Google
神经网络&深度学习
TENSORFLOW

9.2 一元线性回归

中国大学MOOC

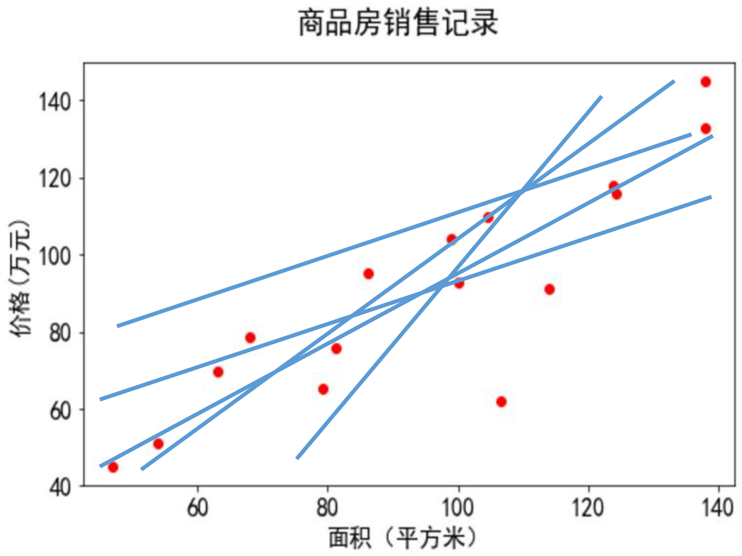
■ 一元线性回归(Simple linear regression)

模型：$y = wx + b$

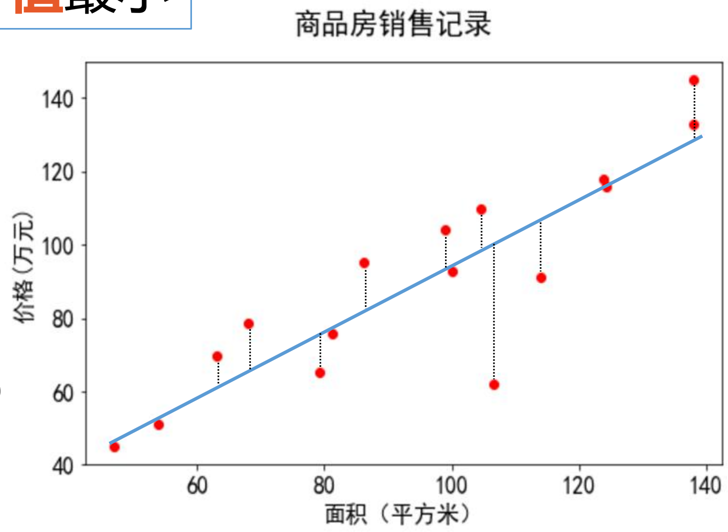
模型变量：x

模型参数

- w: 权重（weights）
- b: 偏置值（bias）



最佳拟合直线应该使得所有点的残差累计值最小



- 残差和最小

$$Loss = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - (wx_i + b))$$

- 残差绝对值和最小

$$Loss = \sum_{i=1}^{n}|y_i - \hat{y}_i| = \sum_{i=1}^{n}|y_i - (wx_i + b)|$$

- 残差平方和最小

$$Loss = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - (wx_i + b))^2$$

- **损失函数/代价函数** (cost function)：估量模型的**预测值**与**真实值**的不一致程度
  - **平方损失函数** (Square Loss)

$$Loss = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - (wx_i + b))^2$$

  - **均方误差** (Mean Squqre Error)

$$Loss = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - (wx_i + b))^2$$

- **最小二乘法**: 基于**均方误差最小化**来进行模型求解的方法

9.2 一元线性回归

$$Loss=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(y_i-(wx_i+b))^2$$

已知：样本点 (x_i, y_i)

未知：变量为 w, b

求极值问题： w, b 取何值时，损失函数最小?

极值点的偏导数为零

解析解 (Analytical solution)

封闭解 (Closed-form solution)

$$\frac{\partial Loss}{\partial w}=\sum_{i=1}^{n}(y_i-b-wx_i)(-x_i)=0$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial b}=\sum_{i=1}^{n}(y_i-b-wx_i)(-1)=0$$

$$w=\frac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\sum_{i=1}^{n}x_i\sum_{i=1}^{n}y_i}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-(\sum_{i=1}^{n}x_i)^2}$$

$$b=\frac{\sum_{i=1}^{n}y_i-w\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}$$

$$w=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$$

$$b=\bar{y}-w\bar{x}$$