



Recursión

La recursividad consiste en realizar una definición de un concepto en términos del propio concepto que se está definiendo.

Ejemplos:

- ü El factorial de un número natural n , es 1 si dicho número es 0, o n multiplicado por el factorial del número $n-1$, en caso contrario.

- ü La sucesión de Fibonacci

- ü La n -ésima potencia de un número x , es 1 si n es igual a 0, o el producto de x por la potencia $(n-1)$ -ésima de x , cuando n es mayor que 0.



Recursión

La solución para problemas recursivos puede plantearse de la siguiente forma:

- División sucesiva del problema original en uno o varios más pequeños del mismo tipo.
- Se resuelven los problemas más sencillos.
- Con las soluciones de éstos se construyen las soluciones de los problemas más complejos.

Ejemplo (1)

Cálculo del factorial de un número, por ejemplo, 5.

$$5! = 5 * 4!$$

$$4! = 4 * 3!$$

$$3! = 3 * 2!$$

DESCOMPOSICIÓN DEL
PROBLEMA

$$2! = 2 * 1!$$

$$1! = 1 * 0!$$

SOLUCIÓN CONOCIDA O DIRECTA **0! = 1**

$$1! = 1 * 0! = 1$$

$$2! = 2 * 1! = 2$$

$$3! = 3 * 2! = 6$$

$$4! = 4 * 3! = 24$$

$$5! = 5 * 4! = 120$$

El código recursivo sería:

factorial (n)

```
{ if (n = 0) return 1;  
  else return n * factorial(n-1);  
}
```

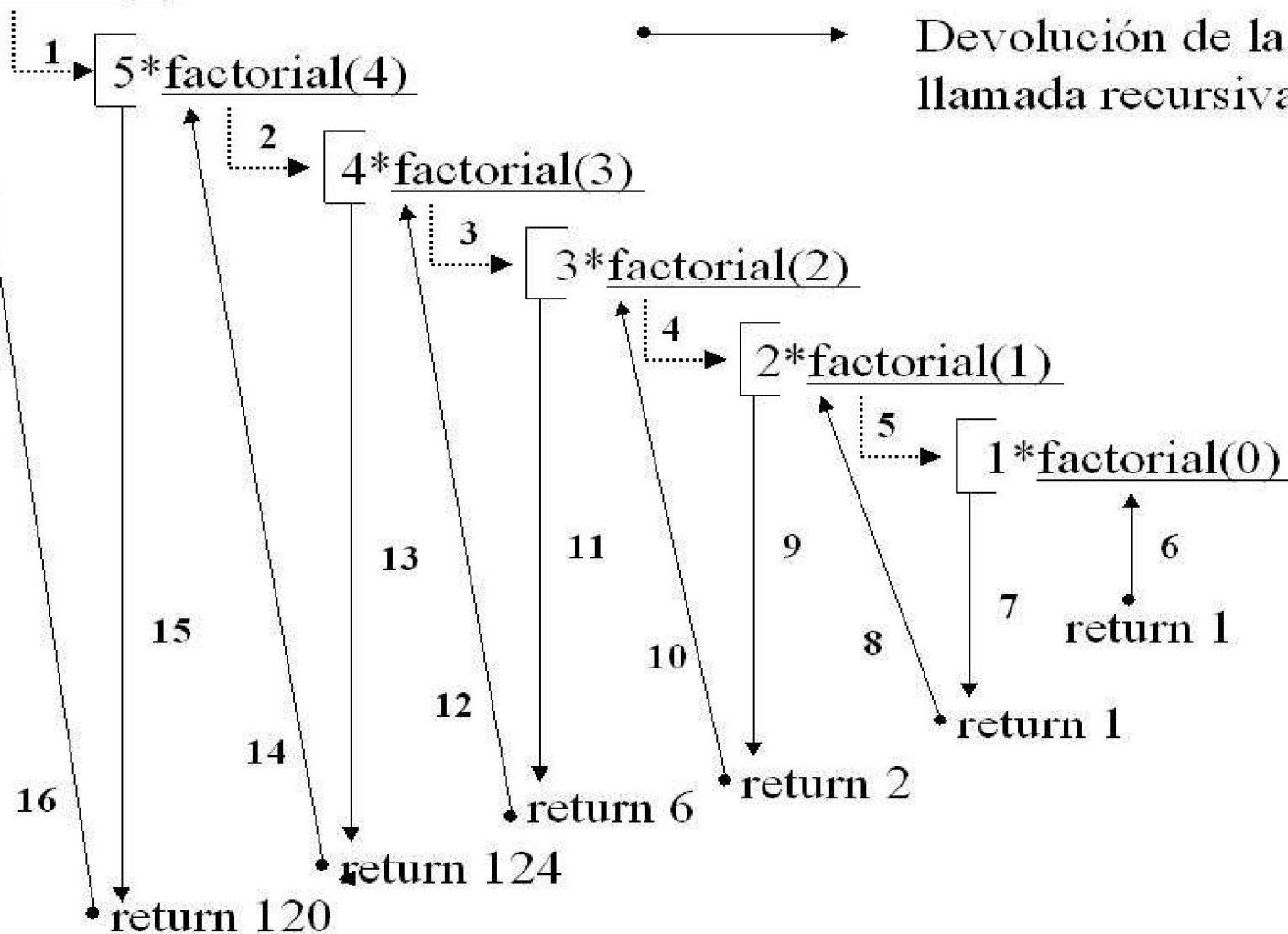
El algoritmo recursivo siempre debe tener:

- La llamada recursiva, que expresa el problema original en términos de otro menor,
- El valor para el cual se conoce una solución no recursiva denominado **caso base**: una instancia del problema cuya solución no requiere de llamadas recursivas.

long fact

fact= factorial(5)

.....→ Llamada recursiva
•→ Devolución de la llamada recursiva.



Cómo se ejecuta el programa?



Fibonacci

La sucesión de números $F_0 = 1$, $F_1 = 1$, $F_2 = 2$, $F_3 = 3$, $F_4 = 5$, etc. recibe el nombre de sucesión de Fibonacci.

La expresión recurrente que define los números de Fibonacci es:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad \text{si } n \geq 2$$

$$F_0 = F_1 = 1$$

Este define la secuencia: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

El programa recursivo seria:

```
fibonacci(int n){  
    if ((n = 0) or (n = 1)) return 1;  
    else return fibonacci (n-1) + fibonacci (n-2);  
}
```



Fibonacci

Se puede analizar y llegar a la conclusión que el algoritmo recursivo toma un tiempo **exponencial**, mientras que por contraste el algoritmo iterativo toma un tiempo **lineal**:

```
fibonacci(int n){  
    F[0] = F[1]= 1;  
    for (int i=2; i<=n; i++)  
        F[i] = F[i-1]+ F[i-2];  
    delete n;  
}
```



Ejemplo

Calcular recursivamente la cantidad de veces que ocurre un elemento (objetivo) en una estructura de arreglo (vector)

Ocurrencias (n, vector, objetivo, primero)

```
{ if (primero > n-1) return 0;  
else  
{ if (vector[primero] == objetivo)  
    return(1+Ocurrencias(n,vector,  
        objetivo,primero+1));  
else  
    return(Ocurrencias(n,vector,  
        objetivo, primero+1));  
}  
}
```




Cómo se administra la recursión

La memoria a la hora de ejecutar un programa queda dividida en dos partes:

- la zona donde se almacena el código del programa y
- la zona donde se guardan los datos: pila (utilizada para llamadas recursivas).



Cómo se administra la recursión

El programa principal llama a una rutina,

- ∅ se crea en la pila de un registro de activación o entorno,
- ∅ se almacena constantes, variables locales y parámetros formales.
- ∅ estos registros se van apilando conforme se llaman sucesivamente desde una función a otras
- ∅ cuando finaliza la ejecución, se va liberando el espacio



A tener en cuenta :

La profundidad de la recursión está dada por el número de registros de activación en la pila en un momento dado.

Problema:

Si profundidad es muy grande \Rightarrow desbordamiento de la pila.

Representación gráfica del registro de activación:

Ejemplo de cómo evoluciona una pila-

Ejemplo (3)

Problema: impresión de palabras en sentido contrario al leído.

Función recursiva. imp_OrdenInverso.

Parámetros. número de palabras que quedan por leer (n).



Algoritmo:

- Se lee la primera palabra, y recursivamente se llama a la función para que lea e imprima el resto de palabras, para que finalmente se imprima la primera leída.
- ∅ El caso base: cuando sólo quede una palabra ($n == 1$), en cuyo caso se imprimirá directamente.
- ∅ Como en cada llamada recursiva hay que leer una palabra menos del total, en $n-1$ llamadas se habrá alcanzado el caso base.
- ∅ Una vez se haya alcanzado el caso base al devolver continuamente el control a las funciones invocantes se irán imprimiendo de atrás a delante las palabras obtenidas desde la entrada estándar.



Algoritmo

```
imp_OrdenInverso(int n)  
{  
  if (n == 1)  
  { palabra = leerpalabra();  
    imprimir(palabra);  
  }  
  else  
  {  
    palabra = leerpalabra();  
    imp_OrdenInverso(n-1);  
    imprimir(palabra);  
  }  
}
```

Administración

Imp_OrdenInverso
n == 5
Palabra == "una"
Imp_OrdenInverso(4)

Imp_OrdenInverso
n == 4
Palabra == "dos"
Imp_OrdenInverso(3)
Imp_OrdenInverso
n == 5
Palabra == "una"
Imp_OrdenInverso(4)

Imp_OrdenInverso
n == 3
Palabra == "tres"
Imp_OrdenInverso(2)
Imp_OrdenInverso
n == 4
Palabra == "dos"
Imp_OrdenInverso(3)
Imp_OrdenInverso
n == 5
Palabra == "una"
Imp_OrdenInverso(4)

Imp_OrdenInverso
n == 2
Palabra == "cuatro"
Imp_OrdenInverso(1)
Imp_OrdenInverso
n == 3
Palabra == "tres"
Imp_OrdenInverso(2)
Imp_OrdenInverso
n == 4
Palabra == "dos"
Imp_OrdenInverso(3)
Imp_OrdenInverso
n == 5
Palabra == "una"
Imp_OrdenInverso(4)

Imp_OrdenInverso
n == 1
Palabra == "cinco"
printf("%s", "cinco");
Imp_OrdenInverso
n == 2
Palabra == "cuatro"
Imp_OrdenInverso(1)
Imp_OrdenInverso
n == 3
Palabra == "tres"
Imp_OrdenInverso(2)
Imp_OrdenInverso
n == 4
Palabra == "dos"
Imp_OrdenInverso(3)
Imp_OrdenInverso
n == 5
Palabra == "una"
Imp_OrdenInverso(4)

Administración

Imp_OrdenInverso
n == 2
Palabra == "cuatro"
printf("%s", "cuatro");
Imp_OrdenInverso
n == 3
Palabra == "tres"
Imp_OrdenInverso(2)
Imp_OrdenInverso
n == 4
Palabra == "dos"
Imp_OrdenInverso(3)
Imp_OrdenInverso
n == 5
Palabra == "una"
Imp_OrdenInverso(4)

Imp_OrdenInverso
n == 3
Palabra == "tres"
printf("%s", "tres");
Imp_OrdenInverso
n == 4
Palabra == "dos"
Imp_OrdenInverso(3)
Imp_OrdenInverso
n == 5
Palabra == "una"
Imp_OrdenInverso(4)

Imp_OrdenInverso
n == 4
Palabra == "dos"
printf("%s", "dos");
Imp_OrdenInverso
n == 5
Palabra == "una"
Imp_OrdenInverso(4)

Imp_OrdenInverso
n == 5
Palabra == "una"
printf("%s", "una");



Ejemplo

Dadas dos listas vinculadas, se desea saber si son iguales:

Int iguales {nodo * px , nodo * py}

```
{if ((px=NULL) && (py=NULL))  
    return 1;  
else  
    return ((px->elem == py->elem)  
            && iguales (px->sig,py->sig))  
}
```