



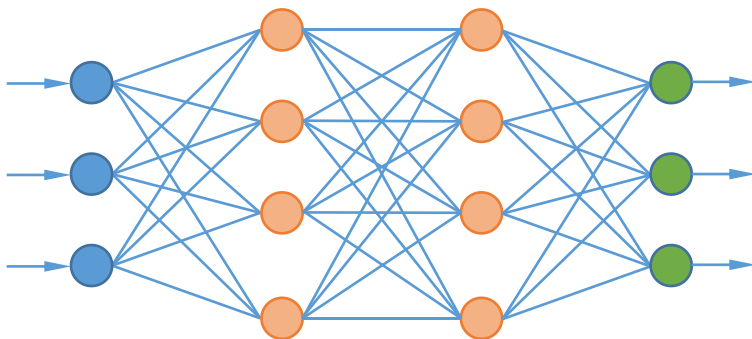
## 12.5 激活函数

## 生物神经网络

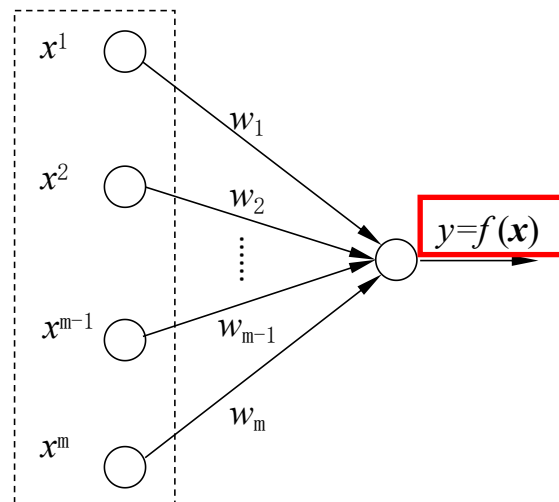
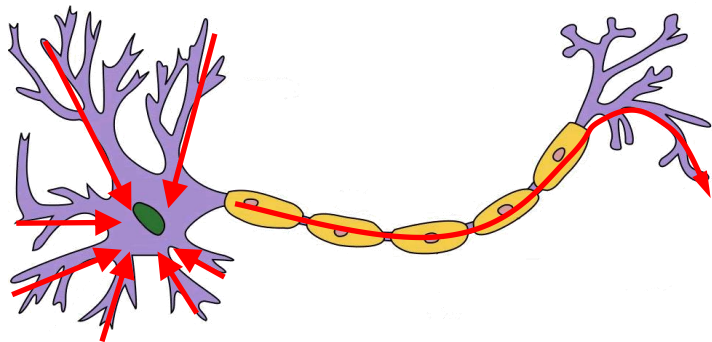


## 人工神经网络

由人工**神经元**和神经元之间的**连接**构成的一种**数学模型**

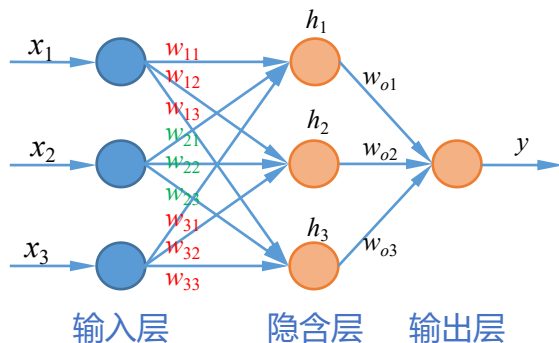


### □ 激活函数的作用



## ■ 线性函数

无论有多少层隐含层，输出都是输入特征的**线性组合**



## ■ 任意函数

- 灵活、功能强大;
- 过于复杂，难于训练;
- 通用性差

隐含层

$$h_1 = \sum_{j=1}^3 w_{1j} x^j + w_{10} = W_1^T X$$

$$h_2 = \sum_{j=1}^3 w_{2j} x^j + w_{20} = W_2^T X$$

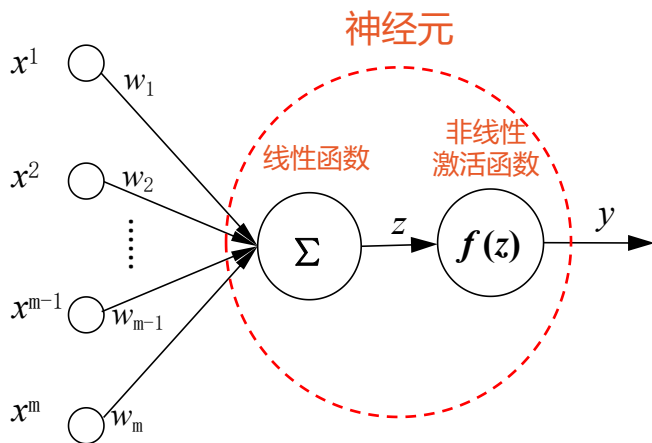
$$h_3 = \sum_{j=1}^3 w_{3j} x^j + w_{30} = W_3^T X$$

输出层

$$y = \sum_{j=1}^3 w_{oj} h_j + w_o = W_o H_j$$

$$= W_o (W_1^T X + W_2^T X + W_3^T X)$$





□ 所有输入的**线性组合**

$$z = \sum_{j=1}^m w_j x^j + w_0 = W^T X$$

□ 使用一个**非线性的激活函数**

$$y = f(z) = f(W^T X)$$

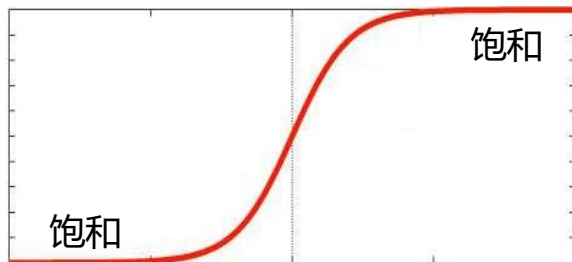
**激活函数的性质**

- 简单的非线性函数
- 连续并可导
- 单调函数

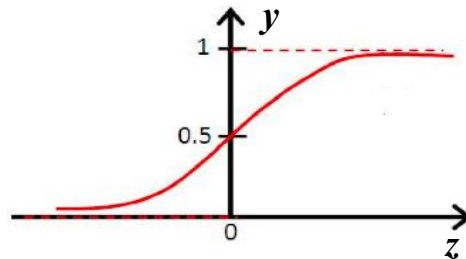


### □ 常用的激活函数

#### ■ sigmoid函数

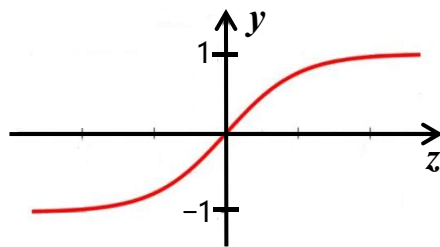


#### ■ 对数几率函数 logistic



$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

#### ■ 双曲正切函数 Tanh

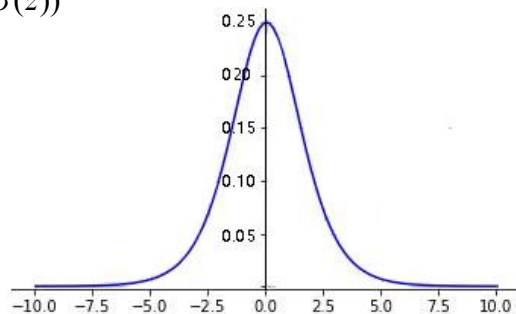


$$\tanh(z) = \frac{\sinh z}{\cosh z} = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}$$



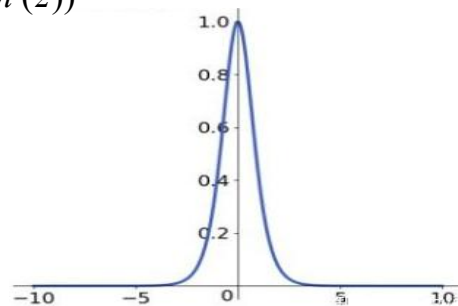
### ■ logistic函数的导函数

$$\sigma'(z) = \sigma(z)(1 - \sigma(z))$$



### ■ Tanh函数的导函数

$$\tanh'(z) = 1 - (\tanh(z))^2$$

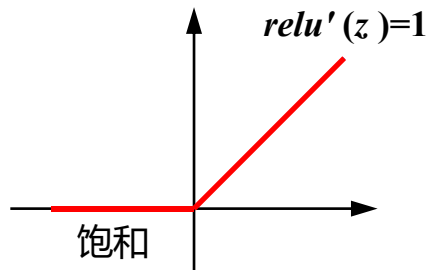


### 梯度消失问题

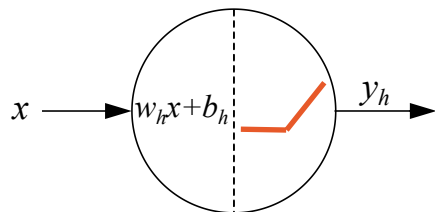
- 多层神经网络，误差反向传播
- 使用链式法则，误差经过每一层会不断衰减
- 网络层数较深时，梯度值趋近于0，参数更新几乎停滞



### □ ReLU函数 (Rectified Linear Unit, 修正线性单元)



$$y = \begin{cases} z & z \geq 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases}$$
$$= \max(0, z)$$

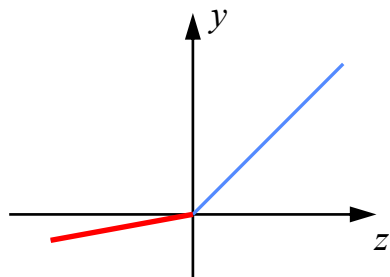


- $z > 0$ 时, 导数等于1, 缓解了梯度消失问题
- 不存在幂运算, 计算速度快
- 导数恒等于1, 训练模型收敛速度快
- 输出不是以0为均值的, 会影响收敛的速度
- $z < 0$ 时, 梯度为0, 神经元死亡





### □ Leaky-ReLU函数



$$y = \begin{cases} z & z \geq 0 \\ \frac{z}{a} & z < 0 \end{cases} \quad a \in (1, +\infty)$$

- 避免了ReLU神经元死亡
- 神经网络的计算和训练速度快
- 超参数a需要人工调整



### □ PReLU函数 和 RReLU函数

■ **PReLU** (Parameteric Rectified Linear Unit, 参数化修正线性单元)

$$y = \begin{cases} z & z \geq 0 \\ \alpha z & z < 0 \end{cases} \quad \alpha: \text{可训练参数}$$

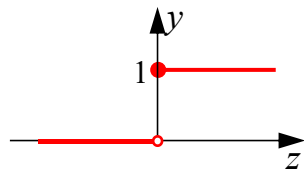
■ **RReLU** (Randomized Leaky Rectified Linear Unit, 随机纠正线性单元)

- 训练阶段, 负值部分的斜率是随机分配的 (均匀分布)
- 测试阶段, 负值的斜率是固定的 (训练阶段所有 $\alpha$ 的平均值)

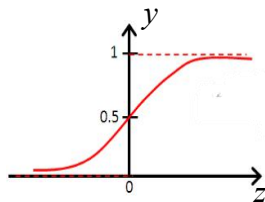


### □ 激活函数的特点

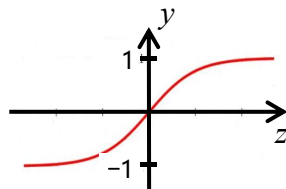
- 包含充分的梯度信息
- 能够识别阈值



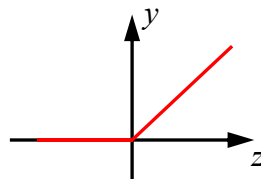
阶跃函数



Logistic函数



Tanh 函数



ReLU 函数

