

COMPARAISON DES FONCTIONS

Exercice 1 Comparer 10^{100} , 100^{10} , $10^{(10^{10})}$ et $(10^{10})^{10}$.

Exercice 2 Donner un ordre de grandeur (Θ) des fonctions suivantes :

1°) $2n^7 + 4n^6 + 5n^5 + 2n^3 + 2n$,

2°) $2n + 3 + \ln(n)$

3°) $\ln(n^{145})$,

4°) $2^n + n^2 + \ln(n)$,

5°) $\ln(n^{100}) + n$.

Exercice 3 Montrer que si $f(n)$ et $g(n)$ sont des fonctions positives,

$$f(n) + g(n) = \Theta(\max(f(n), g(n))).$$

Exercice 4 Compléter les tableaux suivants :

1°) Calculer le nombre d'opération en fonction de la complexité et de la taille des données.

Complexité	$n = 10$	$n = 100$	$n = 1000$
n			
n^2			
n^4			
2^n			
\sqrt{n}			
$\ln n$			
$n!$			

2°) Estimer le temps d'exécution en fonction de la complexité et de la taille des données sur une machine effectuant un milliard d'opérations élémentaires par seconde.

Complexité	$n = 10$	$n = 100$	$n = 1000$
n			
n^2			
n^4			
2^n			
\sqrt{n}			
$\ln n$			
$n!$			

3°) Calculer la taille maximale des données traitables en fonction de la complexité et du temps de calcul sur une machine effectuant un milliard d'opérations élémentaires par seconde.

Complexité	1seconde	1heure	1jour	1an
n				
n^2				
n^4				
2^n				
\sqrt{n}				
$\ln n$				
$n!$				

Exercice 5 Soient A_1, A_2, A_3, A_4 des algorithmes de complexité théorique respectivement en $O(2^n)$, $O(n^2)$, $O(n)$ et $O(\ln(n))$. Soient t_1, t_2, t_3, t_4 les tailles maximales que permettent resp. de traiter ces algorithmes. On suppose que du jour au lendemain les processeurs se montrent 1000 fois plus rapides. Pour chacun des quatre algorithmes, calculer les nouvelles tailles maximales.