

**TRABAJO PRÁCTICO N° 1****Modelización de sistemas físicos y su representación gráfica mediante bloques.**

**OBJETIVOS:** Después de completar este TP, los alumnos estarán en condiciones de:

- Entender la vinculación entre sistemas físicos y modelos matemáticos.
- Utilizar la representación mediante bloques, para caracterizar ecuaciones diferenciales y modelos de sistemas físicos.
- Utilizar los diagramas en bloques para representar sistemas.
- Utilizar los diagramas de flujo de señal para representar sistemas.
- Reducir diagramas en bloques y diagramas de flujo de señal.
- Realizar la Linealización de modelos.
- Utilizar la transformada de Laplace para obtener la respuesta de sistemas dinámicos.
- Adquirir destreza en el uso de MATLAB y Simulink en relación a los Sistemas de Control.
- Comprender el funcionamiento de los sistemas de control realimentados, identificando las señales y su forma de interacción.

**Problema 1.** Dada la siguiente ecuación diferencial, se pide obtener una representación gráfica mediante bloques, utilizando (a) Integradores y (b) derivadores. ¿Cuál es la diferencia sustancial entre las dos representaciones?, ¿Dónde se introducen las condiciones iniciales?.

$$\frac{dy^4(t)}{dt^4} + a_3 \frac{dy^3(t)}{dt^3} + a_2 \frac{dy^2(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = u(t)$$

Considerar que  $u(t)$  es la entrada o excitación e  $y(t)$  es la respuesta o salida.

**Problema 2.** Indicar, para cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales ¿Cuál de los siguientes atributos se aplican a las mismas? Atributos: *Lineal, no lineal, coeficientes constantes, coeficientes variables, forzada, no forzada, parámetros concentrados, parámetros distribuidos.*

2.1).  $\frac{d}{dt}x(t) = 5x(t)$

2.2).  $\frac{d}{dt}x(t) = 5x^2(t)$

2.3).  $\frac{d}{dt}x(t) = 5x(t) + 4t$

2.4).  $\frac{d}{dt}x(t) = (9t + 1)x^2(t) + 5t$

2.5).  $\frac{d}{dt}x(t) = e^{x(t)} + 5x(t) + g(t)$

2.6).  $\frac{\partial}{\partial z}x(z, t) = \frac{\partial^2}{\partial z^2}x(z, t) + 2x(z, t)$

2.7).  $\frac{d}{dt}x(t) + \frac{d}{dt}y(t) = 8x(t) - 6y(t)$

**Problema 3.** Dada la ecuación diferencial de cuarto orden:

$$\frac{dy^4(t)}{dt^4} + a_3 \frac{dy^3(t)}{dt^3} + a_2 \frac{dy^2(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = u(t)$$

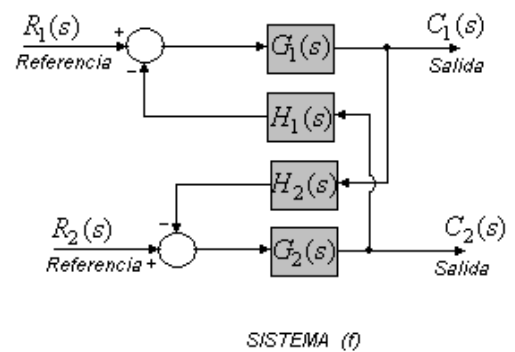
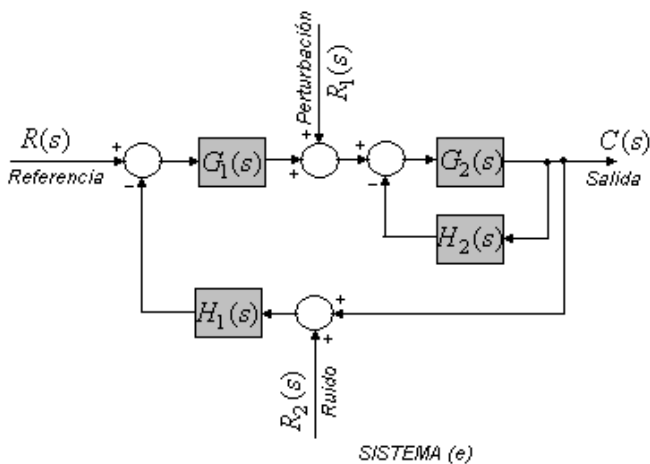
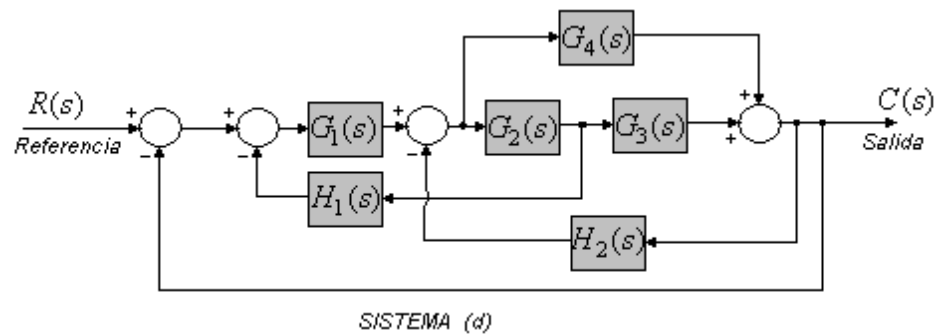
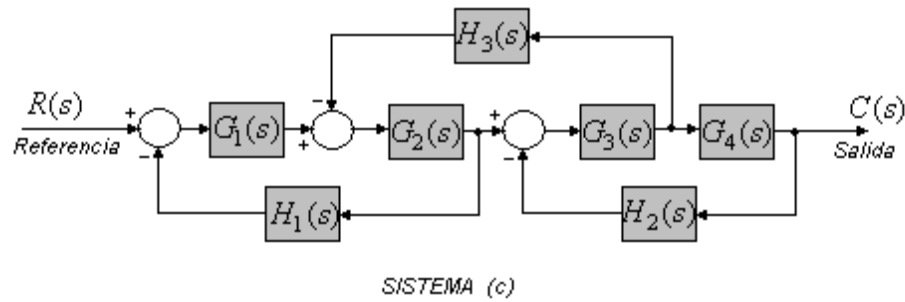
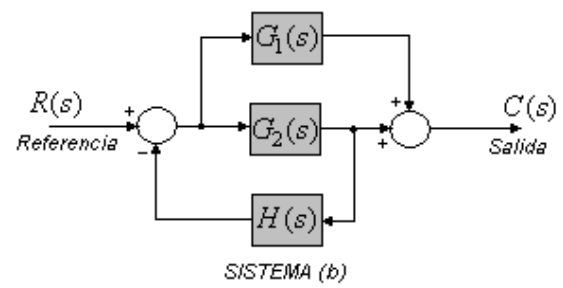
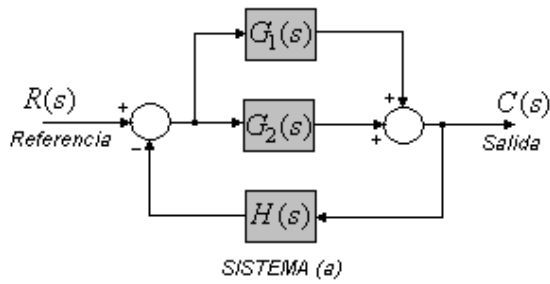
¿Se puede representar la misma a través cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden? ,  
¿Cómo se representaría analíticamente?, ¿Indicar la notación correspondiente?, ¿Cuál sería la representación gráfica mediante bloques?

**Problema 3.** Dada la siguiente relación “entrada – salida”:  $f(x) = 12x^3 + 3.6x$ , donde  $f(x)$  es una fuerza en Newton y  $x$  es un desplazamiento en mm. Se pide: (a) linealizar la misma en el entorno del punto de operación estable  $x_0 = 2 \text{ mm}$ ; (b) Indicar ¿cuál es el máximo error que se comete, si la entrada varía con una amplitud de 1.5 mm en torno del punto de operación?

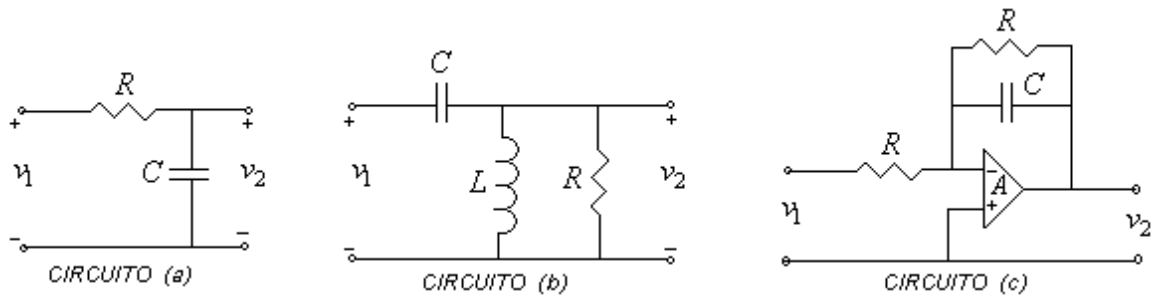
**Problema 4.** Dada la siguiente relación: “entradas Vs. salida”:  $q(x, y) = 0.7y^{3/2}\sqrt{2x}$ , que opera en un punto estable  $x_0 = 3, y_0 = 2$ , se pide (a) Obtener una relación lineal entre las entradas y la salida, (b) Obtener la relación lineal entradas Vs. salida, si el punto de operación cambia a:  $x_0 = 5, y_0 = 3$ .

**Problema 5.** El caudal que circula por una “válvula de control”, varía ligeramente a partir del valor nominal  $0.03 \text{ m}^3/\text{seg}$ . La caída de presión en la válvula a ese caudal es  $0.70 \text{ MPa}$ . Asumiendo que la relación caudal Vs. caída de presión está dada por:  $q = C_v \sqrt{P}$ , se pide: (a) ¿Cuál es el caudal a través de la válvula, si la caída de presión fuese de  $0.80 \text{ MPa}$ ? (b) Determinar una expresión lineal aproximada para la relación “caudal-caída de presión” para la válvula, y luego, utilizando la misma evalúe el caudal cuando la caída de presión en la válvula es de  $0.80 \text{ MPa}$ ? , ¿Qué error se comete al utilizar la expresión linealizada en lugar de la correcta?.

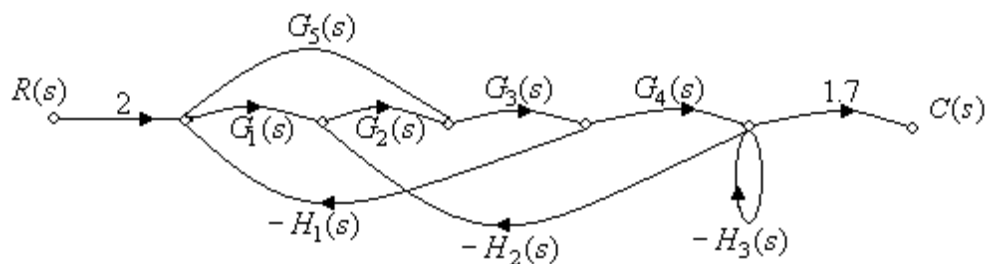
**Problema 6.** Para los sistemas dados por sus diagramas en bloques, se pide obtener la relación salida-entrada:  $\frac{C(s)}{R(s)}$ , mediante la “reducción del diagrama”, empleando el álgebra de bloques. Para cada caso analizar la función transferencia obtenida con relación a la arquitectura del sistema (dado por su diagrama en bloques).



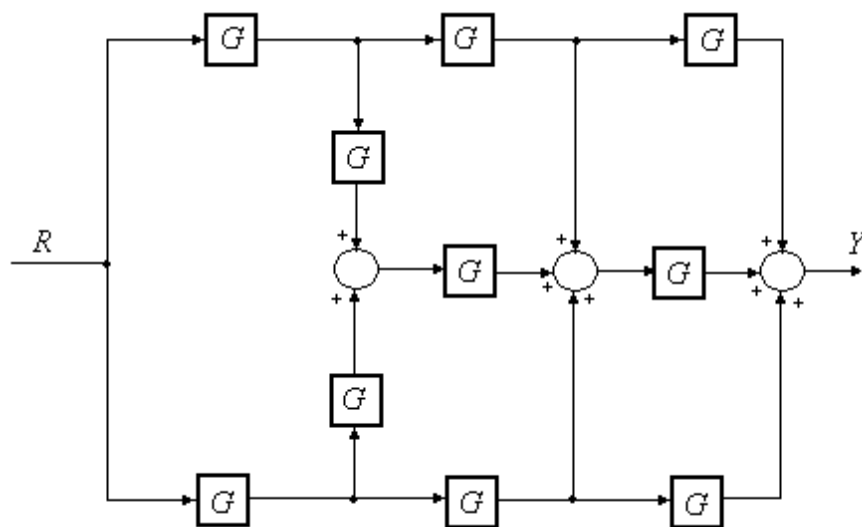
**Problema 7.** Determinar la función transferencia  $V_2(s)/V_1(s)$ , para los siguientes circuitos eléctricos. Para cada caso obtener un diagrama en bloques. Para el caso (c), analizar la transferencia con ganancia  $A$  finita y para  $A \rightarrow \infty$ .



**Problema 8.** Obtener, mediante la aplicación de la fórmula de Mason, la función transferencia  $C(s)/R(s)$ .



**Problema 9.** Encuentre la función transferencia  $Y(s)/R(s)$  para el siguiente sistema, siendo  $G(s) = \frac{1}{s+1}$ .



**Problema 10.** Encuentre la función transferencia, para los procesos que se describen con las siguientes ecuaciones diferenciales.

- a)  $dy/dt + 5y = x$
- b)  $d^2y/dt^2 + 3y = 4x$
- c)  $d^2y/dt^2 - 5dy/dt + 7y = x$
- d)  $d^2y/dt^2 - 3dy/dt + 2y = 3dx/dt + x$
- e)  $d^3y/dt^3 + dy/dt + 3y = 2dx/dt$
- f)  $y = x + 5 \int x dt + 2 dx/dt$
- g)  $y(t) = x(t - 5)$
- h)  $dy/dt + y = 2x(t - 10)$

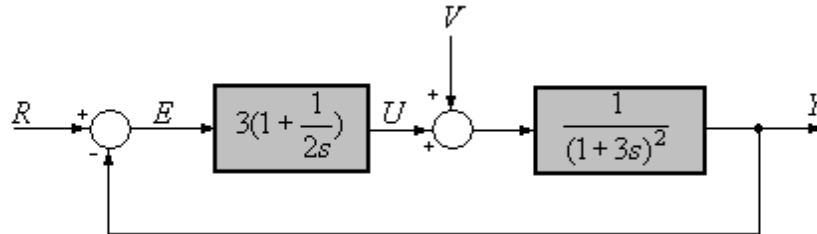
**Problema 11.** Una serie de procesos tiene sus funciones transferencia  $G(s)$ , según el listado siguiente. Encuentre sus correspondientes ecuaciones diferenciales.

- a)  $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3+s}{s^2+4s+1}$
- b)  $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{5s+1} e^{-3s}$
- c)  $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = 3+4s$
- d)  $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+4}{2s^2+1}$

**Problema 12.** Encuentre la función temporal (y graficarla) después de un cambio escalón unitario en la entrada de las siguientes funciones de transferencia, empleando: (a) los métodos conocidos de análisis matemático, y (b) mediante el empleo de MATLAB. En todos los casos verificar mediante los teoremas del valor inicial y final de la transformada de Laplace, los valores de inicio ( $t \rightarrow 0$ ) y terminación ( $t \rightarrow \infty$ ) de los gráficos.

- a)  $G(s) = \frac{9-3s}{(s+1)(s+7)}$
- b)  $G(s) = \frac{4s+2}{s(s+1)(s+2)}$
- c)  $G(s) = \frac{4s^2+7s+4}{(s+2)(s^2+s+1)}$
- d)  $G(s) = \frac{3s^2-2s+1}{(s-3)(s-2)(s-1)}$
- e)  $G(s) = \frac{s^2+4s+5}{s^3+2s^2+3s+2}$
- f)  $G(s) = \frac{5s+12}{s^2+5s+6}$

**Problema 13.** El siguiente diagrama en bloques, muestra el sistema de regulación de temperatura en un intercambiador de calor. Se quiere estudiar qué tan grandes son las señales de regulación  $u(t)$  para diferentes tipos de disturbios (perturbaciones) en el sistema. Calcule para ello la función transferencia  $G(s)$  de la señal  $V$  a la señal  $U$ . Considerando (a)  $v(t) = \text{escalón unitario}$  y, (b)  $v(t) = 0.5 \text{ Sen}(0.4t)$  obtener los gráficos temporales de  $u(t)$ .



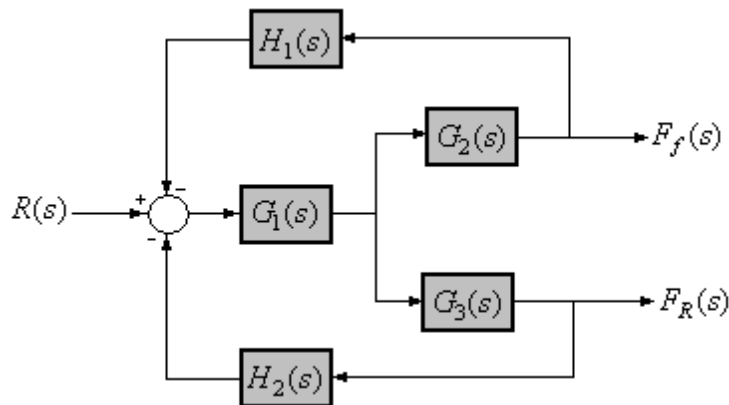
**Problema 14.** Dado el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas lineales, obténgase el diagrama de flujo de señal.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + r_1 = x_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + r_2 = x_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + r_3 = x_3$$

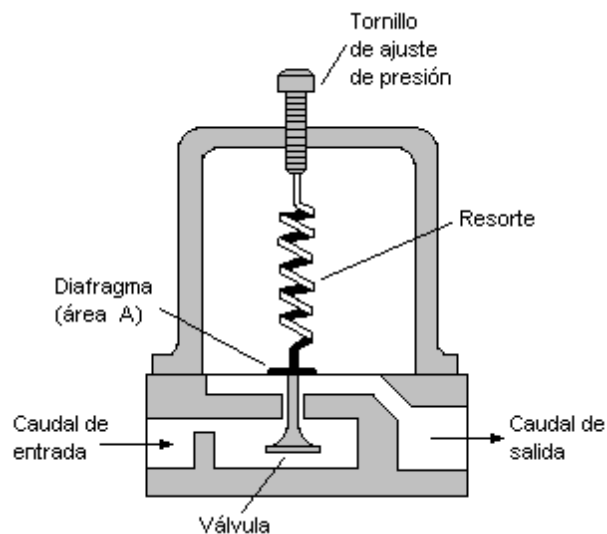
**Problema 15.** El diagrama en bloques mostrado a continuación, representa el modelo del sistema de control de frenos de un automóvil, donde se emplea realimentación electrónica para controlar automáticamente la fuerza de frenado en cada rueda.  $F_f(s)$  y  $F_R(s)$ , son las fuerzas de frenado de las ruedas delanteras y de las traseras, respectivamente.  $R(s)$ , es la respuesta deseada del automóvil en una carretera cubierta con una capa de hielo. Determinése las transferencias  $F_f(s)/R(s)$  y  $F_R(s)/R(s)$ .



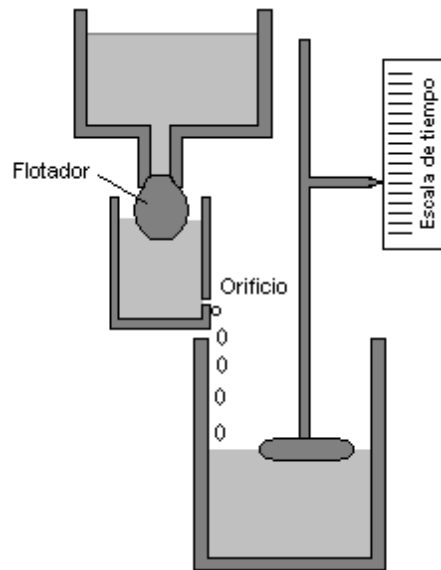
**Problema 16.** Un proceso tiene la función transferencia:  $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3(s+2)(s+6)}{s(s+1)(s^2+4s+8)(s+12)}$

Determinése: (a) la ecuación diferencial del proceso, y (b) el conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden que representan al proceso. Tener en cuenta que no es posible realizar la derivada de la señal de entrada  $u(t)$ .

**Problema 17.** En la figura se muestra un corte transversal de un regulador de presión de uso común. La presión deseada se ajusta al girar el tornillo calibrador. Esto comprime el resorte y establece una fuerza que se opone al movimiento ascendente del diafragma. El lado inferior del diafragma está expuesto a la presión de agua que se va a controlar. De esta forma el movimiento del diafragma es una indicación de la diferencia entre la presión deseada y la real, esto es actúa como comparador. La válvula se conecta al diafragma y se mueve de acuerdo con la diferencia de presión, hasta que alcanza una posición en la cual la diferencia es cero. Representétese en un diagrama en bloques todas las acciones que tienen lugar en este sistema de control con la presión de salida como la “variable controlada”.

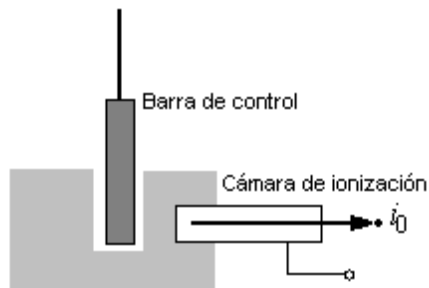


**Problema 18.** En el esquema adjunto se muestra el control automático del nivel de agua mediante un flotador, que se usó en Oriente Medio para un reloj de agua desde antes de Cristo hasta el siglo XVII. Analícese la operación del reloj de agua y establézcase como el flotador proporciona un control con realimentación que conserva la exactitud del reloj. Dibújese un diagrama en bloques del sistema con realimentación.



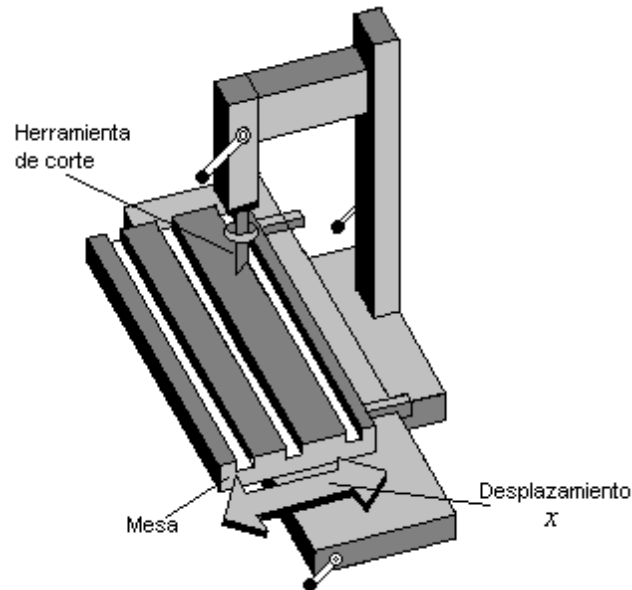
**Problema 19.** El control preciso de un reactor nuclear, es importante para los sistemas de generación de potencia. Suponiendo que el número de neutrones presentes es proporcional al nivel de potencia, se usa una cámara de ionización para medir dicho nivel. La corriente  $i_0$  es proporcional al nivel de potencia. La posición de las barras de control de grafito modera este nivel.

Complétese el sistema de control del reactor nuclear, que se muestra en el esquema adjunto, y dibújese el diagrama en bloques que describe la operación del lazo de control con realimentación, indicando todas las variables físicas significativas.

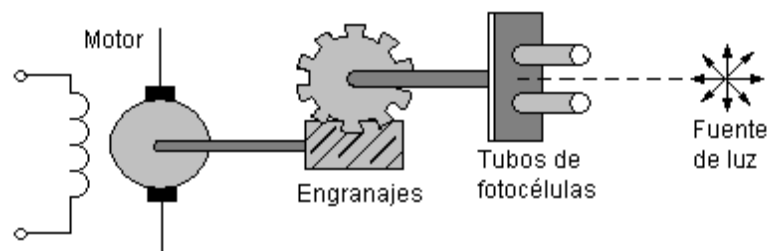


**Problema 20.** Los requisitos cada vez más exigentes de la moderna maquinaria de alta precisión, están colocando demandas crecientes sobre los sistemas de guía de deslizamiento. El objetivo es controlar de forma precisa la trayectoria deseada de la mesa que se muestra en la figura adjunta. Represéntese un modelo del diagrama de bloques de un sistema con realimentación para conseguir el objetivo deseado, indicando todas las variables físicas significativas. La mesa se puede mover en dirección  $x$ , tal como se muestra.





**Problema 21.** La figura muestra un sistema de control mediante una luz que se emplea para rastrear el sol. El eje de salida accionado por el motor mediante un engranaje reductor, tiene unida una ménsula sobre la cuál se montan dos fotocélulas. Complétese el sistema de control de lazo cerrado de forma que dicho sistema siga la fuente luminosa y dibújese un diagrama en bloques que describa la operación del sistema de control, indicando todas las variables físicas significativas.



**Problema 22.** En un sistema de control de un proceso químico es importante controlar la composición química del producto. Para controlar la composición, puede obtenerse una medición de ésta usando un analizador de infrarrojos para la composición, tal como se muestra en la figura. Puede controlarse la válvula del caudal de aditivo. Complétese el lazo de control con realimentación y dibújese un diagrama en bloques que describa la operación del sistema de control, indicando todas las variables físicas significativas.

