

Chapitre 2:

Les algorithmes de recherche et de tri

Recherche dans un tableau

- Trouver l'indice d'un élément particulier dans le tableau.
- Une première solution est de parcourir tout le tableau et de s'arrêter dès que l'on trouve la valeur cherchée.
- Il faut prévoir de s'arrêter à la fin du tableau si la valeur n'est pas présente.

Recherche séquentielle

Algorithme

fonction recherche(in tab : tableau d'entiers, in taille : entier,
in val : entier) : ret entier

{Renvoie l'indice de val dans tab de taille taille si elle y est. Renvoie -1 sinon.}

Variable i, trouve : entier;

Début

trouve \leftarrow -1; i \leftarrow 0;

Tant que (trouve=-1 et i < taille) faire

 Si tab[i]=val faire

 trouve \leftarrow i;

 FSI

 i \leftarrow i+1;

FTq

retourner trouve

Fin

Recherche dichotomique

- Ne s'applique qu'à des tableaux **triés** dont on connaît le sens du tri.
- Principe : réduire l'intervalle de recherche
 - Choisir un élément dans le tableau : $t[i]$

Éléments $\leq t[i]$	$t[i]$	Éléments $\geq t[i]$
----------------------	--------	----------------------

- Si la valeur recherchée est égale à $t[i]$, on a trouvé

Éléments $\leq t[i]$	$t[i]$	Éléments $\geq t[i]$
----------------------	--------	----------------------

- Si la valeur recherchée est $> t[i]$, on continue la recherche dans la partie des éléments $\geq t[i]$

Éléments $\leq t[i]$	$t[i]$	Éléments $\geq t[i]$
----------------------	--------	----------------------

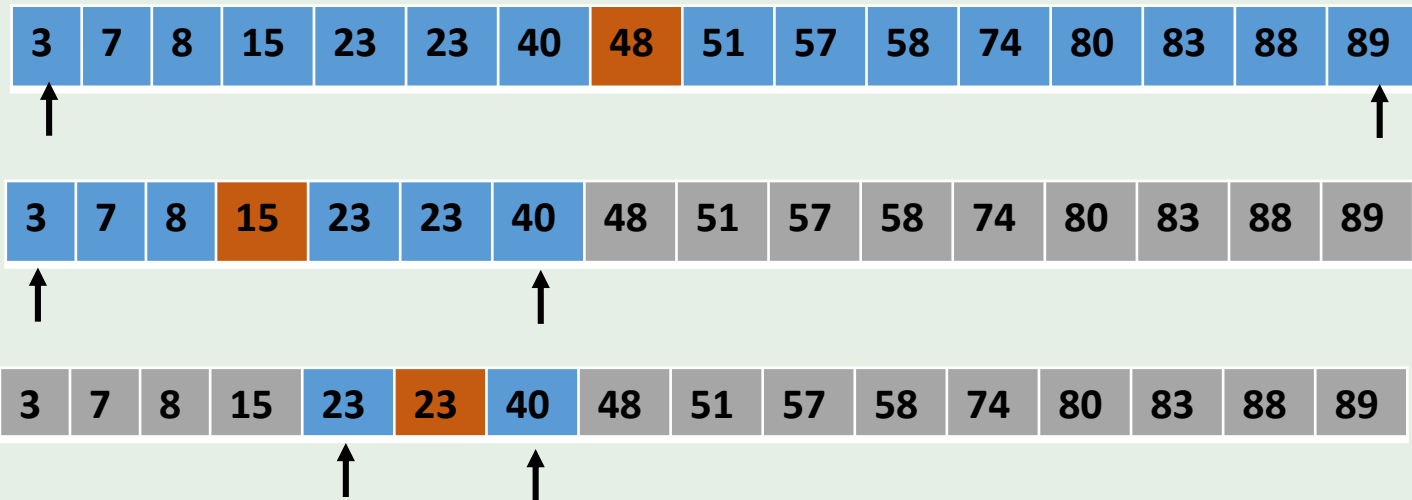
- Si la valeur recherchée est $< t[i]$, on continue la recherche dans la partie des éléments $\leq t[i]$

Éléments $\leq t[i]$	$t[i]$	Éléments $\geq t[i]$
----------------------	--------	----------------------

Recherche dichotomique

- Arrêt de la recherche :
 - lorsque l'on trouve l'élément recherché ;
 - lorsque l'on arrive sur un intervalle de recherche vide.
- En général, on choisit l'élément du milieu pour la séparation.

Exemple: recherche de 23



Recherche dichotomique: Algorithme itératif

- Idée de l'algorithme :
 - Vérifier si l'on est sur la case recherchée, ou que l'on a terminé la recherche.
 - Si ce n'est pas le cas, regarder de quel côté peut se trouver la valeur.
 - Si on a terminé, on renvoie l'indice si c'est la bonne case, ou -1 sinon.

Algorithme

```

fonction rechDicholter(in tab : tableau d'entiers, in début:
entier, in fin : entier, in val : entier) : ret entier
{Renvoie l'indice de val dans tab de taille taille si elle y est. Renvoie -1 sinon.}
Variable min, max, milieu, trouvé : entier;
Début
    
```

Recherche dichotomique: Algorithme itératif

Algorithme (suite)

```
trouvé ← -1; min ← début; max ← fin;  
Tant que (trouvé = -1 ou min ≤ max) faire  
    milieu ← (min + max) / 2;  
    Si val = tab[milieu] faire  
        trouvé = milieu;  
    Sinon Si val < tab[milieu] faire  
        max = milieu - 1;  
    Sinon  
        min = milieu + 1;  
    Fsi  
Fsi  
FTq  
retourner trouvé;  
Fin
```

Recherche dichotomique: Algorithme récursif

- Idée de l'algorithme :
 - Vérifier si l'on est sur la case recherchée, ou que l'on a terminé la recherche.
 - Si ce n'est pas le cas, regarder de quel côté peut se trouver la valeur.
 - Si on a terminé, on renvoie l'indice si c'est la bonne case, ou -1 sinon.

Algorithme

fonction rechDichoRec(in tab : tableau d'entiers, in début: entier, in fin : entier, in val : entier) : ret entier

{Renvoie l'indice de val dans tab de taille taille si elle y est. Renvoie -1 sinon.}

Variable milieu, trouvé : entier;

Début

Recherche dichotomique: Algorithme récursif

Algorithme (suite)

Si début > fin

trouvé \leftarrow -1;

Sinon

milieu \leftarrow (min+max)/2;

Si val = tab[milieu] faire

trouvé \leftarrow milieu;

Sinon Si val < tab[milieu] faire

rechDichoRec(tab, début, milieu-1, val);

Sinon

rechDichoRec(tab, milieu+1, fin, val);

FSi

FSi

FSi

retourner trouvé;

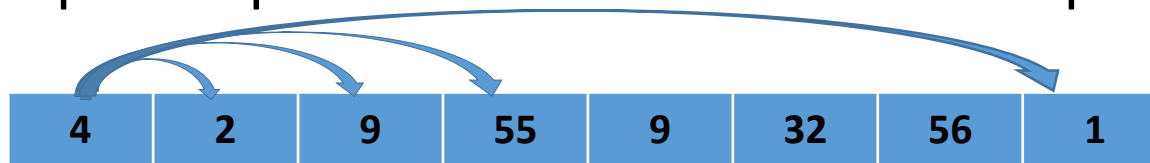
Fin

Algorithmes de tri

- La notion d'ordre n'est pas implicite dans un tableau.
- Il est souvent nécessaire d'avoir des valeurs triées.
Exemple : recherche dichotomique.
- Nous allons voir les tris en ordre croissant suivants :
 - ✓ tri par échange;
 - ✓ tri par insertion ;
 - ✓ tri par sélection-permutation ;
 - ✓ tri à bulles ;
- Ces tris simples sont peu efficaces sur de grands vecteurs.
- On utilise d'autres algorithmes comme, par exemple :
 - ✓ tri fusion ;
 - ✓ tri rapide (quick sort).

Tri par échange

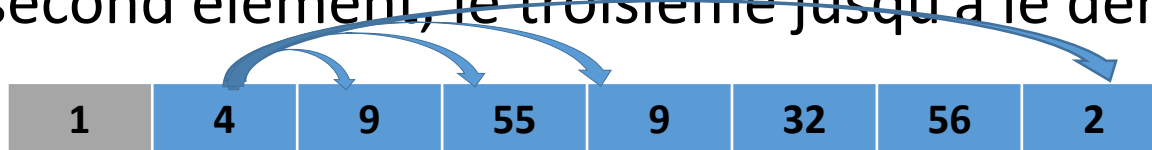
- Le tri par échange est un algorithme de tri peu performant à cause de sa lenteur d'exécution
- **Principe** : prendre chaque élément du tableau et le comparer à tous les éléments suivant, lorsque l'ordre n'est pas respecté les deux éléments sont permutés



- Lorsque on termine de parcourir le tableau pour la première fois, on est sûr d'avoir placé le premier élément à la bonne place



- On parcourt donc de nouveau le tableau pour placer le second élément, le troisième jusqu'à le dernier.



Tri par échange

Algorithme

fonction triEchan(**in-out** *tab* : tableau d'entiers, **in** *taille* : entier) : **vide**

variables *i, j, echange*: entiers;

Début

pour *i* de 0 à *taille-2* **faire**

pour *j* de *i+1* à *taille-1* **faire**

Si $T[j] < T[i]$ **faire**

echange $\leftarrow T[i]$;

$T[i] \leftarrow T[j]$;

$T[j] \leftarrow echange$;

FSi

fpour

fpour

Fin

Tri par insertion

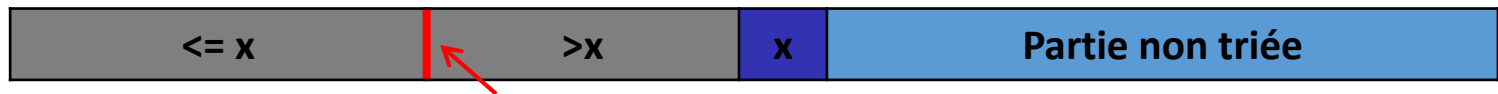
- Utilisé pour trier les cartes que l'on a en main.
- Principe : on prend un élément et on recherche sa place dans la partie déjà triée puis on l'insère à cet endroit, et ainsi de suite. . .
- Application aux tableaux :
 - ✓ Deux parties dans le tableau :

partie triée	partie non triée
--------------	------------------

- ✓ On procède itérativement en prenant à chaque fois un élément de la partie non triée et en l'insérant à la bonne place dans la partie triée.
- À chaque fois, on prend le 1er élément de la partie non triée comme élément à insérer dans la partie déjà triée.

Tri par insertion

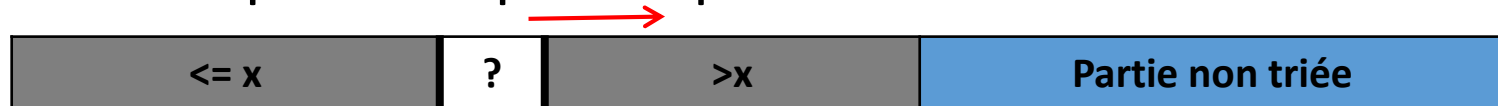
- L'insertion de l'élément courant se fait en 4 étapes :
 - Trouver le point d'insertion dans la partie triée.



- Recopier l'élément courant



- Décaler d'une case vers la droite les éléments déjà triés qui sont après le point d'insertion.



- Placer l'élément courant à l'emplacement ainsi libéré



Tri par insertion

- On voit que la **nouvelle** partie grisée est toujours **triée** :

$\leq x$	x	$> x$	Partie non triée
----------	-----	-------	------------------

- Au départ, on a logiquement :
 - partie triée** vide
 - partie non triée** tout le tableau
- Mais on peut gagner une étape en prenant :
 - partie triée** 1er élément du tableau
 - partie non triée** le reste du tableau
- La recherche du point d'insertion et le décalage des éléments peuvent se faire **en même temps**.
- On termine quand la **partie non triée** devient vide :
quand le **dernier élément** du tableau a été **inséré** dans la partie triée.

Tri par insertion

Algorithme

fonction triInsert(**in-out** *tab* : tableau d'entiers, **in** *taille* : entier) : **vide**

variables *valeur*, *limite*, *place* : entiers;

Début

pour *limite* de 1 à *taille*-1 **faire**

valeur \leftarrow *tab*[*limite*];

place \leftarrow *limite*;

tant que *place* \geq 0 et *tab*[*place*-1] > *valeur* **faire**

tab[*place*] \leftarrow *tab*[*place*-1];

place \leftarrow *place*-1;

ftant

tab[*place*] \leftarrow *valeur*;

fpour

Fin

Tri par sélection-permutation

- On aimerait **ne plus** avoir à **modifier** la partie déjà triée
 - On distingue toujours les deux parties des éléments mais cette fois :

partie triée (élts \leq élts non triés)

partie non triée (élts \geq élts triés)

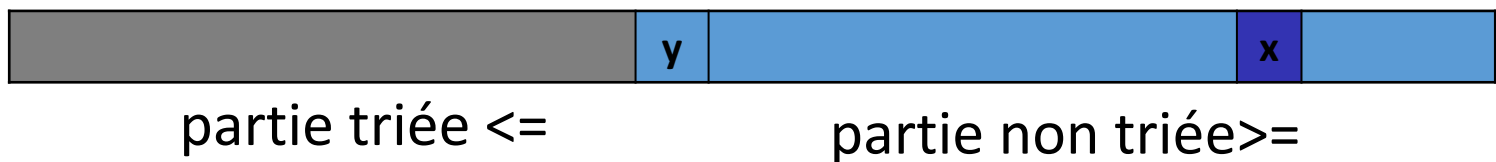
- Ajout d'un élément **à la fin** de la partie triée mais il doit être inférieur aux éléments de la partie non triée
- Principe :
 - on cherche le plus petit élément dans la partie non triée (sélection) et on le place au début de cette partie (permutation).
- **Nouvelle** zone triée = **ancienne** zone triée, **plus** cet élément.
- **Nouvelle** zone non triée = **ancienne** zone non triée, **moins** cet élément.

Tri par sélection-permutation

- La sélection-permutation d'un élément se fait en 2 étapes :
- Trouver le minimum dans la partie non triée : x



- Permuter avec le premier élément de la partie non triée



Tri par sélection-permutation

- On voit que la nouvelle partie grisée est toujours triée :



- Au départ, on a logiquement :
partie triée = vide
partie non triée = tout le tableau
- Cette fois, on peut gagner une étape à la fin (dernier élément).
- On termine quand la partie non triée ne contient plus qu'un seul élément : il s'incorpore directement dans la partie triée.



Tri par sélection-permutation

Algorithme

fonction triSélect(**in-out** *tab* : tableau d'entiers, **in** *taille* : entier) : **vide**

Variables *iMin*, *min*, *limite*, *i* : entier;

Début

pour *limite* **de** 0 à *taille* - 2 **faire**

iMin \leftarrow *limite*;

pour *i* **de** *limite*+1 à *taille*-1 **faire**

si *tab*[*i*] < *tab*[*iMin*] **alors**

iMin \leftarrow *i*;

fsi

fpour

min \leftarrow *tab*[*iMin*];

tab[*iMin*] \leftarrow *tab*[*limite*];

tab[*limite*] \leftarrow *min*;

fpour

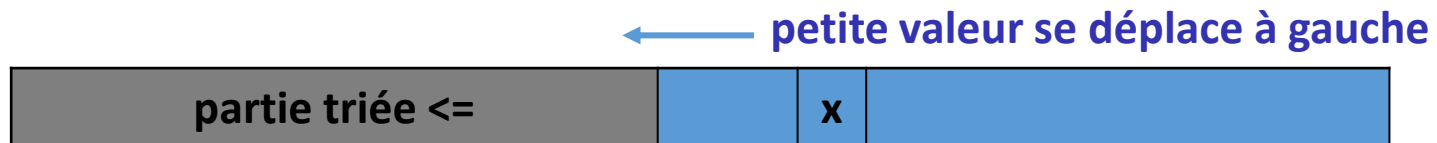
Fin

Tri à Bulles

- On aimerait éviter le calcul des minimums (recherche coûteuses).
- On distingue toujours la partie triée (\leq) et la partie non triée :



- On fait descendre les éléments les plus petits par parcours successifs :



■ Principe :

Parcours droite–gauche de la partie non triée avec comparaison deux à deux des éléments consécutifs et remise en ordre éventuelle.

- Nouvelle zone triée = ancienne zone triée plus élément minimum de la zone non triée.
- Nouvelle zone non triée = ancienne zone non triée, moins cet élément.

Tri à Bulles

Algorithme

```
fonction triBulles(in-out tab : tableau d'entiers, in taille : entier) : vide  
Variables tmp, limite, i : entiers  
pour limite de 0 à taille-2 faire  
  pour i de taille-1 à limite+1 pas <-1> faire  
    si tab[i] < tab[i-1] alors  
      tmp ← tab[i];  
      tab[i] ← tab[i-1];  
      tab[i-1] ← tmp;  
    fsi  
  fpour  
fpour
```

Devoir à domicile (à rendre début janvier 2017)

- Implémenter en langage C les différents type d'algorithmes de tri vus dans ce chapitre et les autres qui existent (tri par fusion, tri rapide, ...).
- Comparer la performance machine (temps d'exécutions) des différents algorithmes sur des exemples aléatoires des tableaux.
- Illustrer vos comparaisons à l'aide des tableaux et des graphiques.
- Réaliser un rapport accompagné d'un CD comportant les programmes sources.
- N.B: Vous pouvez travaillez en groupe de deux personnes maximum.