Nombre y Apellido		
Nº Legajo		Cantidad de hojas:

Aclaraciones:

- Colocar **nombre, apellido, nº de legajo** y **nº de hoja** en todas las hojas que utilice.

PARA APROBAR, PUNTAJE TOTAL >= 6 Y SUMAR AL MENOS UN PUNTO DE CADA EJERCICIO.

---

1) Dada la siguiente función transferencia normalizada correspondiente a un filtro Bessel: $T = \dfrac{3}{s^2 + 3s + 3}$

a) **(1 punto)** Hallar la expresión del retardo de grupo

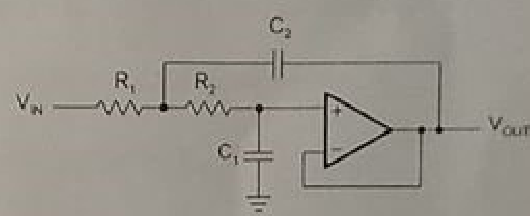
b) Dados dos filtros pasabajos, cuyo ancho de banda es de 1 rad/seg, implementados respectivamente con una aproximación Bessel y una Butterworth, graficar para ambos filtros y sobre un mismo gráfico:

b1) **(0,3 punto)** diagrama de polos y ceros para filtros de orden 3

b2) **(0,3 punto)** Modulo de la transferencia para filtros de orden 3 y 4 explicitando las asíntotas en alta frecuencia

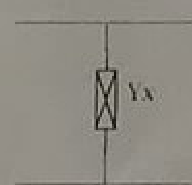
b3) **(0,4 punto)** Retardo de grupo para filtros de orden 3 y 4, explicitando los valores de los ejes coordenados

c) **(1 punto)** Sintetizar el filtro del ítem 1, si se pretende un retardo en la banda de paso de 1 mseg, con la siguiente topología



---

2) Sea la admitancia Y_X:



a) *(1 punto)* Deduzca los parámetros S del siguiente cuadripolo, considerando como admitancia de referencia en ambos puertos un valor genérico Y_0. Explique el significado físico de dichos parámetros.

b) *(1 punto)* Con las expresiones anteriores, deduzca una expresión que permita obtener Y_X en función de S_{11} y Y_0.

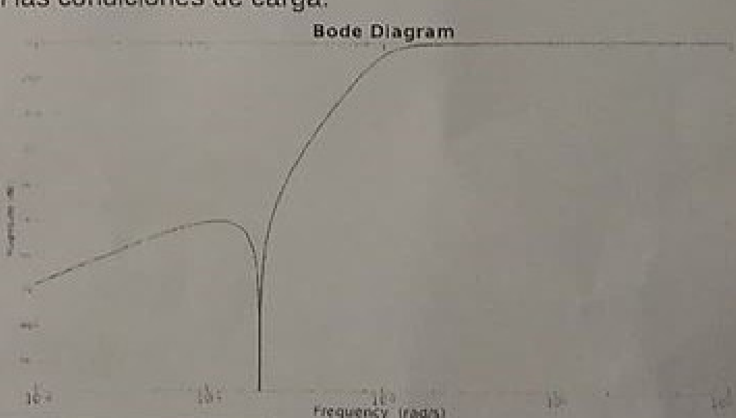
c) *(2 puntos)* Se mide un dipolo desconocido, en la configuración propuesta en el punto a), obteniéndose el siguiente valor de S11, siendo el mismo normalizado a un valor de Y_0=1 y w_0=1. Sintetizar un dipolo no disipativo que cumpla con Y_X $S_{11} = \dfrac{-2(s^2+1)}{s^3+2s^2+5s+2}$

---

3) Diseñe un filtro pasa altos máxima planicidad con las condiciones de carga:

- Impedancia de generador 1Ω
- Impedancia de carga en vacío.

y cuyo módulo de la **impedancia de transferencia normalizada** se muestra en la siguiente figura.



a) **(1 punto)** Obtener el diagrama de polos y ceros del filtro normalizado, y a partir del mismo, la función transferencia.

b) **(1 punto)** Realizar la síntesis gráfica, para determinar la topología del filtro.

c) **(1 punto)** Obtener el valor de los componentes para el filtro normalizado.

PARA APROBAR, PUNTAJE TOTAL >= 6 Y SUMAR AL MENOS UN PUNTO DE CADA EJERCICIO.

1) a) $T(s) = \dfrac{3}{s^2+3s+3}$

$$T(j\omega) = \frac{3}{-\omega^2+3j\omega+3} = \frac{3}{3-\omega^2+j3\omega}$$

$$\phi(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{3\omega}{3-\omega^2}\right)$$

Si $f(x) = \operatorname{arctg}(x) \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

$$\tau(\omega) = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \; ; \; -\phi(\omega) = \operatorname{arctg}\left(\frac{3\omega}{3-\omega^2}\right)$$

$$\tau(\omega) = \frac{1}{1+\left(\frac{3\omega}{3-\omega^2}\right)^2} \cdot \frac{3(3-\omega^2)-3\omega(-2\omega)}{(3-\omega^2)^2}$$

$$\tau(\omega) = \frac{\cancel{(3-\omega^2)^2}}{(3-\omega^2)^2+(3\omega)^2} \cdot \frac{9-3\omega^2+6\omega^2}{\cancel{(3-\omega^2)^2}}$$

$$\tau(\omega) = \frac{3\omega^2+9}{9-6\omega^2+\omega^4+9\omega^2} = \frac{3\omega^2+9}{\omega^4+3\omega^2+9}$$

1) b) BUTTERWORTH: $|H(\omega)|^2 = \dfrac{1}{1+\varepsilon^2\omega^{2n}}$; $\varepsilon = 1$

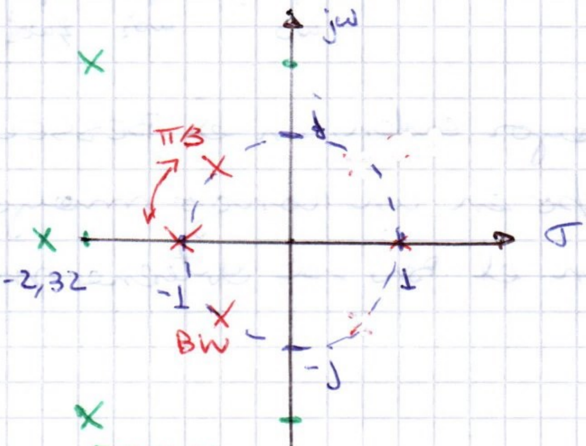
BESSEL: $T(s) = \dfrac{1}{\cosh(s)+\operatorname{senh}(s)}$

Orden 3:

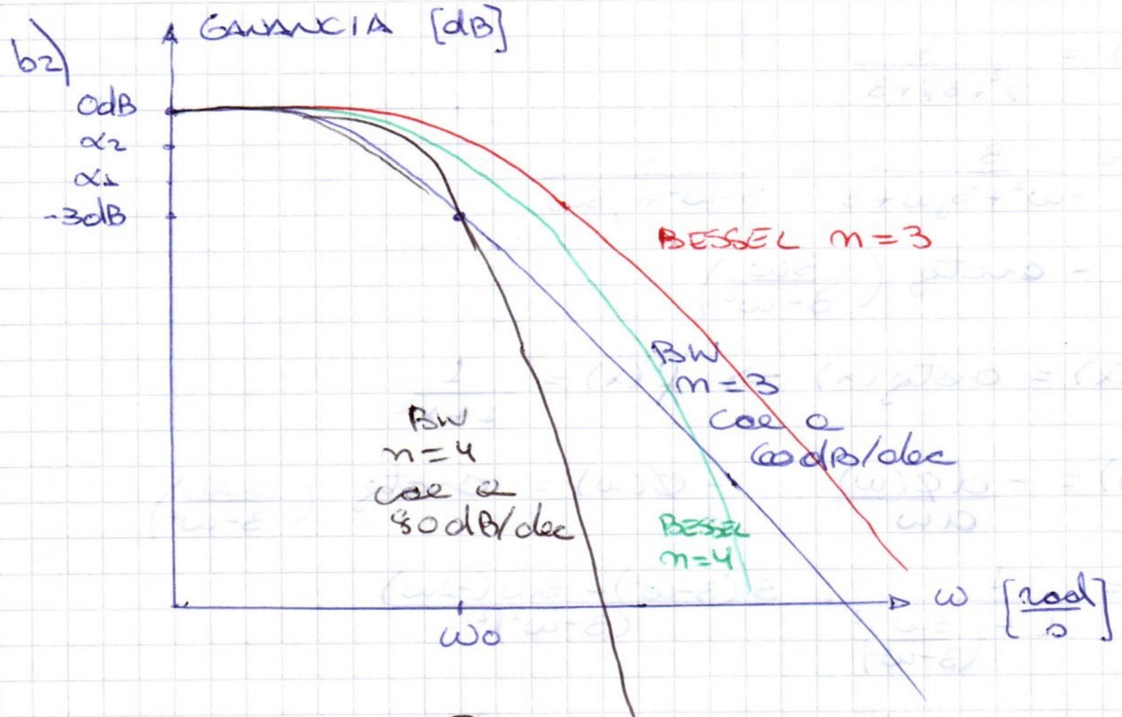
$|H(\omega)|^2 = \dfrac{1}{1+\omega^6}$, ~~tanh~~ $\dfrac{\cosh(s)}{\operatorname{senh}(s)} = \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{\frac{3}{s} + \frac{1}{\frac{5}{s}}}$

$$\frac{\cosh}{\operatorname{senh}} = \frac{1}{s} + \frac{1}{\frac{3}{s}+\frac{s}{5}} = \frac{1}{s} + \frac{5s}{15+s^2} = \frac{s^2+15+5s^2}{s^3+15s} = \frac{6s^2+15}{s^3+15s}$$

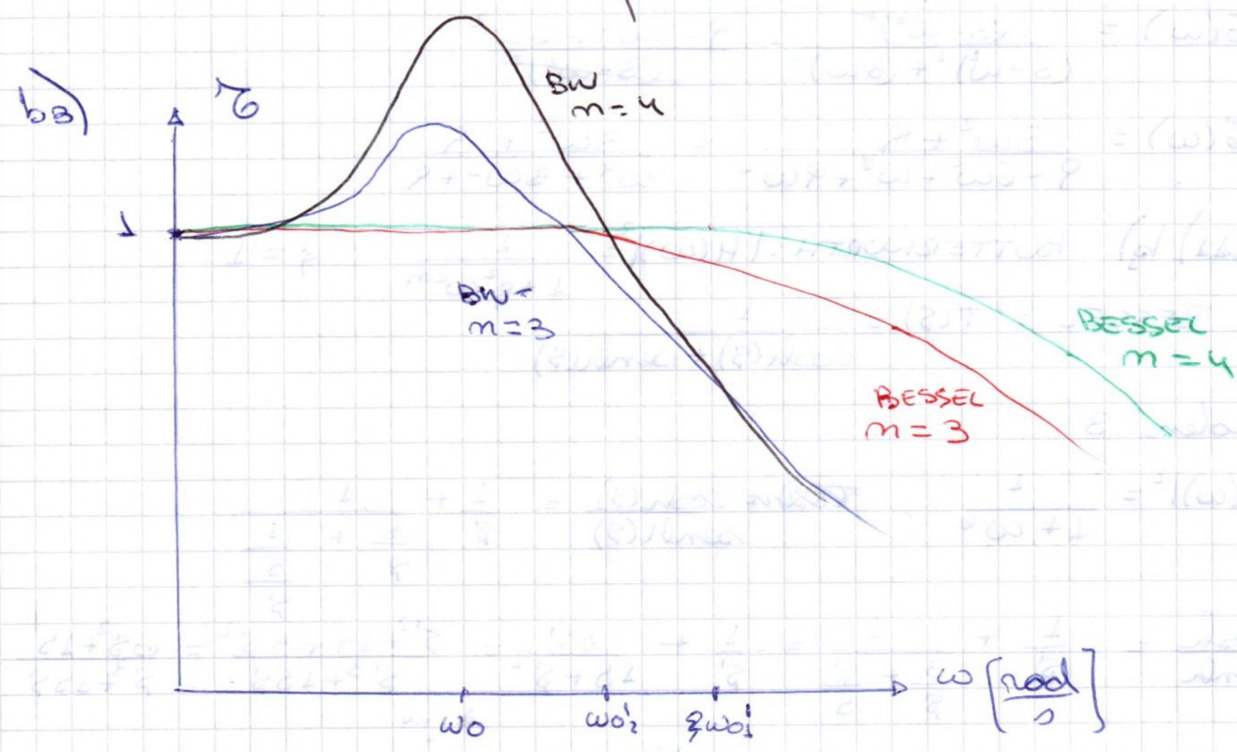
$$T(s) = \frac{15}{s^3+6s^2+15s+15}$$



b2)

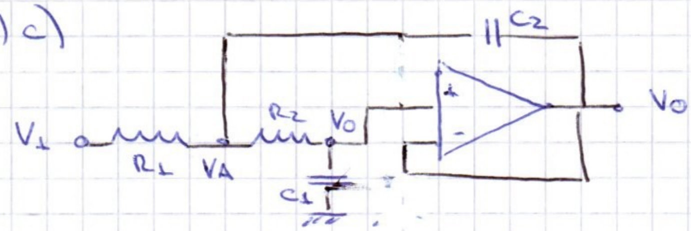


b3)



A mayor orden, en el BESSEL se mantiene el retardo de grupo en un rango mayor de frecuencias, mientras que en el BW se obtiene mayor planicidad.

1) c)



$$\omega = \frac{2\pi 1}{1 \cdot 10^{-3}} = 1000 \cdot 2\pi \ \frac{rad}{s}$$

$$\frac{V_1 - V_A}{R_1} = (V_A - V_o)\, sC_2 + \frac{V_A - V_o}{R_2} \rightarrow \frac{V_1 - V_A}{R_1} = (V_A - V_o)\left(sC_2 + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{V_1 - V_A}{R_1} = (V_A - V_o)\left(\frac{sC_2R_2 + 1}{R_2}\right) \quad \text{I}$$

$$\frac{V_A - V_o}{R_2} = V_o\, sC_1 \rightarrow V_A = V_o\,(sC_1R_2 + 1) \quad \text{II}$$

II en I

$$\frac{V_1}{R_1} - \frac{V_o(sC_1R_2 + 1)}{R_1} = V_o\, sC_1R_2\left(\frac{sC_2R_2 + 1}{R_2}\right)$$

$$\frac{V_1}{R_1} = V_o\,(s^2C_1C_2R_2 + sC_1) + V_o\left(\frac{sC_1R_2 + 1}{R_1}\right)$$

$$\frac{V_1}{R_1} = V_o\left(\frac{s^2C_1C_2R_1R_2 + sC_1R_1 + sC_1R_2 + 1}{R_1}\right)$$

$$\frac{V_o}{V_1} = \frac{1}{s^2C_1C_2R_1R_2 + sC_1(R_1 + R_2) + 1}$$

$$\frac{V_o}{V_1} = \frac{1}{C_1C_2R_1R_2} \cdot \frac{1}{s^2 + s\,\frac{C_1(R_1 + R_2)}{C_1C_2R_1R_2} + \frac{1}{C_1C_2R_1R_2}}$$

$$\frac{V_o}{V_1} = \frac{1}{C_1C_2R_1R_2} \cdot \frac{1}{s'^2 + s'\,\frac{(R_1 + R_2)}{C_2R_1R_2} + \frac{1}{C_1C_2R_1R_2}} = \frac{3}{s'^2 + 3s' + 3}$$

Propongo $R_1 = R_2 = 1$

$$\frac{1}{C_1C_2} = 3 \ ; \ \frac{2}{C_2} = 3 \rightarrow C_2 = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{C_1} = 3 \cdot \frac{2}{3} \rightarrow \frac{1}{C_1} = 2 \rightarrow C_1 = \frac{1}{2}$$

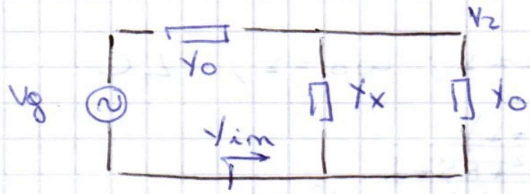
Desnormalizo en frecuencia:

$$C_1' = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 1000} = 80\,mF$$

$$C_2' = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 1000} = 106\,mF$$

$$R_1' = R_2' = R_1 = R_2 = 1\,\Omega$$

2) a)



Por simetría, $S_{11} = S_{22}$ y $S_{12} = S_{21}$

$$S_{11} = \frac{Z_{in}|_{Z_L=Y_0} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = \frac{\frac{1}{Y_{in}} - \frac{1}{Y_0}}{\frac{1}{Y_{in}} + \frac{1}{Y_0}} = \frac{Y_0 - Y_{in}}{Y_0 + Y_{in}} = -\frac{(Y_{in} - Y_0)}{Y_{in} + Y_0}$$

$$Y_{in} = Y_x + Y_0 \ ; \qquad S_{11} = S_{22} = -\frac{(Y_x + Y_0 - Y_0)}{Y_x + Y_0 + Y_0} = -\frac{Y_x}{Y_x + Y_0 . 2}$$

$$S_{21} = S_{12} = \frac{V_2}{\frac{V_g}{2}} \sqrt{\frac{Y_{01}}{Y_{02}}} \ ; \qquad V_2 = V_g \frac{\frac{1}{Y_x + Y_0}}{\frac{1}{Y_x + Y_0} + \frac{1}{Y_0}}$$

$$\cancel{\frac{V_2}{V_g} = \frac{Y_0}{Y_0 + Y_x + Y_0}}$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{Y_0}{Y_0 + Y_x + Y_0} = \frac{Y_0}{Y_x + 2Y_0}$$

$$\cancel{S_{21} = S_{12} = \frac{2Y_0}{Y_0(1 + Y_x)}}$$

$$S_{21} = S_{12} = \frac{2Y_0}{Y_x + 2Y_0}$$

b) $$S_{11} = \frac{-Y_x}{Y_x + Y_0 . 2} \rightarrow S_{11}(Y_x + Y_0 2) = -Y_x$$

$$2 S_{11} Y_0 = -Y_x (1 + S_{11})$$

$$-Y_x = \frac{2 S_{11} Y_0}{1 + S_{11}} \rightarrow Y_x = \frac{-2 S_{11} Y_0}{1 + S_{11}}$$

c) $S_{11} = \dfrac{-2(s^2+1)}{s^3+2s^2+5s+2}$; $Y_0 = 1$; $\omega_0 = 1$; LC

$$Y_x = \frac{-2S_{11}}{1+S_{11}} = \frac{\dfrac{2(s^2+1)}{\cancel{s^3+2s^2+5s+2}}}{\dfrac{s^3+2s^2+5s+2-2s^2-2}{\cancel{s^3+2s^2+5s+2}}}$$

$$Y_x = \frac{4(s^2+1)}{s^3+5s}$$ Sintetizo el dipolo

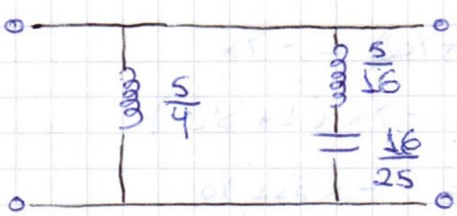
$$Y_x = \frac{k_0}{s} + k_\infty s + \sum_i \frac{2k_i s}{s^2+\omega_i}$$

$$k_0 = \lim_{s\to 0} \frac{4\cancel{s}(s^2+1)}{\cancel{s}(s^2+5)} = \frac{4}{5}$$

$$k_\infty = \lim_{s\to\infty} \frac{4(s^2+1)}{s^2(s^2+5)} = 0$$

$$2k_1 = \lim_{s^2\to -5} \frac{4(s^2+1)\cancel{(s^2+5)}}{s^2\cancel{(s^2+5)}} = \frac{16}{5}$$

$$Y_x = \frac{4}{5s} + \frac{16}{5}\,\frac{s}{s^2+5}$$



$\rightarrow Y = \dfrac{1}{sL + \dfrac{1}{sC}}$

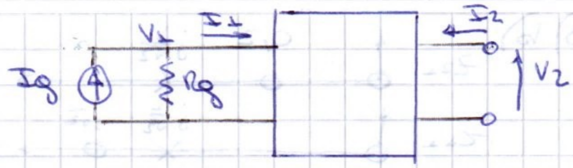
$$Y = \frac{1}{L}\,\frac{s}{s^2+1/LC}$$

$$L = \frac{5}{16}$$

$$\frac{5}{16}\cdot C = \frac{1}{5}$$

$$C = \frac{16}{25}$$

3) a) $Z_G = 1\Omega$; $Z_L = 0$



El BODE me da $\left.\frac{V_2}{I_g}\right|_{I_2=0}$

Planteo por parámetros z:

$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \rightarrow V_1 = Z_{11} I_1$ (I)

$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \rightarrow V_2 = Z_{21} I_1$ (II)

$I_2 = 0$

$I_g = \frac{V_1}{R_g} + I_1 \rightarrow V_1 = R_g(I_g - I_1)$ (III)

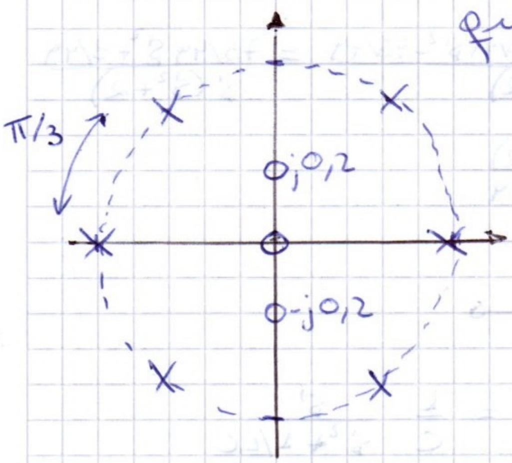
(III) en (I) $\rightarrow R_g(I_g - I_1) = Z_{11} I_1$

$R_g I_g = I_1(Z_{11} + R_g) \rightarrow I_1 = I_g \frac{R_g}{Z_{11}+R_g}$ (IV)

(IV) en (II) $\rightarrow V_2 = I_g \frac{R_g Z_{21}}{Z_{11}+R_g}$

$\frac{V_2}{I_g} = \frac{R_g Z_{21}}{Z_{11}+R_g}$; como $R_g = 1 \rightarrow \frac{V_2}{I_g} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}+R_g}$

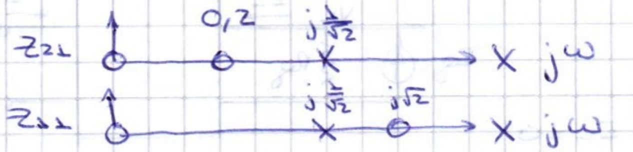
El bode tiene un comportamiento pasa altos de orden 3, ya que entre $\omega=1$ y $\omega=0,2$ cae a $60\frac{dB}{dec}$. Como caen 3dB en $\omega=1$, ya sé que corresponde a un BUTTERWORTH de orden 3. Hay un cero de transmisión en $\omega = 0,2$. Tengo un cero en $\omega=0$, ya que luego cae a 20dB/dec.



$$T(s) = \frac{s(s^2+(0,2)^2)}{s^3+2s^2+2s+1}$$

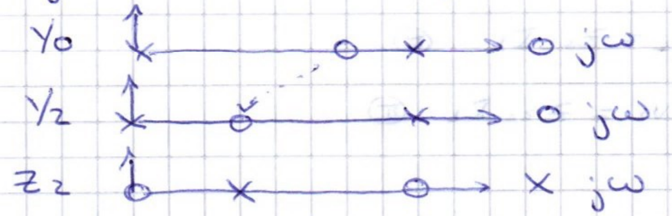
$$T(s) = \frac{Z_{21}}{1+Z_{11}} = \frac{\frac{s(s^2+0,04)}{2s^2+1}}{1+\frac{s^3+2s}{2s^2+1}}$$

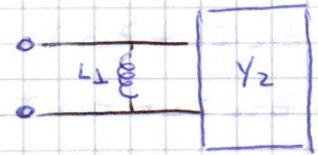
3) b)



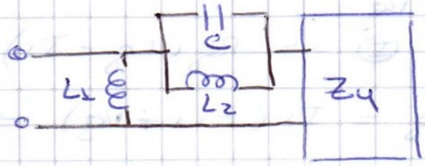
$$\frac{z_{21}}{1+z_{11}} = \frac{\frac{s(s^2+0,04)}{2s^2+1}}{1+\frac{s^3+2s}{2s^2+1}}$$

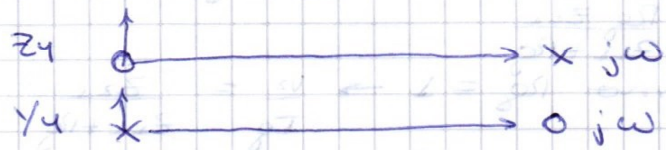
Hago una remoción parcial para tener un polo en $\omega = 0,2$

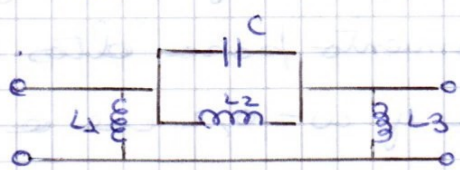




Remuevo totalmente el polo en $\omega = 0,2$, el cual corresponde a un tanque







3) c) Valor de L_1: $\lim_{s^2\to -0,04} Y_0 = \cancel{\lim_{s^2\to -0,04} Y_2} + \lim_{s^2\to -0,04} \frac{1}{sL_1}$

$$\frac{1}{L_1} = \lim_{s^2\to -0,04} \frac{s(2s^2+1)}{s(s^2+2)} = \frac{0,92}{1,96} = 0,47 = \frac{23}{49} \to L_1 = \frac{49}{23}$$

$$Y_2 = Y_0 - \frac{1}{sL_1} = \frac{2s^2+1}{s(s^2+2)} - \frac{23/49}{s} = \frac{2s^2+1-23/49\,s^2-46/49}{s(s^2+2)} = \frac{75/49\,s^2+3/49}{s(s^2+2)}$$

$$Y_2 = \frac{75}{49}\frac{s^2+0,04}{s(s^2+2)} \longrightarrow Z_2 = \frac{49}{75}\frac{s(s^2+2)}{s^2+0,04}$$

~~Datos del tanque:~~

$$Z_{TANQUE} = \frac{1}{sC+\frac{1}{sL}} = \frac{sL}{s^2LC+1} = \frac{1}{C}\frac{s}{s^2+1/LC}$$

Valores del tanque:

$$\lim_{s^2 \to -0,04} Z_2 = \lim_{s^2 \to -0,04} \frac{1}{C} \frac{s}{s^2 + 1/L_2C} + \cancel{\lim_{s^2 \to -0,04} Z_4}$$

∞ desprecia

$$\frac{1}{C} = \lim_{s^2 \to -0,04} \frac{49}{75} \frac{\cancel{s}(s^2+2)}{\cancel{s^2+0,04}} \frac{\cancel{(s^2+0,04)}}{\cancel{s}}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{2401}{1875} \longrightarrow C = \frac{1875}{2401}$$

$$Z_4 = \frac{49}{75} \frac{s(s^2+2)}{s^2+0,04} - \frac{2401}{1875} \frac{s}{s^2+0,04}$$

$$Z_4 = \frac{49}{75} \left[\frac{s(s^2+2) - 49/25\, s}{s^2+0,04} \right] = \frac{49}{75} \left[\frac{s\,\cancel{(s^2+0,04)}}{\cancel{s^2+0,04}} \right]$$

$$Z_4 = \frac{49}{75} s \longrightarrow Y_4 = \frac{75}{49s} \longrightarrow L_3 = \frac{49}{75}$$

$$0,04 = \frac{2401}{1875 \cdot L_2}$$

$$L_2 = \frac{2401}{75}$$

El circuito queda: