Assegnazione degli autovalori (tempo discreto)

Per ciascuna delle seguenti coppie (A, B), che caratterizzano altrettanti sistemi a tempo discreto, dire quali degli obiettivi proposti per la matrice dinamica a ciclo chiuso $A+BF$ sono ottenibili. Per ciascun obiettivo ottenibile, calcolare una matrice F che lo ottiene. Provare ad usare entrambi i metodi visti a lezione: quello basato sulla formula di Ackermann (eventualmente usando retroazione preliminare e/o cambio di base per ricondursi in forma di Kalman) e quello basato sulla formula di Mitter. Confrontare i risultati e la difficoltà del procedimento: specialmente in quei casi in cui è noto che il risultato deve coincidere!

(i) $$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

a) stabilità asintotica
b) autovalori $= 0,\ 1/2,\ -1/2$
c) autovalori $= 1/2,\ 1/3,\ 1/5$

(ii) $$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

a) stabilità asintotica
b) autovalori $= 0,\ 1/2,\ -1/2,\ 1/4$
c) autovalori $= 1/2,\ 1/3,\ 1/5$

(iii) $$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

a) stabilità asintotica
b) autovalori $= 0,\ 1/2,\ -1/2$
c) autovalori $= 1/2,\ 1/3,\ 1/5$

(iv) $$A = \begin{bmatrix} -1/2 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & -3/2 & 0 \\ -3/5 & -3/5 & 1/5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

a) stabilità asintotica
b) autovalori $= 0,\ 1/2,\ -1/2$
c) autovalori $= 1/2,\ 1/3,\ 1/5$

(v) $$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix},$$

a) stabilità asintotica
b) autovalori $= 0,\ 1/2,\ -1/2$
c) autovalori $= 1/2,\ 1/3,\ 1/5$

(vi) $$A = \begin{bmatrix} 1 & -1/4 & 1 \\ 0 & -1/4 & 0 \\ 0 & 5/4 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

a) stabilità asintotica
b) autovalori $= 0,\ 1/2,\ -1/2$
c) autovalori $= 1/2,\ 1/3,\ 1/5$