیم شده مقادیر مولفه سرعت محوری بی بعد شبیه‌سازی عددی مستقیم را با دقت خوبی دنبال کرده‌اند و در $\approx 300 y^+$ یکدیگر را قطع می‌کنند. این موفقیت در رینولدز اصطکاکی ۱۸۰ برای مدل گرادیانی تنظیم شده و در رینولدز اصطکاکی ۵۹۰ برای مدل اسماگورینسکی دینامیکی تکرار شده است. مدل دییردورف همچنان در پایین نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم واقع شده و با افزایش عدد رینولدز اصطکاکی اختلاف آن با شبیه‌سازی افزایش می‌یابد. مدل اسماگورینسکی با ضریب $C_s = 0.1677$ عملکرد خوبی را ارائه نکرده است و با فاصله گرفتن از دیواره اختلاف شدیدی در پیش‌بینی نتایج آن برای هر سه عدد رینولدز اصطکاکی رخ می‌دهد.

۱۵-۵ اغتشاشات سرعت

مولفه‌های تانسور تنش رینولذ از کمیت‌های اصلی در توصیف اغتشاشات آشفتگی محسوب می‌شوند. ابتدا به تحلیل مولفه‌های واقع بر روی قطر اصلی تانسور تنش پرداخته شده است. این مولفه‌ها، $\langle u_i'^2 \rangle$ ، واریانسی از مولفه‌های سرعت هستند. با این وجود، استفاده از انحراف استاندارد از ریشه مربع متوسط^۱ $u_i^{rms} = \sqrt{\langle u_i'^2 \rangle}$ رایج و مرسوم است. شکل ۱۵-۳ تا شکل ۲۳-۳ توزیعی از انحراف استاندارد سه مولفه بردار سرعت برای مدل‌های مختلف مقیاس‌های زیرشبکه‌ای را در سه عدد رینولذ اصطکاکی متفاوت در راستای عمود بر دیواره نشان می‌دهند.

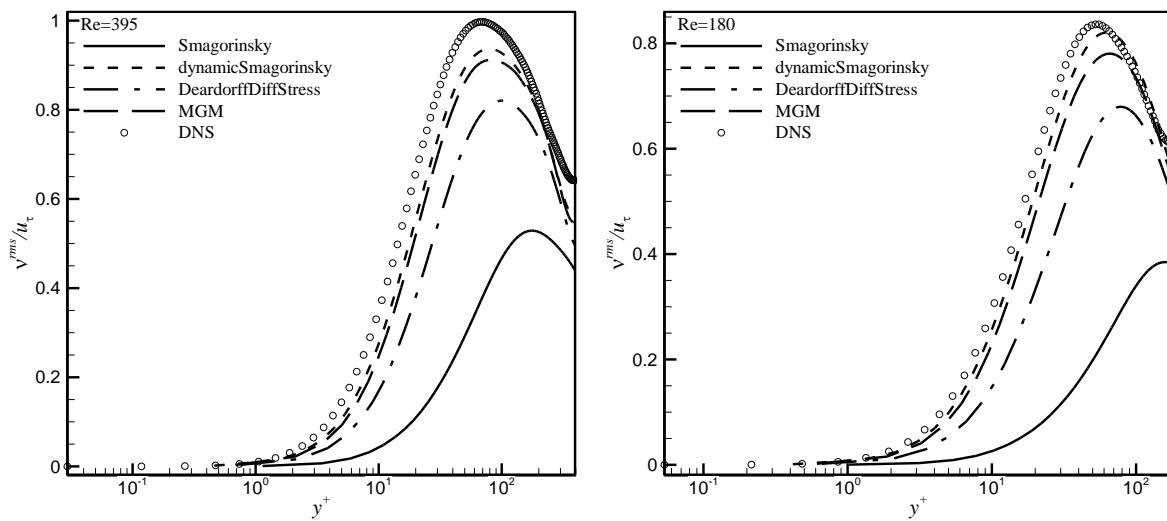


شکل ۱۵-۳ پروفیل‌های بی بعد انحراف استاندارد مولفه محوری بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 395$ و $Re_\tau = 180$



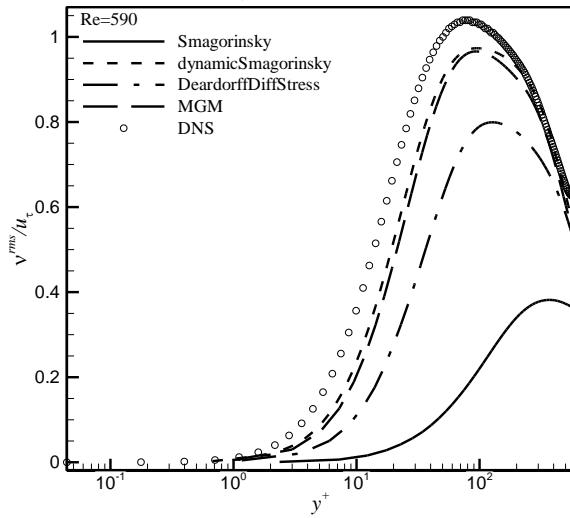
شکل ۱۷-۳ پروفیل‌های بی بعد انحراف استاندارد مولفه محوری بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 590$

^۱ Root mean square

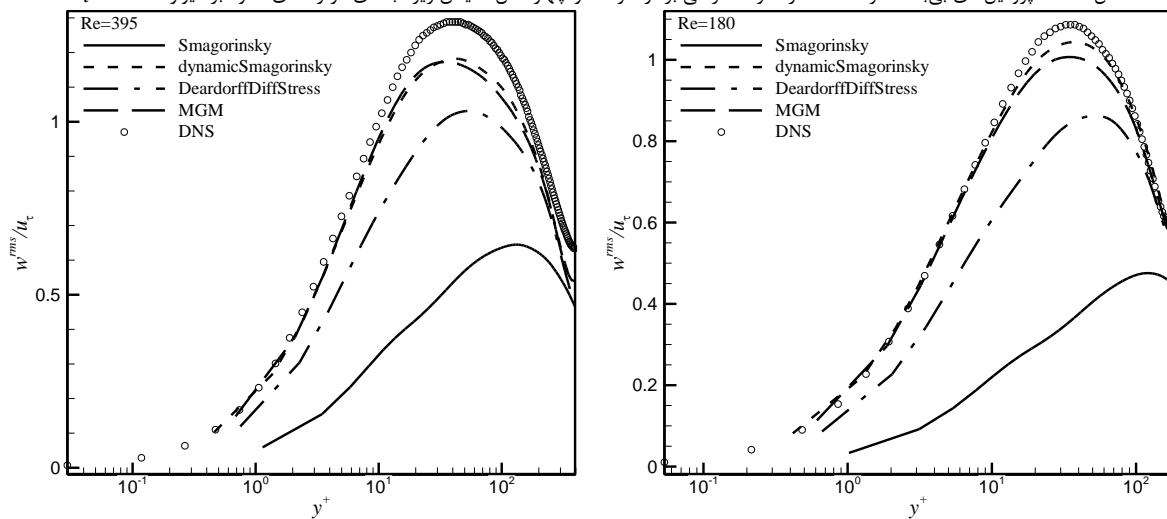


شکل ۱۹-۳ پروفیل های بی بعد انحراف استاندارد مولفه عرضی بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیر شبکه ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 395$

شکل ۱۸-۳ پروفیل های بی بعد انحراف استاندارد مولفه عرضی بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیر شبکه ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 180$

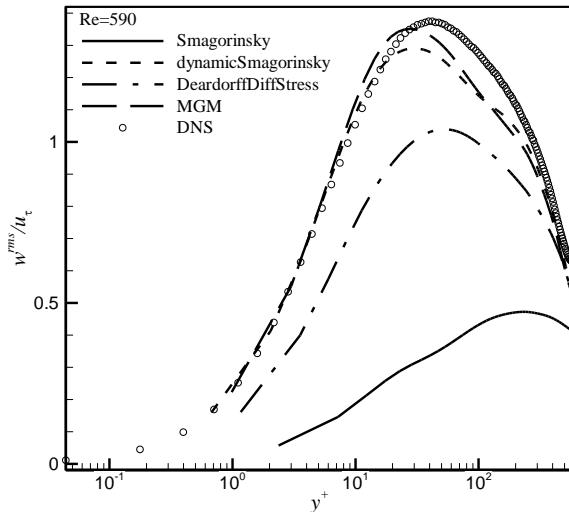


شکل ۲۰-۳ پروفیل های بی بعد انحراف استاندارد مولفه عرضی بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیر شبکه ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 590$



شکل ۲۱-۳ پروفیل های بی بعد انحراف استاندارد مولفه عمقی بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیر شبکه ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 180$

شکل ۲۲-۳ پروفیل های بی بعد انحراف استاندارد مولفه عمقی بردار سرعت از چهار مدل مقیاس زیر شبکه ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 395$



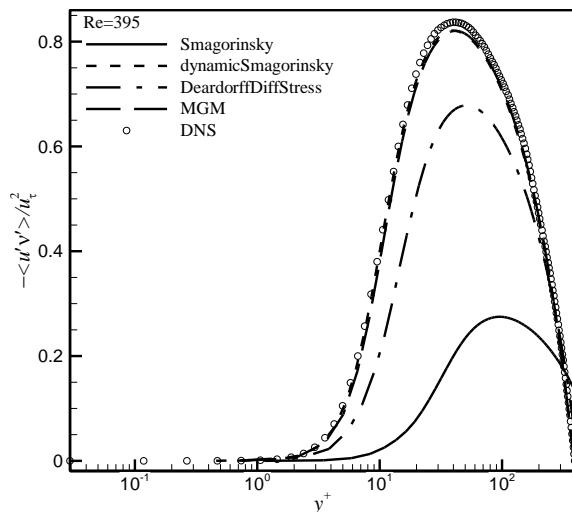
شکل ۲۳-۳ بروفیل‌های بی بعد انحراف استاندارد مولفه عمقی بردار سرعت از چهار مدل مقایس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 590$

در نمودار انحراف استاندارد هر دو مولفه عرضی و عمقی سرعت، مقادیر به دست آمده از مدل‌های اسماگورینسکی و دییردورف در هر سه عدد رینولدز اصطکاکی کمتر از مقادیر پروفیل شبیه‌سازی عددی مستقیم هستند. در دو مدل دیگر یعنی اسماگورینسکی دینامیکی و گرادیانی تنظیم شده می‌توان انتظامی نتایج با داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم را در نواحی لگاریتمی و زیرلایه لزج برای اعداد رینولدز اصطکاکی مشخصی تایید کرد. تنها مدل گرادیانی تنظیم شده مقدار انحراف استاندارد مولفه عمقی سرعت را برای عدد رینولدز اصطکاکی 590 در بازه $[5.5 - 27.5] \approx 5.5^{+} u$ بالاتر از نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم پیش‌بینی کرده است. مدل‌های اسماگورینسکی دینامیکی و گرادیانی تنظیم شده مقادیر انحراف استاندارد مولفه محوری سرعت از نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم را برای هر سه عدد رینولدز اصطکاکی در زیرلایه لزج به درستی تولید کرده‌اند اما با دورشدن از دیواره و قرارگرفتن در لایه حائل، داده‌های آن‌ها از پروفیل شبیه‌سازی عددی مستقیم فاصله می‌گیرد به گونه‌ای که بیشترین اختلاف را در بالاترین مقدار انحراف استاندارد مولفه محوری سرعت تجربه می‌کنند. در ادامه، این اختلاف به تدریج کاهش می‌یابد و پروفیل آن‌ها در محدوده‌ای از ناحیه لگاریتمی بر نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم منطبق می‌گردد. این انتظامی نتایج برای عدد رینولدز اصطکاکی 180 پایدار می‌ماند و در دو عدد رینولدز اصطکاکی دیگر مقادیر حاصل از هر دو مدل اسماگورینسکی دینامیکی و گرادیانی تنظیم شده با افزایش مقدار u^+ به پایین پروفیل شبیه‌سازی عددی مستقیم منتقل می‌شوند. پروفیل‌های مدل‌های اسماگورینسکی دینامیکی و گرادیانی تنظیم شده توانسته‌اند موقعیت بیشترین مقدار انحراف استاندارد هر سه مولفه سرعت را با دقت بالایی تخمین بزنند. این موقعیت در مدل دییردورف با اختلاف اندک و در مدل اسماگورینسکی با جابه‌جایی فاحش مواجه شده است. شبیب تند پروفیل شبیه‌سازی عددی مستقیم در لایه حائل و ناحیه لگاریتمی با مدل‌های اسماگورینسکی دینامیکی، گرادیانی تنظیم شده و دییردورف به خوبی بازیابی شده است.

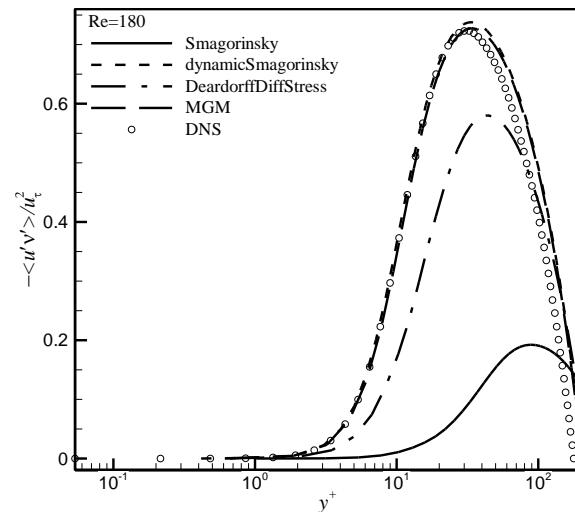
۶-۱-۳ تنش برشی آشتفتگی

تحلیل مولفه‌های غیر قطر اصلی از تانسور تنش رینولدز حائز اهمیت است. تقارن جریان کanal عامل صفرشدن مولفه‌های xz و yz از تانسور تنش رینولدز می‌باشد. بنابراین تنها، مولفه yx باقی می‌ماند که با ضرب شدن در مقدار منفی یک، به عنوان تنش برشی آشتفتگی شناخته می‌شود.

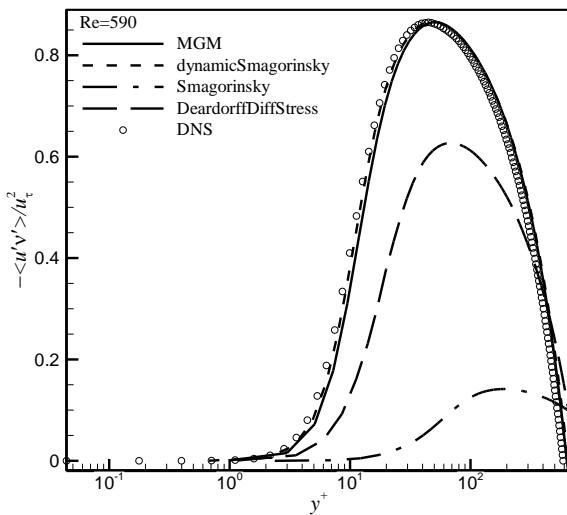
به سادگی می‌توان نشان داد برای جریان کanal، پروفیل تنش برشی کلی، یعنی مجموع تنش‌های برشی آشتفتگی و لزجی به صورت خطی در عرض کanal تغییر می‌کند [۳۵]. تنش‌های لزجی نقش برجسته‌ای را تنها در ناحیه نزدیک دیواره ($y^+ < 50$) بازی می‌کنند. به تبع آن، می‌توان انتظار داشت در بیرون از این ناحیه، پروفیل تنش برشی آشتفتگی خطی باشد. شکل ۲۴-۳ تا شکل ۲۶-۳ پروفیل‌های تنش برشی آشتفتگی بی‌بعد از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای را به همراه نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم در سه عدد رینولدز اصطکاکی متفاوت ترسیم می‌کنند.



شکل ۲۴-۳ پروفیل‌های تنش برشی آشتفتگی بی‌بعد از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 395$



شکل ۲۴-۳ پروفیل‌های تنش برشی آشتفتگی بی‌بعد از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 180$

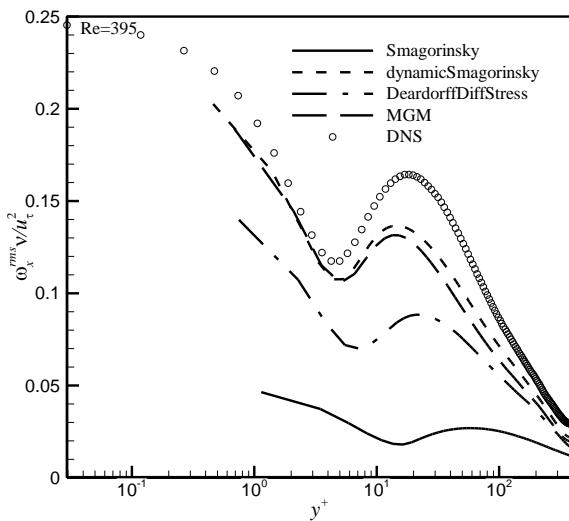


شکل ۲۶-۳ پروفیل‌های تنش برشی آشفتگی‌ی بعده از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 590$

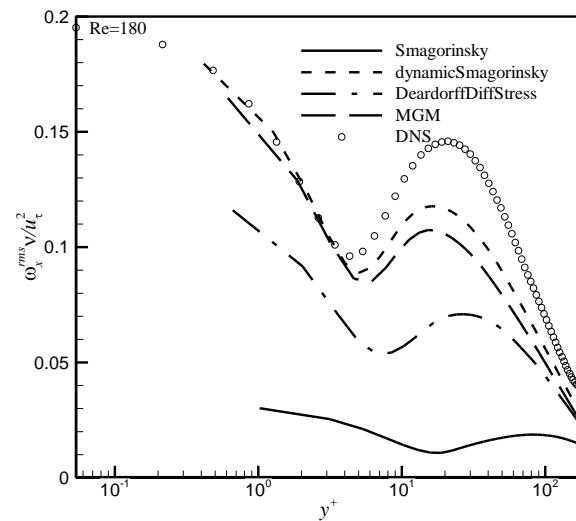
پروفیل‌های مدل‌های اسماگورینسکی دینامیکی و گرادیانی تنظیم شده در پیش‌بینی مقادیر تنش برشی آشفتگی هر سه عدد رینولذ اصطکاکی بسیار شبیه بهم عمل کرده‌اند. این مدل‌ها رفتار پروفیل تنش برشی آشفتگی شبیه‌سازی عددی مستقیم را با دقت بسیار بالایی رصد کرده و در تعیین موقعیت دقیق مقدار ماکزیمم آن موفق بوده‌اند. پروفیل مدل زیرشبکه‌ای دییردورف در هر سه شبیه‌سازی با نزدیک شدن به بیشترین مقدار تنش برشی آشفتگی از نتایج معیار شبیه‌سازی عددی مستقیم فاصله می‌گیرد و این اختلاف در ناحیه حائل و در ماکزیمم تنش برشی آشفتگی به اوج خود می‌رسد. تعیین موقعیت بیشترین مقدار تنش برشی آشفتگی با مدل دییردورف در هر سه عدد رینولذ اصطکاکی با اختلاف اندک همراه بوده است. تلاش مدل اسماگورینسکی در بازیابی نتایج تنش برشی آشفتگی از شبیه‌سازی عددی مستقیم در هر سه ناحیه زیرلایه لزج، لایه حائل و لگاریتمی بی‌نتیجه بوده است.

۷-۱-۳ اغتشاشات گردابه

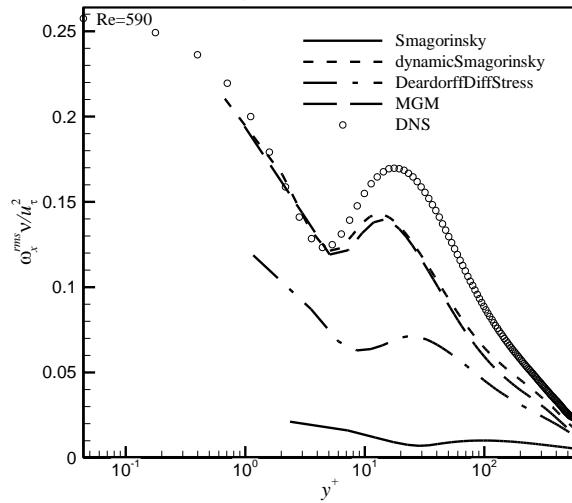
ترسیم پروفیل انحراف استاندارد از مولفه‌های بردار گردابه ($\omega = \nabla \times u$)، در تعیین توانایی‌های شاخص یک مدل مقیاس زیرشبکه‌ای کمک شایانی می‌کند. تحلیل پروفیل‌های گردابه می‌تواند به بینشی عمیق در مورد ماهیت و رفتار ساختارهای گردابی حاضر در جریان مورد بحث منجر شود. پروفیل‌های انحراف استاندارد از سه مولفه بردار گردابه برای مدل‌های مختلف مقیاس‌های زیرشبکه‌ای در سه عدد رینولذ اصطکاکی متفاوت در راستای عمود بر دیواره در شکل ۲۷-۳ تا شکل ۳۵-۳ ارائه شده‌اند.



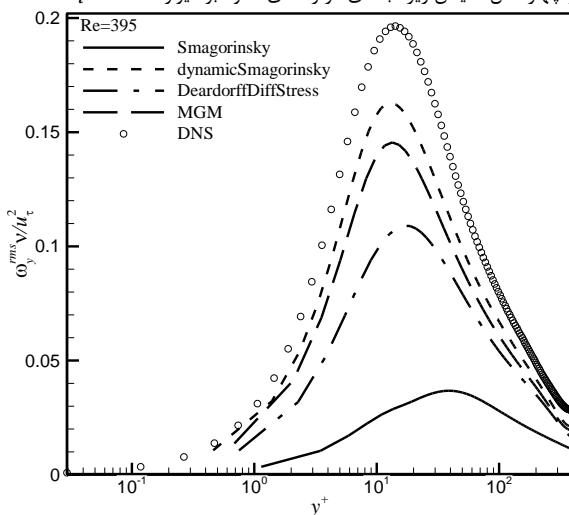
شکل ۲۸-۳ پروفیل‌های بی بعد انحراف استاندارد مولفه محوری بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیر شبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 395$



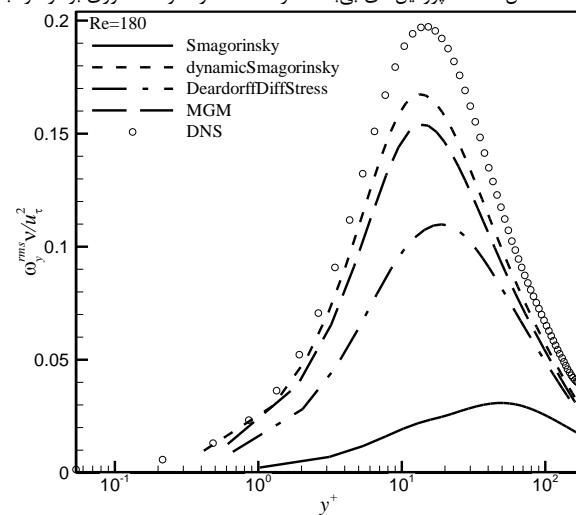
شکل ۲۷-۳ پروفیل‌های بی بعد انحراف استاندارد مولفه محوری بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیر شبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 180$



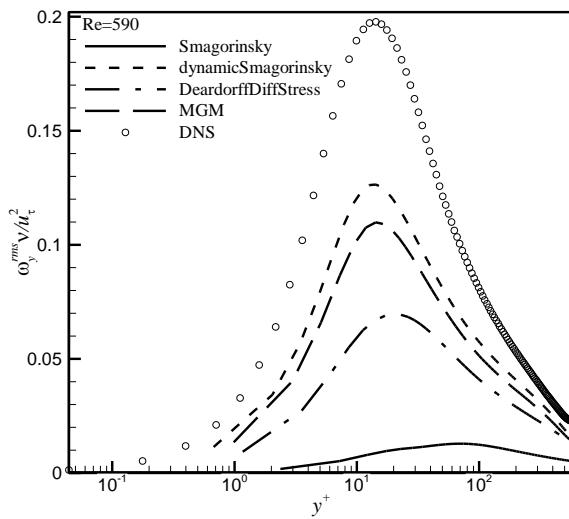
شکل ۲۹-۳ پروفیل‌های بی بعد انحراف استاندارد مولفه محوری بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیر شبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 590$



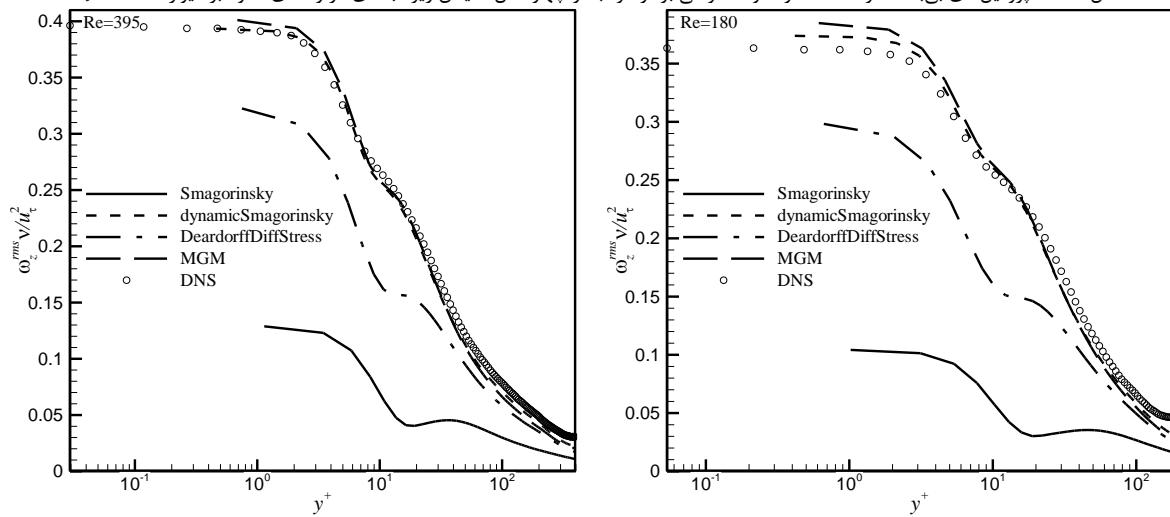
شکل ۳۱-۳ پروفیل‌های بی بعد انحراف استاندارد مولفه عرضی بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیر شبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 395$



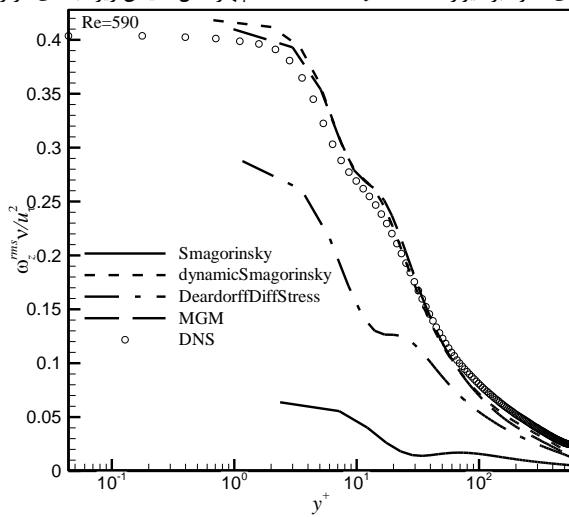
شکل ۳۰-۳ پروفیل‌های بی بعد انحراف استاندارد مولفه عرضی بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیر شبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 180$



شکل ۳۲-۳ پروفیل‌های بی بعد انحراف استاندارد مولفه عرضی بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره ۵۹۰



شکل ۳۳-۳ پروفیل‌های بی بعد انحراف استاندارد مولفه عمقی بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره $Re_\tau = 395$ و $Re_\tau = 180$



شکل ۳۴-۳ پروفیل‌های بی بعد انحراف استاندارد مولفه عمقی بردار گردابه از چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در راستای عمود بر دیواره ۵۹۰

هر سه مدل اسماگورینسکی دینامیکی، گرادیانی تنظیم شده و دییردورف خصوصیات برجسته داده های شبیه سازی عددی مستقیم را باز تولید کرده اند. پروفیل های انحراف استاندارد سه مولفه بردار گردابه برای مدل های زیر شبکه ای اسماگورینسکی و دییردورف با اختلاف زیادی نسبت به نتایج شبیه سازی عددی مستقیم در زیر پروفیل آن جای گرفته اند. مدل دییردورف در نمایش رفتار کلی پروفیل شبیه سازی عددی مستقیم بهتر از مدل اسماگورینسکی عمل کرده است. مدل های اسماگورینسکی دینامیکی و گرادیانی تنظیم شده تنها در پروفیل های انحراف استاندارد مولفه عمیقی بردار گردابه مقادیر بزرگ تری در مقایسه با نتایج شبیه سازی عددی مستقیم در نظر گرفته اند. همچنین تطابق بین نظریه پروفیل های انحراف استاندارد مولفه عمیقی بردار گردابه در مدل اسماگورینسکی دینامیکی با داده های شبیه سازی عددی مستقیم در یک شبکه بندی سبک از توانایی بالای این مدل خبر می دهد. اشاره به این نکته نیز که مدل گرادیانی تنظیم شده با به کار گیری حلگر تصحیح شده پیمپل فوم پابه پای مدل اسماگورینسکی دینامیکی در ترسیم نتایج دقیق و قابل استناد قدم برداشته است، خالی از لطف نیست. همان طور که پیش از این نیز بیان شد، پروفیل های مدل های اسماگورینسکی دینامیکی و گرادیانی تنظیم شده توانسته اند موقعیت نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی پروفیل های انحراف استاندارد هر سه مولفه بردار گردابه را با دقت بالای تخمین بزنند.

موین و کیم چندین برهان را برای توجیه کاهش دقت نتایج اغتشاشات گردابه در مقایسه با دقت اغتشاشات سرعت بیان کرده اند [۹۸]. آن ها خاطر نشان کردند که سهم نسبی مقیاس های کوچک در اغتشاشات گردابه به طور قابل توجهی بالاتر از اغتشاشات سرعت است. به بیان دیگر، از آن جایی که در روش شبیه سازی گردابه های بزرگ مقیاس های زیر شبکه ای به طور صریح و مستقیم حل نمی شوند، بروز خطاهای بزرگ در محاسبات اغتشاشات گردابه دور از انتظار نیست.

نویسنده اگان بسیاری در مقالات مشابه، در جستجوی علت همگرایی هر سه مولفه ω^{rms} به یک مقدار یکسان دور از دیواره های کانال، در تمایل مقیاس های کوچک به ایزوتروپ بودن در آن ناحیه اتفاق نظر داشته اند. از طرفی با توجه به این گفته، دلیل کوچک بودن خطای نسبی در نتایج حاصل در مرکز کانال، مدل سازی ساده تر مقیاس های زیر شبکه ای در آن ناحیه خواهد بود.

موزر به همراه موین و کیم در مقالات خود از وجود یک مینیمم محلی در ω_x^{rms} در مجاورت دیواره سخن گفته اند که با یک ماکزیمم محلی امتداد می یابد [۲۱، ۹۸]. توضیحی که برای این رفتار بیان شده است، وجود یک ساختار گردابی محوری در نزدیکی دیواره را ترسیم می کند که مرکز آن (به طور متوسط) در ماکزیمم محلی و لبه های آن در مینیمم محلی از ω_x^{rms} قرار گرفته است.

۸-۱-۳ معیار شاخص گردابه (Q)

هانت^۱ و همکاران [۹۹] در سال ۱۹۸۸ گردابه‌های یک جریان تراکم‌ناپذیر را به صورت حوزه‌هایی از سیال پیوسته با مقدار مثبت دومین ثابت^۲ از گرادیان سرعت شناسایی کردند.

$$Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij} \Omega_{ij} - S_{ij} S_{ij}) \quad (7-3)$$

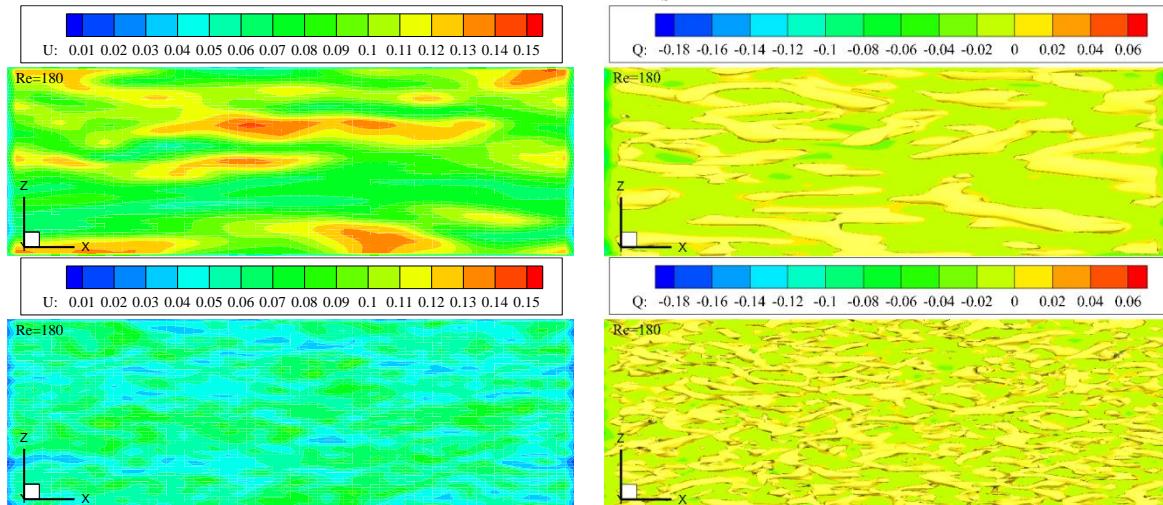
در این رابطه، کمیت‌های Ω_{ij} و S_{ij} به ترتیب بیان گر مولفه‌های نامتقارن و متقارن گرادیان سرعت هستند. این کمیت‌ها با روابط زیر تعریف می‌شوند.

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial u_j} - \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \right) \quad (8-3)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial u_j} + \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \right) \quad (9-3)$$

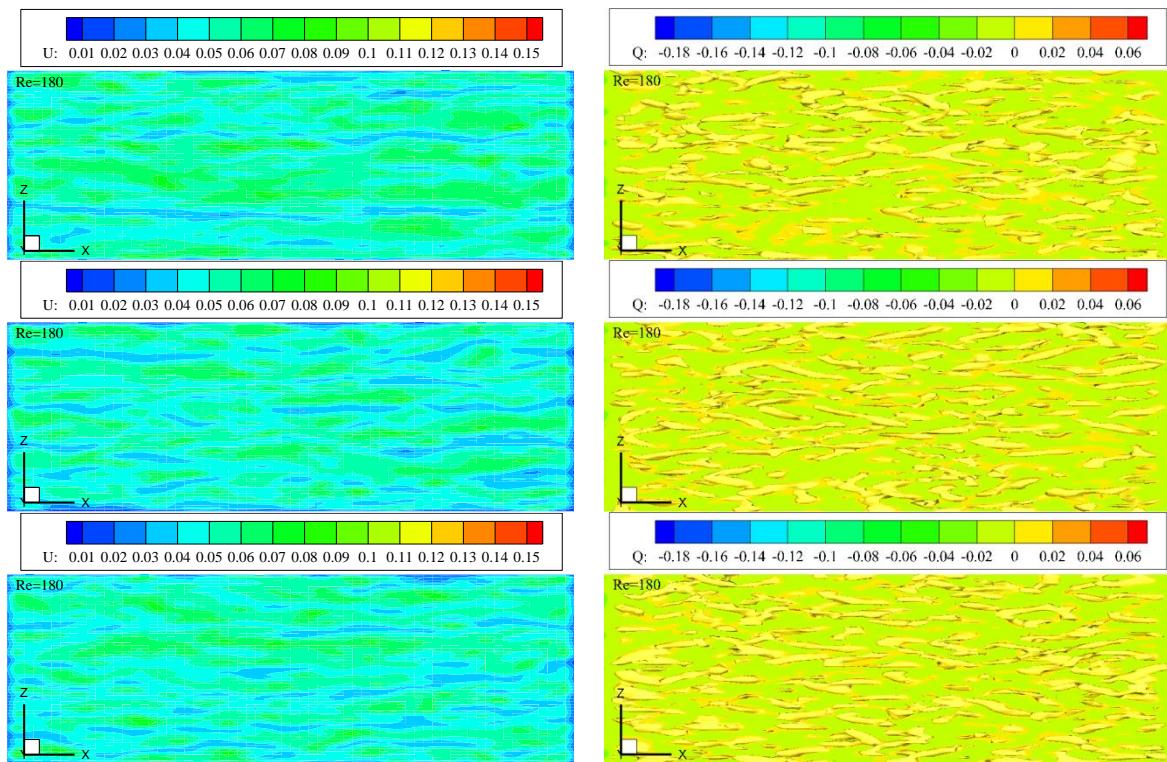
به عبارت دیگر، معیار Q توازن میان نرخ چرخش ($\Omega^2 = \Omega_{ij} \Omega_{ij}$) و نرخ کرنش ($S^2 = S_{ij} S_{ij}$) است. مقادیر مثبت سطوح همتراز از کمیت Q ، حوزه‌هایی را پوشش می‌دهند که در آن قدرت چرخش بر کرنش غالبه می‌کند. در چنین گردابه‌هایی مقدار کمیت فشار از فشار محیط کمتر خواهد بود. ارائه تعداد زیاد تصاویر حاصل از شاخص گردابه (Q) برای هر چهار مدل مقیاس زیرشبکه‌ای در اعداد رینولدز اصطکاکی متفاوت، تمرکز بر روی نحوه رشد و گسترش آن‌ها را تحت تاثیر قرار می‌دهد. از این رو کانتورهایی از شاخص گردابه تنها برای مدل گرادیانی تنظیم شده در مضربهای معینی از FTT رسم شده است. مدت زمان لازم برای اینکه سیال تمام ناحیه محاسباتی را طی کند، با تقسیم طول حوزه حل (L_x) بر سرعت متوسط جریان به دست می‌آید و با FTT معرفی می‌شود.

$$FTT = \frac{L_x}{u_b} \quad (10-3)$$

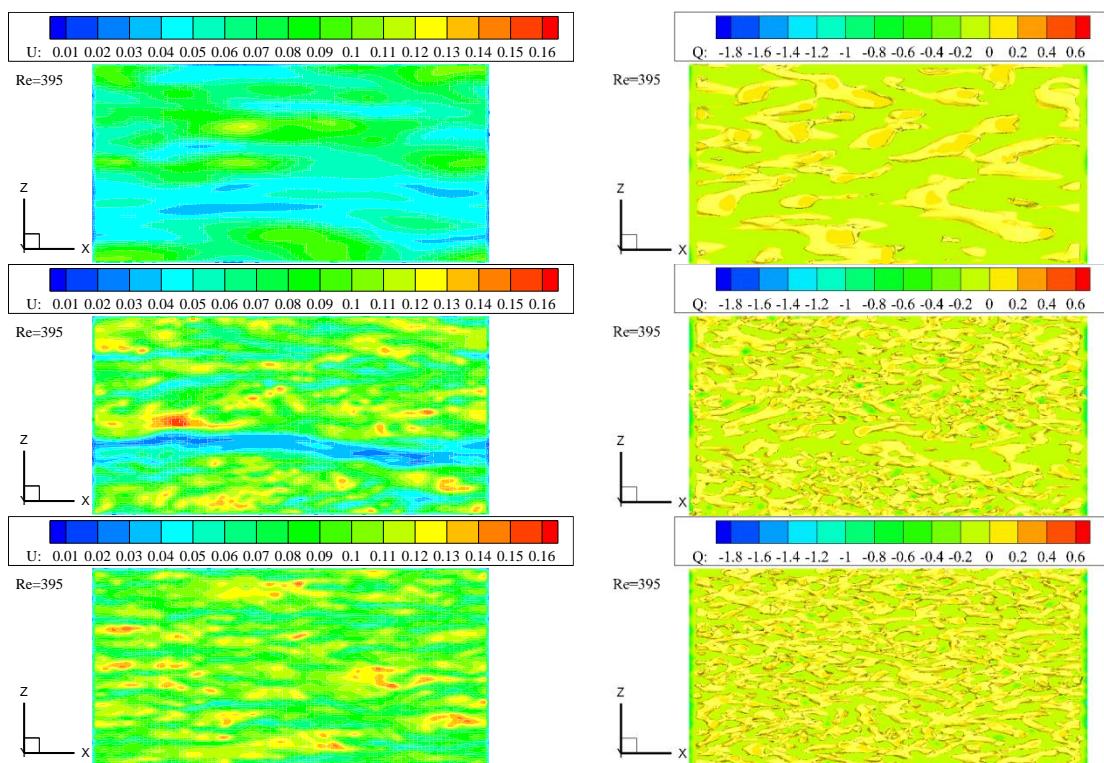


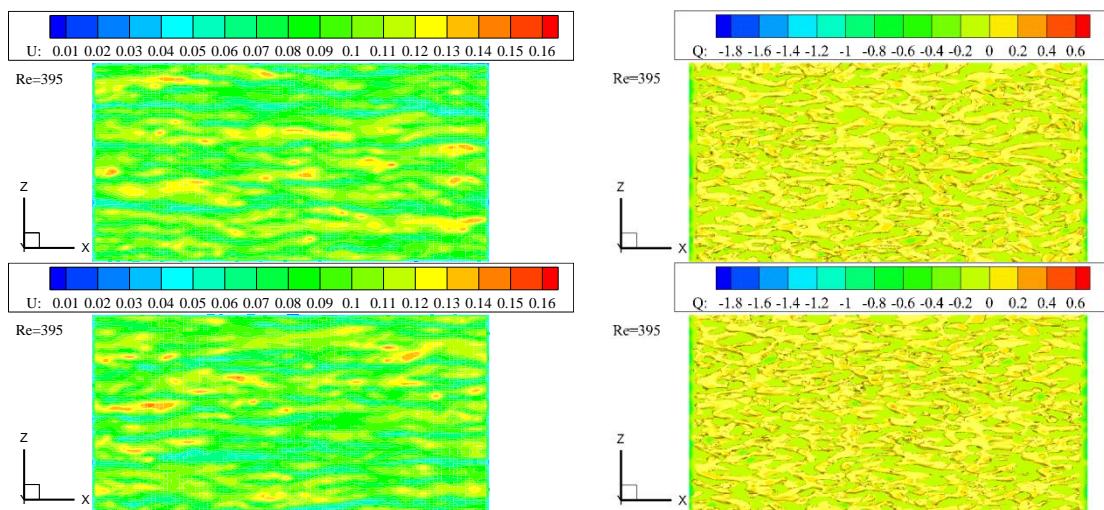
¹ Hunt

² Second invariant

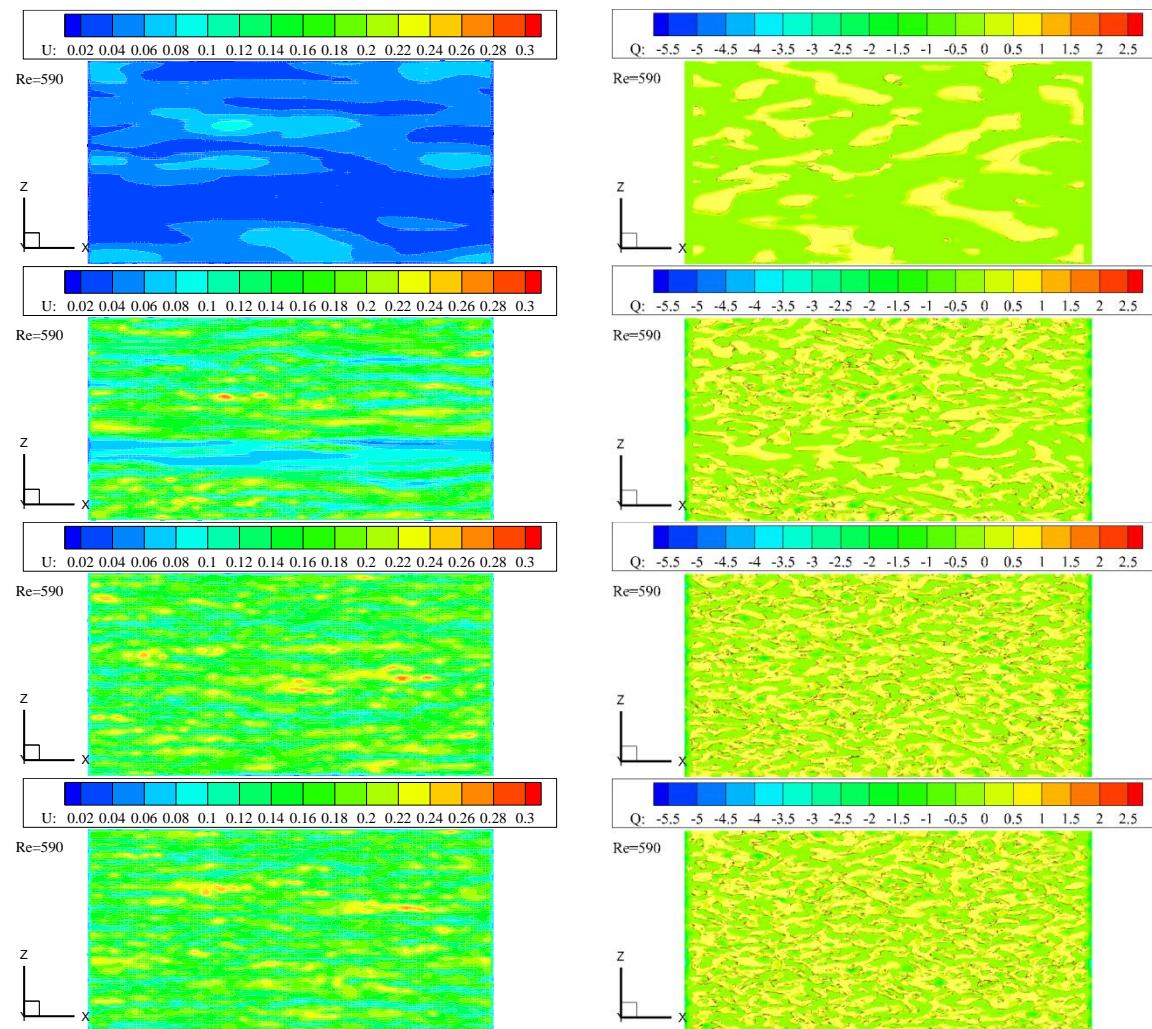


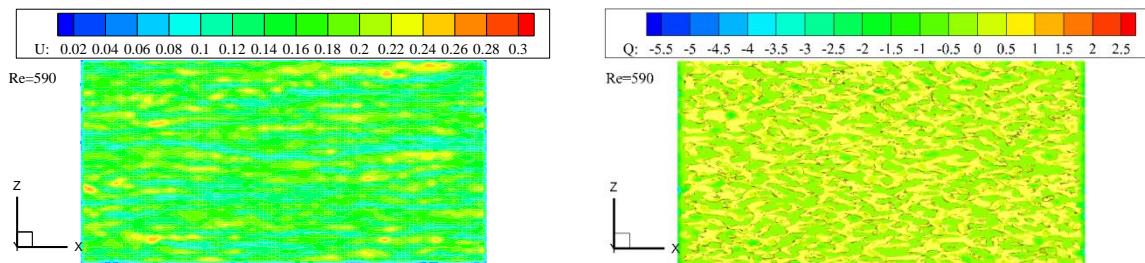
شکل ۳۶-۳ کانتورهای اندازه سرعت و شاخص گردابه در جریان کanal آشفته با مدل گرادیانی تنظیم شده در t/FFT . مقادیر $Re_\tau = 180$ و $y^+ = 20$ است.





شکل ۳۷-۳ کانتورهای اندازه سرعت و شاخص گردابه در جریان کanal آشفته با مدل گرادیانی تنظیم شده در t/FTT . مقادیر t/FTT از بالا به پایین به ترتیب ۰، ۱، ۲.۶۶، ۶ و ۲۰ است.





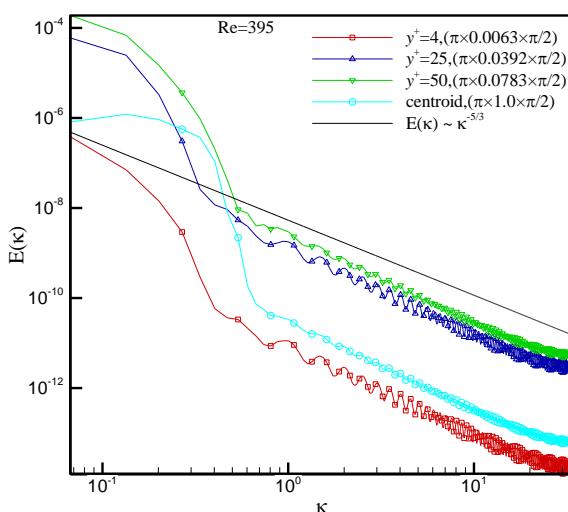
شکل ۳۸-۳ کانتورهای اندازه سرعت و شاخص گردابه در جریان کanal آشفته با مدل گرادیانی تنظیم شده در $t/FFT = 20$. مقادیر y^+ از بالا به پایین به ترتیب ۰، ۱، ۰.۶۶، ۲.۶۶ و ۲۰ است.

۹-۱-۳ طیف انرژی

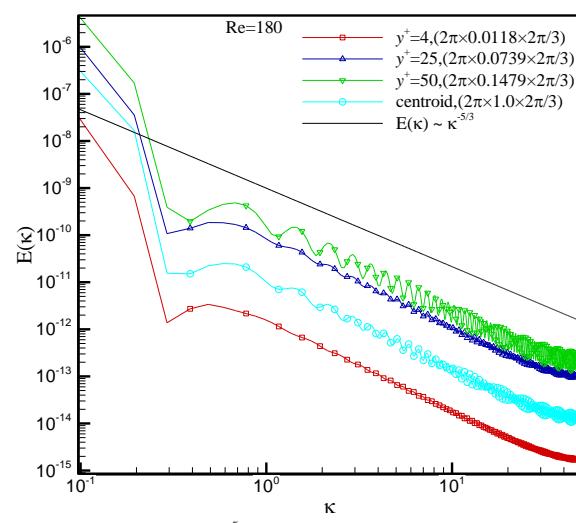
تحلیل فرکانس حرکت گردابه‌ها در جریان آشفته می‌تواند توسعه ساختارهای گوناگون و سهم انرژی آن را توصیف نماید. اگر f بیان‌گر فرکانس و $E(f)df$ انرژی جنبشی آشفتگی حاصل از نوسانات سرعت در محدوده بین f و $f + df$ باشد، آن‌گاه $E(f)$ توزیع طیفی انرژی جنبشی آشفتگی را معرفی می‌کند.

$$\int_0^\infty E(f)df = 1 \quad (11-3)$$

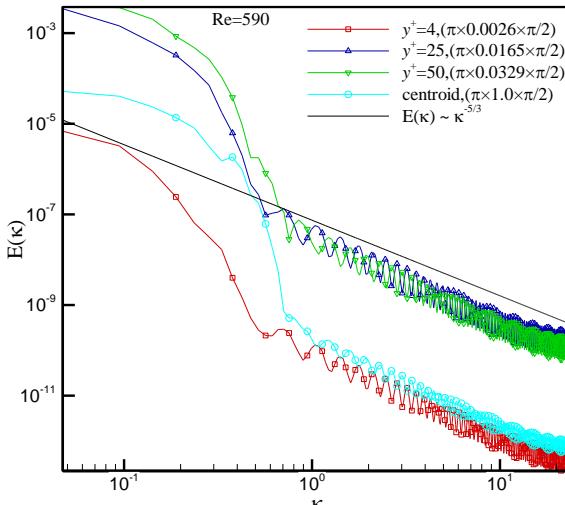
شکل ۳۹-۳ تا شکل ۵۰-۳ طیف انرژی جنبشی آشفتگی مدل‌های مقیاس‌های زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی، اسماگورینسکی دینامیکی، دیردورف و گرادیانی تنظیم شده را برای سه عدد رینولدز اصطکاکی مختلف در چهار موقعیت مکانی ترسیم می‌کند.



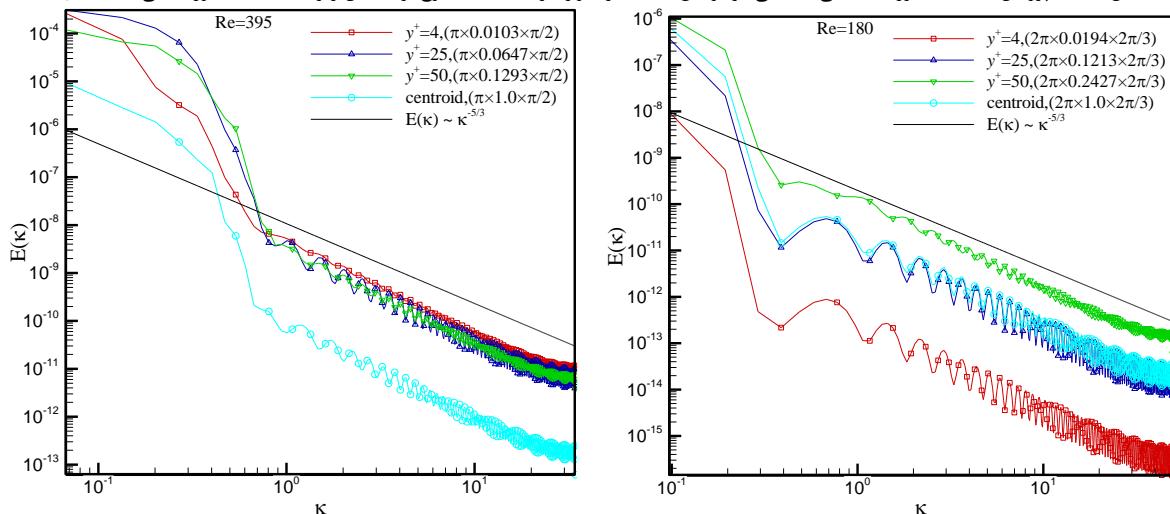
شکل ۴۰-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی $Re_\tau = 395$



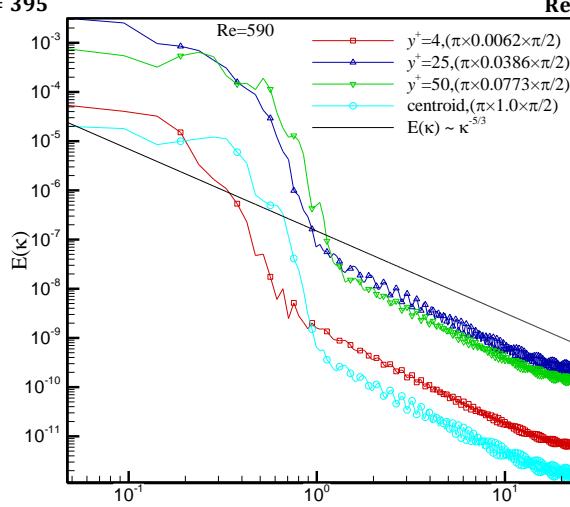
شکل ۳۹-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی $Re_\tau = 180$



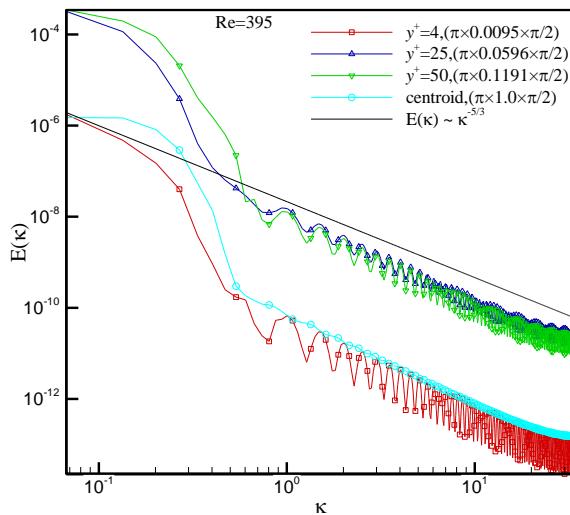
شکل ۴۱-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی $Re_t = 590$



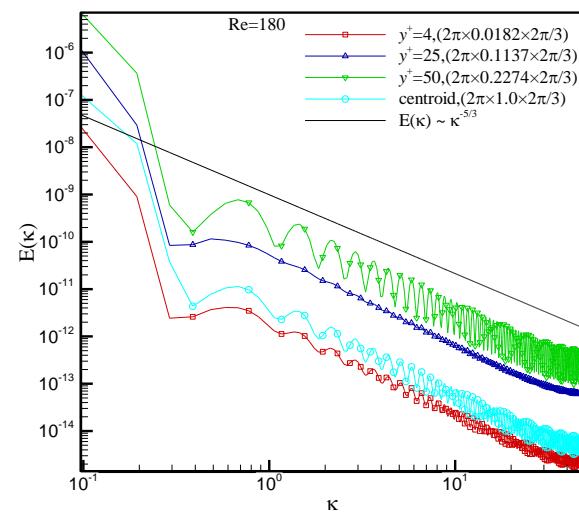
شکل ۴۲-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی دینامیکی $Re_t = 180$



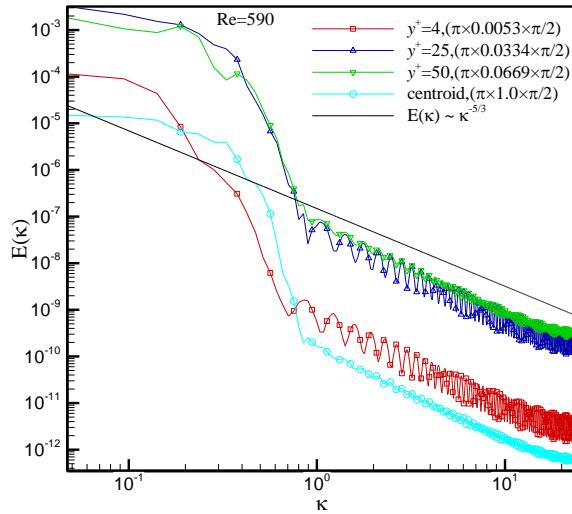
شکل ۴۴-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی دینامیکی $Re_t = 590$



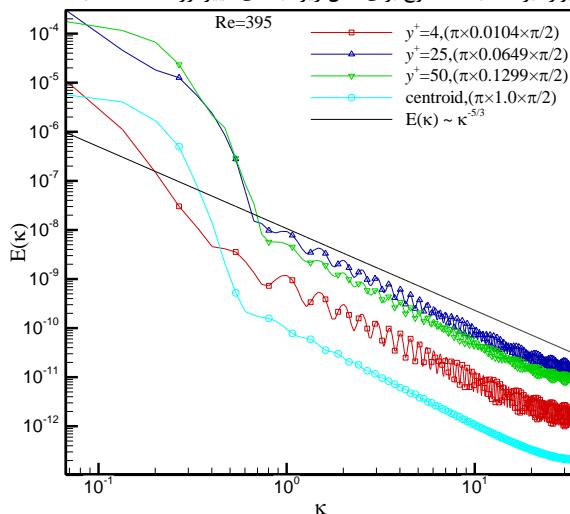
شکل ۴۶-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیر شبکه‌ای دیبردورف $Re_\tau = 395$



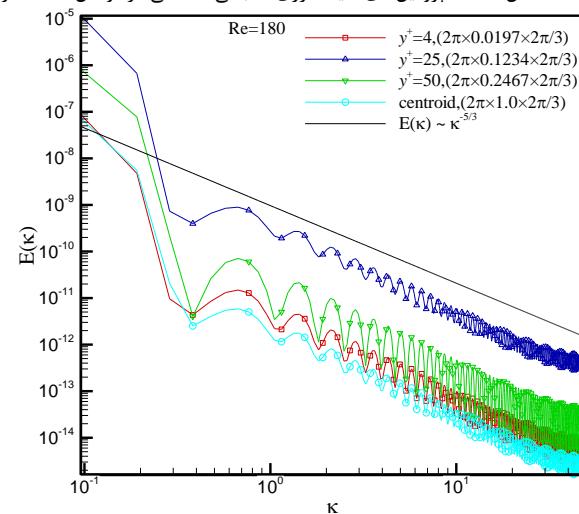
شکل ۴۵-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیر شبکه‌ای دیبر دورف $Re_\tau = 180$



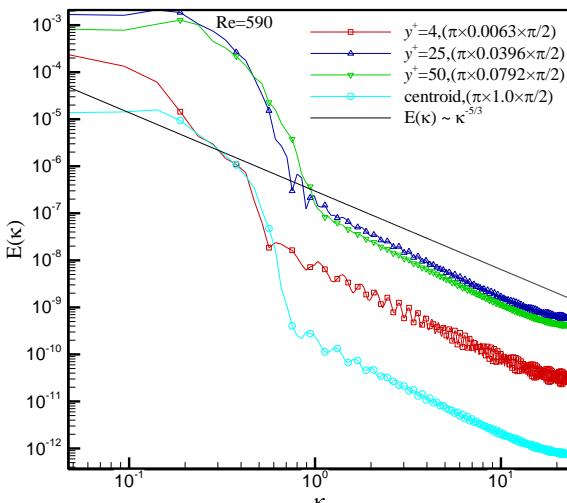
شکل ۴۷-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیر شبکه‌ای دیبر دورف $Re_\tau = 590$



شکل ۴۹-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیر شبکه‌ای گرادیانی تنظیم شده $Re_\tau = 395$



شکل ۴۸-۳ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیر شبکه‌ای گرادیانی تنظیم شده $Re_\tau = 180$



شکل ۳-۵۰ پروفیل‌های طیف انرژی جنبشی آشفتگی در فواصل مختلف از دیواره بر حسب عدد موج برای مدل زیرشبکه‌ای گرادیانی تنظیم شده $Re_\tau = 590$ یک طیف پیوسته مشخصه‌ای از جریان‌های آشفته محسوب می‌شود و در مقابل آن طیف انرژی با فرکانس‌های گسسته در جریان‌های آرام و ناپایا نمود می‌یابد. بزرگ‌ترین مقادیر انرژی جنبشی آشفتگی به کوچک‌ترین فرکانس‌ها تعلق دارد. مقدار انرژی جنبشی آشفتگی در فرکانس‌های کوچک‌تر و فرکانس‌های بزرگ‌تر، برای ارضای شرایط معادله (۱۱-۳) به صفر میل می‌کند. در تمام طیف‌های ارائه شده از عدد موج در راستای محور افقی استفاده شده است. همان‌طور که پیش از این نیز بیان شد، عدد موج متناسب با معکوس شعاع گردابه است. از این رو گردابه‌های بزرگ متناظر با اعداد موج کوچک و گردابه‌های کوچک متناظر با اعداد موج بزرگ هستند. در طیف‌های بالا گردابه‌هایی با ابعاد گوناگون حضور دارند که از چند دهم میلی‌متر تا چندین سانتی‌متر گسترش یافته‌اند. گردابه‌های بزرگ بخش عمده‌ای از طیف آبشار انرژی را حمل می‌کنند. آن‌ها انرژی خود را از حرکت متوسط جریان به دست می‌آورند و آن را از طریق آبشار انرژی به گردابه‌های کوچک‌تر منتقل می‌کنند. این فرآیند حتی در مقیاس‌های کوچک نیز ادامه می‌یابد تا زمانی که در کوچک‌ترین گردابه‌ها انرژی مکانیکی به انرژی درونی تبدیل می‌شود.

زیرمحدوده اینرسی در طیف‌های بالا در تطابق کامل با قانون پنج‌سوم کلموگروف است و شکل گیری این محدوده، از آشفتگی کامل جریان خبر می‌دهد؛ زیرا بر مبنای بیان کلموگروف طیف انرژی تنها در اعداد رینولدز بالا شب اضمحلال (۵/۳-) را پیش‌بینی می‌کند. گردابه‌های این ناحیه مستقل از گردابه‌های بزرگ حامل انرژی و گردابه‌های کوچک اتصالی هستند.

۲-۳ پلۀ پسرو انحنادار

هندسه پلۀ پسرو انحنادار با شبیه ملایم به صورت عددی با به کارگیری شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ توسط بنتالب^۱ و همکاران [۱۰۰]، لاردای^۲ و لشزینا^۳ [۱۰۱] بررسی شده است. همچنین ژونگ و ژانگ^۴ نتایج آزمایشگاهی شبیه‌سازی جریان بر روی این هندسه را منتشر کرده‌اند [۱۰۲، ۱۰۳]. این هندسه تحت یک گرادیان فشار معکوس ضعیف قرار می‌گیرد و سبب جدایش جریان می‌گردد. از این رو، شرایط بحرانی را برای سنجش عملکرد مدل‌های متفاوت مقیاس‌های زیرشبکه‌ای فراهم می‌کند. هندسه از یک سطح شیبدار به ارتفاع h تشکیل شده که با یک صفحه مسطح به طول $8h$ در بالادست آن امتداد می‌یابد. ارتفاع حوزه محاسباتی از این صفحه و عمق آن به ترتیب معادل با $6h$ و $(\pi\delta/2)1.3h$ لحاظ شده است. شکل ۱-۳ ابعاد کلی این حوزه را نشان می‌دهد. بیان ریاضی از هندسه سطح شیبدار با رابطه (۱۲-۳) تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} y_w &= (1 - 4.03h) + \sqrt{(4.03h)^2 - x^2} && \text{if } 0 \leq x/h \leq 2.3 \\ y_w &= 1.936h - \sqrt{\frac{(4.03h)^2}{4} - (3.449h - x)^2} && \text{if } 2.3 \leq x/h \leq 2.835 \\ y_w &= 0.334h - \sqrt{(0.334h)^2 - (2.9365 - x)^2} && \text{if } 2.835 \leq x/h \leq 2.9365 \end{aligned} \quad (12-3)$$

جریان ورودی به پلۀ پسرو با شرط مرزی Mapped از نرم‌افزار اپن‌فوم به طور کامل آشفته می‌گردد. در این شرط مرزی جریان ورودی بعد از طی مسافتی مشخص به ابتدای ورودی منتقل می‌گردد و تا زمانی که ضخامت لایه‌مرزی ثابت شود، این فرآیند تکرار می‌شود. بنابراین باید دامنه حل در بالادست ورودی پلۀ پسرو انحنادار توسعه یابد. ارتفاع و عمق این قسمت با هندسه پلۀ پسرو برابر است و طول آن معادل $(31\delta)25.73h$ است. کمیت δ ضخامت لایه‌مرزی در ورودی شبیه‌سازی اصلی است. برای کاهش هزینه محاسباتی از شرایط گرادیان صفر^۵ در مرز بالایی استفاده شده است. شرط عدم لغزش در دیواره پایینی حاکم بوده و در خروجی از شرایط مقدار ثابت و گرادیان صفر به ترتیب در فشار و سرعت استفاده شده است.

شبکه‌بندی عددی برای هندسه پلۀ پسرو انحنادار و حوزه محاسباتی ورودی به ترتیب شامل $(330 \times 68 \times 64)$ و $(313 \times 68 \times 64)$ نقطه در سه راستای جریان، عمود بر دیواره و عمقی می‌باشد. این شبکه‌بندی‌ها برای حل دقیق لایه‌مرزی به سمت دیواره متراکم شده‌اند. ناحیه سطح شیبدار

¹ Bentaleb

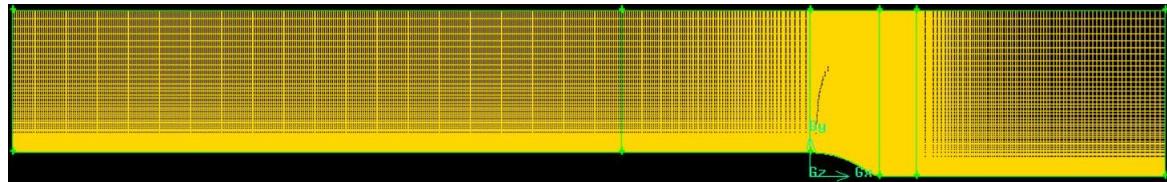
² Lardeau

³ Leschziner

⁴ Zhong and Zhang

⁵ Zero-gradient

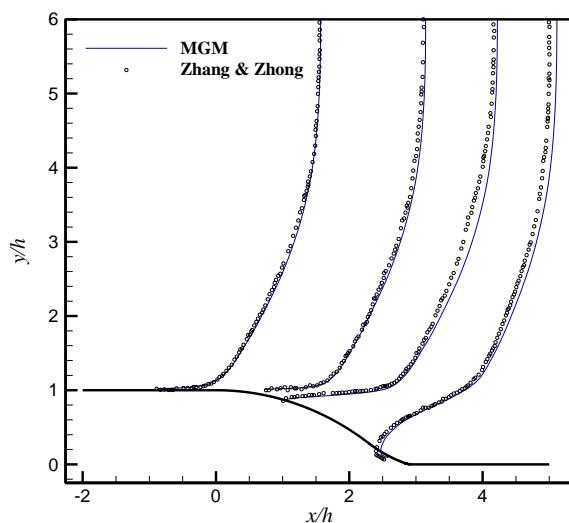
نیز به علت حضور لایه برشی، نقاط جدایش و بازگشت دارای شبکه‌بندی متراکم است. در راستای عمقی از توزیع شبکه‌بندی یکنواخت استفاده شده است. شبکه‌بندی و حوزه محاسباتی در شکل ۵۱-۳ ترسیم شده است.



شکل ۵۱-۳ حوزه محاسباتی و شبکه‌بندی در شبیه‌سازی جریان بر روی پلۀ پسرو انحنادار

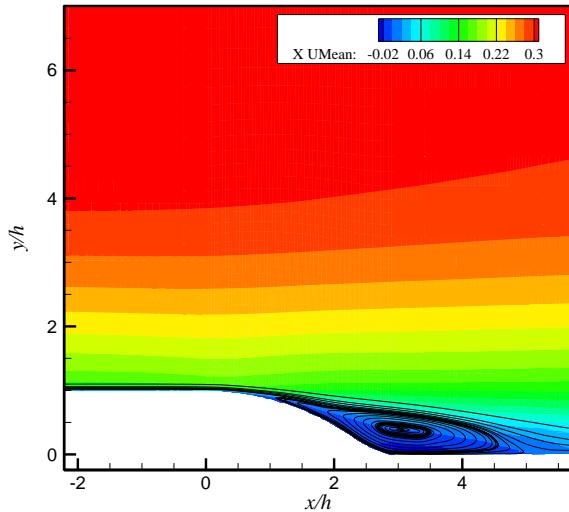
در شبیه‌سازی جریان بر روی پلۀ پسرو انحنادار نیز کمیت‌های Δx^+ , Δy^+ , Δz^+ تصویر واضحی را از کیفیت شبکه‌بندی نشان می‌دهند. مقدار این پارامترهای عددی برای مدل مقیاس زیرشبکه‌ای گرادیانی تنظیم شده در عدد رینولدز ۱۳۷۰۰ محاسبه شده است. مقدار کمیت Δy^+ در مجاورت دیواره کمتر از یک می‌باشد، Δx^+ در نزدیکی ورودی در حدود ۵۳ به دست آمد و در ناحیه جدایش مقدار آن به زیر ۶ کاهش می‌یابد. کمیت Δz^+ در تمام دامنه حل از مرتبه ۱۲ است. در تمام شبیه‌سازی از یک گام زمانی ثابت ($\Delta t = 2 \times 10^{-3} h/u_{in}$) استفاده شده است تا مقدار عدد کورانت را کمتر از ۰,۵ نگاه دارد. متوسط‌گیری کمیت‌ها بعد از گذشت $73h/u_{in}$ ثانیه انجام شده تا اغتشاشات اولیه در میدان شبیه‌سازی تضعیف گردد.

پروفیل متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری با نتایج آزمایشگاهی ژانگ و ژونگ [۱۰۲] مقایسه و در شکل ۵۲-۳ نشان داده شده است.

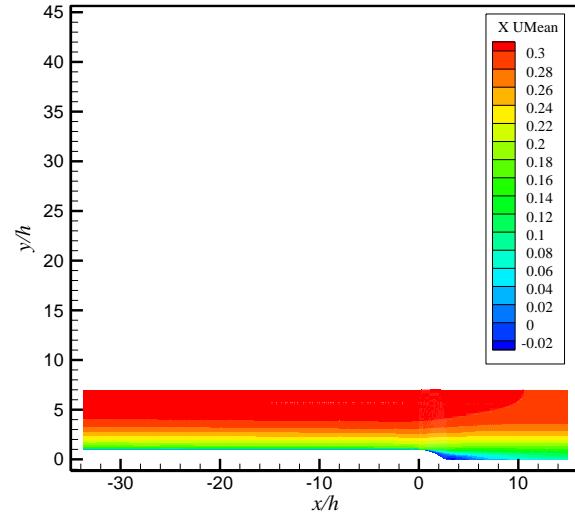


شکل ۵۲-۳ پروفیل متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری در چهار مقطع مختلف با مدل گرادیانی تنظیم شده
 $.Re_h = 13700$

مشاهده می‌شود مدل گرادیانی تنظیم شده با حلگر بهبود یافته پیمپل فوم تطابق خوبی با داده‌های آزمایشگاهی دارد. نقاط جدایش و بازگشت سبب شکل‌گیری گردابه در فضای پایین دست پله می‌شوند که شکل ۵۴-۳ و شکل ۵۴-۴ نمایی از آن را نشان می‌دهند.



شکل ۵۴-۳ گردابه شکل‌گرفته در پایین دست پله پسرو انحنادار در نتیجه جدایش جریان با مدل گرادیانی تنظیم شده



شکل ۵۴-۴ کانتور مولفه سرعت محوری در شبیه‌سازی جریان بر روی پله پسرو انحنادار با مدل گرادیانی تنظیم شده

۴ نتیجه‌گیری

این پژوهش نتایج شبیه‌سازی جریان کanal آشفته در سه عدد رینولذ متفاوت و جریان بر روی پله پسرو انحنادار را با به کار گیری روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در نرم افزار اپن فوم گردآوری و تحلیل کرده است. از مدل‌های زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی، اسماگورینسکی دینامیکی، دییردورف و گرادیانی تنظیم شده در مدل‌سازی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای بهره گرفته شد. هدف اصلی از این مطالعه بهبود نتایج مدل گرادیانی تنظیم شده با تصحیح حلگر پیمپل فوم بود. در فاز دوم پژوهش، توانایی مدل‌های مختلف مقیاس‌های زیرشبکه‌ای در بازیابی کمیت‌های مرتبه اول و دوم آشفته با شبیه‌سازی جریان کanal آشفته و مقایسه نتایج حاصل با داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم در دستور کار قرار گرفت. طبقه بندي داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم برای جریان کanal در اعداد رینولذ مختلف با آشفته محدود به دیواره، این جریان را به یک آزمون ایده‌آل بدل کرده است. داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم در سایت دانشگاه تگزاس برای اعداد رینولذ متفاوت، میزان دقیقت نتایج مدل‌های مختلف آشفته را به صراحت آشکار کرده است.

ترسیم پروفیل‌هایی برای یک فهرست گسترده از کمیت‌های آماری تا ممان‌های مرتبه چهارم از مولفه‌های سرعت عمده نتایج را شامل می‌شود. شبیه‌سازی‌های جریان کanal آشفته بر روی دو شبکه‌بندي متفاوت با تقسیمات $64 \times 64 \times 80$ و $100 \times 136 \times 80$ انجام شده و تنها پروفیل متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری بی بعد برای عدد رینولذ اصطکاکی ۳۹۵ با سه شبکه درشت، متوسط و ریز ترسیم شده است. تحلیل نتایج بر روی ارزیابی دقیقت پروفیل‌های مدل‌های زیرشبکه‌ای مختلف در ارائه ویژگی‌های برجسته کمیت‌های آماری متمرکز شده است. در بیشتر نمودارهای ترسیم شده مدل‌های اسماگورینسکی دینامیکی و گرادیانی تنظیم شده خطای اندکی را در محاسبات خود ایجاد

کرده‌اند و با موفقیت داده‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم را تبعیت کرده‌اند. موقعیت بیشینه و کمینه کمیت‌های آماری در مجاورت دیواره با مدل‌های زیرشبکه‌ای اسماگورینسکی و دیبردورف با دقت پایین و دور از دیواره پیش‌بینی شد. سطح توانایی همه مدل‌های آشفتگی استفاده شده در محاسبه مقادیر انحراف استاندارد از مولفه‌های بردار ورتیسیته به دلیل وابستگی شدید اغتشاشات ورتیسیته به مقیاس‌های کوچک در مقایسه با کمیت‌های آماری مرتبط با سرعت، کاهش یافته است. چکیده این مطالعه در دو بیان خاتمه می‌یابد:

- نتایج حاصل از بهبود مدل گرادیانی تنظیم شده با تصحیح کد حلگر پیمپل‌فوم و سه مدل مقیاس زیرشبکه‌ای دیگر در جریان استاندارد و مهم کanal آشفته با آشفتگی محدود به دیواره تشریح شد. شبیه‌سازی هندسه پله پسرو انحنادار نیز که تحت گرادیان فشار معکوس منجر به جدایش جریان می‌گردد، شرایط بحرانی را برای سنجش عملکرد مدل گرادیانی تنظیم شده فرآهم کرد. پروفیل‌های متوسط‌گیری شده مولفه سرعت محوری و نقاط جدایش و بازگشت در این هندسه با دقت بالایی ترسیم شد. نرم‌افزار متن‌باز این‌فوم به عنوان یک ابزار محاسباتی و شبیه‌سازی، حل معادلات ناویراستوکس فیلترشده را با روش حجم محدود بر عهده داشت.
- امید است داده‌های ارائه شده با اشاره به ابعاد و اندازه شبکه‌بندی هندسه شبیه‌سازی شده در کنار کاربری آسان نرم‌افزار این‌فوم، برای محققان و کاربران دینامیک سیالات محاسباتی در مطالعات پیش‌رو مفید واقع گردد.

۱-۴ نوآوری‌های پایان‌نامه

نوآوری‌های این پایان‌نامه شامل موارد زیر است:

- ارزیابی و توسعه روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به عنوان یک ابزار شبیه‌سازی در محاسبات جریان‌های محدود به دیواره
- پیاده‌سازی معادلات مدل گرادیانی تنظیم شده در نرم‌افزار متن‌باز این‌فوم
- شبیه‌سازی جریان کanal آشفته در سه عدد رینولدز اصطکاکی با به‌کارگیری مدل‌های مختلف مقیاس‌های زیرشبکه‌ای
- شبیه‌سازی جریان بر روی پله پسرو انحنادار در به چالش کشیدن مدل گرادیانی تنظیم شده
- تصحیح فایل معادله سرعت از حلگر پیمپل‌فوم به گونه‌ای که کتابخانه مدل مقیاس زیرشبکه‌ای جدید برای جایگذاری عبارت **B** ۷ در معادله مومنتم فراخوانی گردد.

۲-۴ پیشنهادها برای ادامه کار

پیشنهادهایی که برای ادامه این کار وجود دارد، شامل موارد زیر است:

- طراحی مدل گرادیانی تنظیم شده دینامیکی با ایده‌گرفتن از مدل اسماگورینسکی دینامیکی
- بهبود مدل‌های لرجت گردابه برای ارائه نتایج دقیق و کارآمد مانند مدل لرجت گردابه^۱ AMD
- توسعه کاربرد مدل گرادیانی بهبودیافته بر روی هندسه‌های چالش‌برانگیز همچون پخش‌کننده‌های صنعتی (محفظة احتراق موتورهای جت)
- تصحیح رابطه مدل گرادیانی تنظیم شده، تلاش برای کاهش ناپایداری عددی در گام‌های زمانی بزرگ و تحلیل بهینه اتلاف گردابه‌های تشکیل شده در جریان با ایده‌گرفتن از رفتار کلی آن‌ها در اتلاف انرژی آشفتگی از طریق فرآیند آبشار انرژی
- استفاده از قابلیت‌های زبان برنامه‌نویسی C++ در بهینه‌سازی مدل‌های آشفتگی به منظور کاهش هزینه محاسباتی و زمان شبیه‌سازی

^۱ Anisotropic Minimum-Dissipation (AMD)

مراجع

- [1] O. Reynolds, An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels, *Proceedings of the royal society of London*, Vol. 35, No. 224-226, pp. 84-99, 1883.
- [2] A. N. Kolmogorov, Dissipation of energy in locally isotropic turbulence, in *Proceeding of*, 16-18.
- [3] F. Aldudak, *Geometrical Structure of Small Scales and Wall-bounded Turbulence*, Thesis, Dept, Technische Universität, 2012.
- [4] A. N. Kolmogorov, The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers, in *Proceeding of*, JSTOR, pp. 301-305.
- [5] J. Baggett, J. Jimenez and A. Kravchenko, Resolution requirements in large-eddy simulations of shear flows, *Annual research briefs*, pp. 51-66, 1997.
- [6] L. Prandtl, Über Reibungsschichten bei dreidimensionalen Strömungen, *Festschrift zum*, Vol. 60, pp. 134-141, 1945.
- [7] B. E. Launder and D. B. Spalding, The numerical computation of turbulent flows, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 3, No. 2, pp. 269-289, 1974.
- [8] R. R. Hwang and S.-Y. Jaw, Second-order closure turbulence models: their achievements and limitations, *Proceedings of the National Science Council, Republic of China. Part A, Physical science and engineering*, Vol. 22, No. 6, pp. 703-722, 1998.
- [9] J. Smagorinsky, General circulation experiments with the primitive equations: I. the basic experiment*, *Monthly weather review*, Vol. 91, No. 3, pp. 99-164, 1963.
- [10] J. Deardorff, The use of subgrid transport equations in a three-dimensional model of atmospheric turbulence, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 95, No. 3, pp. 429-438, 1973.
- [11] P. Sagaut, *Large eddy simulation for incompressible flows: an introduction*: Springer Science & Business Media, 2006.
- [12] A. Andren, A. R. Brown, P. J. Mason, J. Graf, U. Schumann, C. H. Moeng and F. T. Nieuwstadt, Large- eddy simulation of a neutrally stratified boundary layer: A

- comparison of four computer codes, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Vol. 120, No. 520, pp. 1457-1484, 1994.
- [13] J. Hinze, Turbulence: An introduction to its mechanisms and theory, *Mechanical Engineering*, Vol. 1396, 1959.
- [14] M. Lesieur, *Turbulence in fluids*: Springer Science & Business Media, 2012.
- [15] A. N. Kolmogorov, The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers, *Proceedings: Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 434, No. 1890, pp. 9-13, 1991.
- [16] F. Champagne, C. Friehe, J. LaRue and J. Wynagaard, Flux measurements, flux estimation techniques, and fine-scale turbulence measurements in the unstable surface layer over land, *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 34, No. 3, pp. 515-530, 1977.
- [17] M. Giger, G. Jirka and T. Dracos, Meandering jets in a shallow fluid layer, in *Proceeding of*, 7.23-7.28.
- [18] C. Simand, F. Chillà and J.-F. Pinton, Inhomogeneous turbulence in the vicinity of a large-scale coherent vortex, *EPL (Europhysics Letters)*, Vol. 49, No. 3, pp. 336, 2000.
- [19] B. J. Bayly, S. A. Orszag and T. Herbert, Instability mechanisms in shear-flow transition, *Annual review of fluid mechanics*, Vol. 20, No. 1, pp. 359-391, 1988.
- [20] G. L. Brown and A. Roshko, On density effects and large structure in turbulent mixing layers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 64, No. 4, pp. 775-816, 1974.
- [21] J. Kim, P. Moin and R. Moser, Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, *Journal of fluid mechanics*, Vol. 177, pp. 133-166, 1987.
- [22] A. Fage and H. Townend, An examination of turbulent flow with an ultramicroscope, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, Vol. 135, No. 828, pp. 656-677, 1932.
- [23] J. Laufer, The structure of turbulence in fully developed pipe flow, 1954.
- [24] P. Klebanoff, Characteristics of turbulence in boundary layer with zero pressure gradient, 1955.
- [25] H. Einstein and H. Li, Secondary currents in straight channels, *Eos, Transactions American Geophysical Union*, Vol. 39, No. 6, pp. 1085-1088, 1958.
- [26] H. Grant, The large eddies of turbulent motion, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 4, No. 2, pp. 149-190, 1958.
- [27] A. Townsend, The structure of the turbulent boundary layer, in *Proceeding of*, Cambridge University Press, pp. 375-395.
- [28] T. Theodorsen, Mech. anism of turbulence, in *Proceeding of*.
- [29] S. J. Kline, W. Reynolds, F. Schraub and P. Runstadler, The structure of turbulent boundary layers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 30, No. 4, pp. 741-773, 1967.
- [30] H. Kim, S. Kline and W. Reynolds, The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 50, No. 1, pp. 133-160, 1971.
- [31] E. R. Corino and R. S. Brodkey, A visual investigation of the wall region in turbulent flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 37, No. 1, pp. 1-30, 1969.
- [32] R. F. Blackwelder and H. Eckelmann, Streamwise vortices associated with the bursting phenomenon, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 94, No. 3, pp. 577-594, 1979.

- [33] W. W. Willmarth and C. E. Wooldridge, Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 14, No. 2, pp. 187-210, 1962.
- [34] L. P. Reiss and T. J. Hanratty, An experimental study of the unsteady nature of the viscous sublayer, *AIChE Journal*, Vol. 9, No. 2, pp. 154-160, 1963.
- [35] S. B. Pope, *Turbulent flows*, Cambridge Univ, Press, Cambridge, 2000.
- [36] U. Piomelli, Large-eddy simulation: achievements and challenges, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 35, No. 4, pp. 335-362, 1999.
- [37] D. C. Leslie, Developments in the theory of turbulence(Book), *Oxford, Clarendon Press*, 1973.
- [38] D. K. Lilly, On the computational stability of numerical solutions of time-dependent non-linear geophysical fluid dynamics problems, *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 93, No. 1, pp. 11-26, 1965.
- [39] D. K. Lilly, A proposed modification of the Germano subgrid- scale closure method, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, Vol. 4, No. 3, pp. 633-635, 1992.
- [40] J. McMillan and J. H. Ferziger, Direct testing of subgrid-scale models, *AIAA Journal*, Vol. 17, No. 12, pp. 1340-1346, 1979.
- [41] P. J. Mason and D. Thomson, Stochastic backscatter in large-eddy simulations of boundary layers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 242, pp. 51-78, 1992.
- [42] U. Piomelli, High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid- scale stress model, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, Vol. 5, No. 6, pp. 1484-1490, 1993.
- [43] U. Piomelli, T. A. Zang, C. G. Speziale and M. Y. Hussaini, On the large- eddy simulation of transitional wall- bounded flows, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, Vol. 2, No. 2, pp. 257-265, 1990.
- [44] P. a. Moin, K. Squires, W. Cabot and S. Lee, A dynamic subgrid- scale model for compressible turbulence and scalar transport, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, Vol. 3, No. 11, pp. 2746-2757, 1991.
- [45] V. Yakhot and S. A. Orszag, Renormalization-group analysis of turbulence, *Physical Review Letters*, Vol. 57, No. 14, pp. 1722, 1986.
- [46] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin and W. H. Cabot, A dynamic subgrid- scale eddy viscosity model, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, Vol. 3, No. 7, pp. 1760-1765, 1991.
- [47] U. Piomelli, W. H. Cabot, P. Moin and S. Lee, Subgrid- scale backscatter in turbulent and transitional flows, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, Vol. 3, No. 7, pp. 1766-1771, 1991.
- [48] A. Yoshizawa and K. Horiuti, A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows, *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 54, No. 8, pp. 2834-2839, 1985.
- [49] C. Fureby, G. Tabor, H. Weller and A. Gosman, Differential subgrid stress models in large eddy simulations, *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 11, pp. 3578-3580, 1997.
- [50] C. Fureby, A. Gosman, G. Tabor, H. Weller, N. Sandham and M. Wolfshtein, Large eddy simulation of turbulent channel flows, *Turbulent shear flows*, Vol. 11, pp. 28-13, 1997.
- [51] J. Bardina, J. H. Ferziger and W. C. Reynolds, Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation, in *Proceeding of*.

- [52] S. Liu, C. Meneveau and J. Katz, On the properties of similarity subgrid-scale models as deduced from measurements in a turbulent jet, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 275, pp. 83-119, 1994.
- [53] U. Piomelli, Local space-time averaging in the dynamic subgrid scale model, *Bull. Amer. Phys. Soc.*, Vol. 35, No. 10, 1991.
- [54] S. Ghosal, T. S. Lund, P. Moin and K. Akselvoll, A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 286, pp. 229-255, 1995.
- [55] S. Khanna and J. G. Brasseur, Analysis of Monin–Obukhov similarity from large-eddy simulation, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 345, pp. 251-286, 1997.
- [56] A. Juneja and J. G. Brasseur, Characteristics of subgrid-resolved-scale dynamics in anisotropic turbulence, with application to rough-wall boundary layers, *Physics of Fluids (1994-present)*, Vol. 11, No. 10, pp. 3054-3068, 1999.
- [57] F. Porté-Agel, C. Meneveau and M. B. Parlange, A scale-dependent dynamic model for large-eddy simulation: application to a neutral atmospheric boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 415, pp. 261-284, 2000.
- [58] H. Lu, C. J. Rutland and L. M. Smith, A priori tests of one-equation LES modeling of rotating turbulence, *Journal of Turbulence*, No. 8, pp. N37, 2007.
- [59] H. Kobayashi and Y. Shimomura, The performance of dynamic subgrid-scale models in the large eddy simulation of rotating homogeneous turbulence, *Physics of Fluids (1994-present)*, Vol. 13, No. 8, pp. 2350-2360, 2001.
- [60] K. Horiuti, Transformation properties of dynamic subgrid-scale models in a frame of reference undergoing rotation, *Journal of Turbulence*, No. 7, pp. N16, 2006.
- [61] H. Lu, C. J. Rutland and L. M. Smith, A posteriori tests of one-equation LES modeling of rotating turbulence, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 19, No. 12, pp. 1949-1964, 2008.
- [62] R. A. Clark, J. H. Ferziger and W. Reynolds, Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 91, No. 01, pp. 1-16, 1979.
- [63] H. Lu and F. Porté-Agel, A modulated gradient model for large-eddy simulation: application to a neutral atmospheric boundary layer, *Physics of Fluids (1994-present)*, Vol. 22, No. 1, pp. 015109, 2010.
- [64] H. Kobayashi and Y. Shimomura, Inapplicability of the dynamic Clark model to the large eddy simulation of incompressible turbulent channel flows, *Physics of Fluids (1994-present)*, Vol. 15, No. 3, pp. L29-L32, 2003.
- [65] A. Leonard, Large-eddy simulation of chaotic convection and beyond, *AIAA paper*, Vol. 97, pp. 0204, 1997.
- [66] S. G. Chumakov, *Subgrid models for large eddy simulation: Scalar flux, scalar dissipation and energy dissipation*, Thesis, Dept, UNIVERSITY OF WISCONSIN-MADISON, 2005.
- [67] H. Lu and F. Porté-Agel, A modulated gradient model for large-eddy simulation: application to a neutral atmospheric boundary layer, *Physics of Fluids*, Vol. 22, No. 1, pp. 015109, 2010.
- [68] H. Jasak, H. G. Weller and N. Nordin, *In-cylinder CFD simulation using a C++ object-oriented toolkit*, 0148-7191, SAE Technical Paper, 2004.
- [69] S. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*: CRC press, 1980.
- [70] J. H. Ferziger, M. Peric and A. Leonard, Computational methods for fluid dynamics, AIP, 1997.

- [71] A. Jameson, W. Schmidt and E. Turkel, Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes, *AIAA paper*, Vol. 1259, pp. 1981, 1981.
- [72] R. Warming and R. M. Beam, Upwind second-order difference schemes and applications in aerodynamic flows, *AIAA J*, Vol. 14, No. 9, pp. 1241-1249, 1976.
- [73] H. Jasak, Error analysis and estimation for finite volume method with applications to fluid flow, 1996.
- [74] H. Versteeg and W. Malalasekera, An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method, 2007.
- [75] R. I. Issa, Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting, *Journal of computational physics*, Vol. 62, No. 1, pp. 40-65, 1986.
- [76] H. A. Van der Vorst, Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems, *SIAM Journal on scientific and Statistical Computing*, Vol. 13, No. 2, pp. 631-644, 1992.
- [77] D. Jacobs, *Preconditioned conjugate gradient methods for solving systems of algebraic equations*: CERL, Central Electricity Research Laboratories, 1981.
- [78] H. Jasak, H. Weller and A. Gosman, High resolution NVD differencing scheme for arbitrarily unstructured meshes, *International journal for numerical methods in fluids*, Vol. 31, No. 2, pp. 431-449, 1999.
- [79] H. G. Weller, G. Tabor, H. Jasak and C. Fureby, A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques, *Computers in physics*, Vol. 12, No. 6, pp. 620-631, 1998.
- [80] S. Churchfield, J. Barber and C. Quinn, A new survey method for water shrews (*Neomys fodiens*) using baited tubes, *Mammal Review*, Vol. 30, No. 3-4, pp. 249-254, 2000.
- [81] M. S. M. Ali, C. J. Doolan and V. Wheatley, Grid convergence study for a two-dimensional simulation of flow around a square cylinder at a low Reynolds number, in *Proceeding of*, 1-6.
- [82] F. Habla, H. Marschall, O. Hinrichsen, L. Dietsche, H. Jasak and J. L. Favero, Numerical simulation of viscoelastic two-phase flows using openFOAM®, *Chemical engineering science*, Vol. 66, No. 22, pp. 5487-5496, 2011.
- [83] H. Nilsson, Experiences with OpenFOAM for water turbine applications, in *Proceeding of*.
- [84] T. D. Stovall, *Simulations of wind turbine wake interactions in OpenFOAM*, Thesis, Dept, University of Colorado at Boulder, 2009.
- [85] S. Muntean, H. Nilsson and R. F. Susan-Resiga, 3D numerical analysis of the unsteady turbulent swirling flow in a conical diffuser using Fluent and OpenFOAM, in *Proceeding of*, 14-16.
- [86] Z. Shang, D. R. Emerson and X. Gu, Numerical investigations of cavitation around a high speed submarine using OpenFOAM with LES, *International Journal of Computational Methods*, Vol. 9, No. 03, pp. 1250040, 2012.
- [87] G. Campitelli, V. K. Krastev, W. W. Huebsch and M. Gautam, Two dimensional numerical study of the flow over a bridge deck with the open source CFD tool Open FOAM, in *Proceeding of*.
- [88] L. Mangani, C. Bianchini, A. Andreini and B. Facchini, Development and validation of a C++ object oriented CFD code for heat transfer analysis, *ASME Summer Heat Transfer*, 2007.

- [89] A. Bansal, A. Feldick and M. Modest, Simulation of hypersonic flow and radiation over a mars reentry vehicle using openfoam, in *Proceeding of*, 650.
- [90] V. Rivola, Comparative Study of the CFD codes Mistral and OpenFOAM, *Parc Technologique Cap Delta, Verniolle, France*, 2007.
- [91] J. Lorentzon, Fluid-Structure Interaction (FSI) case study of a cantilever using OpenFOAM and DEAL. II with application to VIV, 2009.
- [92] H. Rusche, *Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flows at high phase fractions*, Thesis, Dept, Imperial College London (University of London), 2003.
- [93] M. J. Churchfield, G. Vijayakumar, J. G. Brasseur and P. J. Moriarty, *Wind energy-related atmospheric boundary layer large-eddy simulation using OpenFOAM: Preprint*, National Renewable Energy Laboratory (NREL), Golden, CO., 2010.
- [94] F. P. Kärrholm, F. Tao and N. Nordin, *Three-dimensional simulation of diesel spray ignition and flame lift-off using OpenFOAM and KIVA-3V CFD codes*, 0148-7191, SAE Technical Paper, 2008.
- [95] E. Robertson, V. Choudhury, S. Bhushan and D. Walters, Validation of OpenFOAM numerical methods and turbulence models for incompressible bluff body flows, *Computers & Fluids*, Vol. 123, pp. 122-145, 2015.
- [96] C. Othmer, E. de Villiers and H. G. Weller, Implementation of a continuous adjoint for topology optimization of ducted flows, in *Proceeding of*.
- [97] R. D. Moser, J. Kim and N. N. Mansour, Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re \tau = 590$, *Physics of fluids*, Vol. 11, No. 4, pp. 943-945, 1999.
- [98] P. Moin and J. Kim, Numerical investigation of turbulent channel flow, *Journal of fluid mechanics*, Vol. 118, pp. 341-377, 1982.
- [99] J. C. Hunt, A. A. Wray and P. Moin, Eddies, streams, and convergence zones in turbulent flows, 1988.
- [100] Y. Bentaleb, S. Lardeau and M. A. Leschziner, Large-eddy simulation of turbulent boundary layer separation from a rounded step, *Journal of Turbulence*, No. 13, pp. N4, 2012.
- [101] S. Lardeau and M. Leschziner, The interaction of round synthetic jets with a turbulent boundary layer separating from a rounded ramp, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 683, pp. 172-211, 2011.
- [102] S. Zhang and S. Zhong, Turbulent flow separation control over a two-dimensional ramp using synthetic jets, *AIAA journal*, Vol. 49, No. 12, pp. 2637-2649, 2011.
- [103] S. Zhong and S. Zhang, Further examination of the mechanism of round synthetic jets in delaying turbulent flow separation, *Flow, turbulence and combustion*, Vol. 91, No. 1, pp. 177-208, 2013.

Evaluating modulated gradient model in large eddy simulation method accompanied with pimpleFoam correction in the OpenFOAM package

Abstract

Accurate modeling of the sub-grid scales (SGS) is crucial in determining the accuracy of the large eddy simulations (LES) in turbulent flow analysis. In recent years, new branches of the sub-grid scales models called gradient-based models were developed in computing the sub-grid scales stresses and heat fluxes and used in large eddy simulations. In this work, the modulated gradient model (MGM) equations were implemented in the OpenFOAM package, and pimpleFoam solver was modified to improve the solution accuracy. The modulated gradient model is based on the Taylor-series expansion of the sub-grid scales stress and employs the local equilibrium hypothesis to evaluate the sub-grid scales kinetic energy. To assess the accuracy of the modulated gradient model as well as the improved pimpleFoam solver, turbulent channel flow at three frictional Reynolds number of 180, 395 and 590 was simulated via the OpenFOAM package and results were compared with the direct numerical simulation (DNS) data as well as the numerical solution of the Smagorinsky, Dynamic Smagorinsky and Deardorff models. The results show that modulated gradient model evaluates first and second order turbulence parameters with a high-level of accuracy. The gently curved backward-facing step test is subjected to a weak adverse pressure gradient (APG) which causes the flow separation. Therefore, it makes it a rigorous challenge for examining different sub-grid scale models.

Keywords

Large Eddy Simulation, Sub-Grid Scale Stress Tensor, Sub-Grid Scale Models, Modulated Gradient Model, Turbulent Channel Flow, OpenFOAM Software.



**Ferdowsi University of Mashhad
Engineering Faculty
Department of Mechanical Engineering**

**MSc Thesis
Area: Propulsion**

Evaluating modulated gradient model in large eddy simulation method accompanied with pimpleFoam correction in the OpenFOAM package

**By:
Elyas Lar Kermani**

**Advisor:
Dr. Ehsan Roohi Golkhatmi**

September 2017