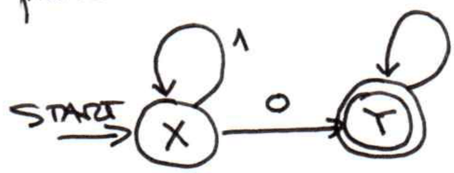
Exemplul 1: Se consideră $AF = (\{X, Y\}, \{0,1\}, f, X, \{Y\})$ descris prin următoarea diagramă de stări



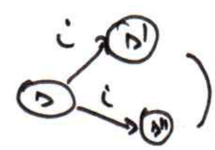
1) Stabiliți dacă AF este nedeterminist/determinist.
2) Construiți traiectorii pentru examinarea cuvintelor

$p_1 = 0111$ $\quad p_3 = 110101$

$p_2 = 1011$ $\quad p_4 = 1^4 0$

3) Precizați limbajul recunoscut

Rezolvare

1) determinist (nu avem situații de tipul )

2).

$X \xrightarrow{0} Y \xrightarrow{1} Y \xrightarrow{1} Y \xrightarrow{1} Y \in S_f \Rightarrow p_1 \in L(AF)$

$X \xrightarrow{1} \cancel{X} \xrightarrow{0} Y \xrightarrow{1} Y \xrightarrow{1} Y \in S_f \Rightarrow p_2 \in L(AF)$

$X \xrightarrow{1} X \xrightarrow{1} X \xrightarrow{0} Y \xrightarrow{1} Y \xrightarrow{0} \phi \qquad p_3 \notin L(AF)$

$X \xrightarrow{1} X \xrightarrow{1} X \xrightarrow{1} X \xrightarrow{1} X \xrightarrow{0} Y \in S_f \qquad p_4 \in L(AF)$

3) Încercare sistematică de a găsi cuvinte (folosind diagrama)

$0, \cancel{\ }, 10, 01, 0\cancel{11}, 101, 110, \dots$

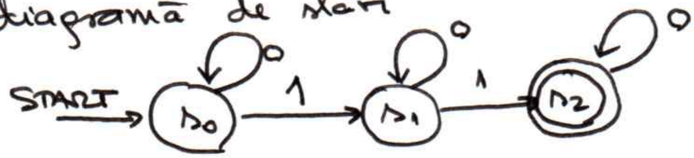
Observăm că orice traiectorie de la X la Y include exact un 0, deci

$L(AF) = \{ w\,0\,w' \mid w, w' \text{ șiruri de sb. } 1 \} =$

$= \{ 1^k 0\, 1^m \mid k, m \geq 0 \} =$

$= \{ w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ conține exact un simbol } 0 \}$

Exemplul 2: Se consideră AF descris de următoarea diagramă de stări



1. Stabiliți tipul automatului.
2. Construiți traiectorii pt examinarea cuvintelor

$p_1 = 0110$ $p_3 = 11000$

$p_2 = 1001$ $p_4 = 10101$

3. Precizați limbajul recunoscut

Rezolvare

1). determinist

2). $s_0 \xrightarrow{0} s_0 \xrightarrow{1} s_1 \xrightarrow{1} s_2 \xrightarrow{0} s_2 \in S_f \Rightarrow p_1 \in L(AF)$

$s_0 \xrightarrow{1} s_1 \xrightarrow{0} s_1 \xrightarrow{0} s_1 \xrightarrow{1} s_2 \in S_f \Rightarrow p_2 \in L(AF)$

$s_0 \xrightarrow{1} s_1 \xrightarrow{1} s_2 \xrightarrow{0} s_2 \xrightarrow{0} s_2 \xrightarrow{0} s_2 \in S_f \Rightarrow p_3 \in L(AF)$

$s_0 \xrightarrow{1} s_1 \xrightarrow{0} s_1 \xrightarrow{1} s_2 \xrightarrow{0} s_2 \xrightarrow{1} \phi$ $p_4 \notin L(AF)$

3). Încercare sistematică de a păsi cuvinte (încep de obicei cu cel mai scurt cuvânt)

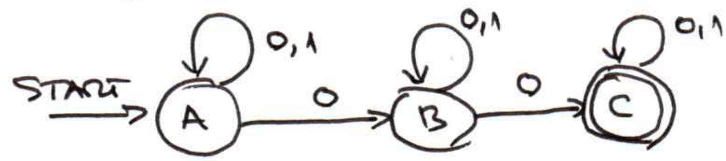
11, 011, 101, 110, ...

Orice traiectorie de recunoaștere conține exact două simboluri 1, nu neapărat adiacente

$L(AF) = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w$ conține exact două simboluri 1 $\} =$

$= \{ 0^k 1 0^m 1 0^t \mid k, m, t \geq 0 \}$

Exemplul 3 Se consideră AF descris de următoarea diagramă de stări



1. Stabiliți tipul automatului
2. Construiți traiectoriile posibile pt. examinarea cuvintelor (punând în evidență stările posibile la fiecare pas!)

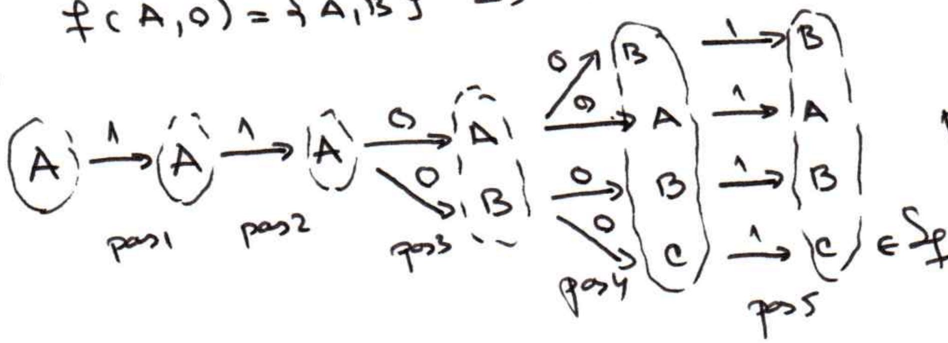
   $p_1 = 11001$ $\qquad p_2 = 0101$

3. Descrieți L(AF)

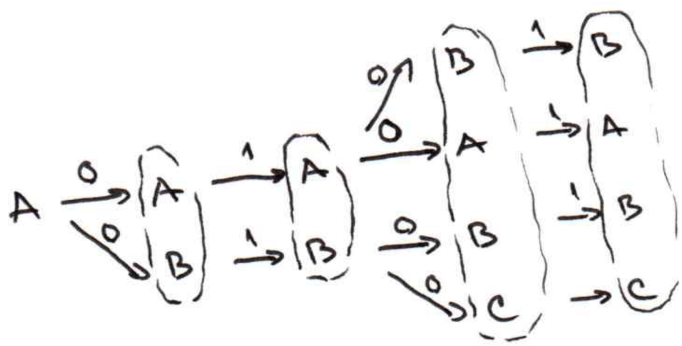
Rezolvare

1) $f(A,0) = \{A, B\} \Rightarrow$ AF nedeterminist

2)



$p_1 \in L(AF)$



$p_2 \in L(AF)$

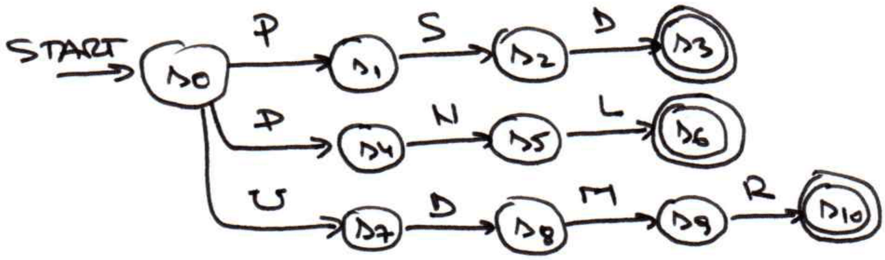
3) Încercare sistematică

00, 000, 100, 010, 001, ...

$L(AF) = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w$ conține cel puțin doi de $0\}$

$= \{ w0w'0w'' \mid w, w', w'' \in \{0,1\}^* \}$

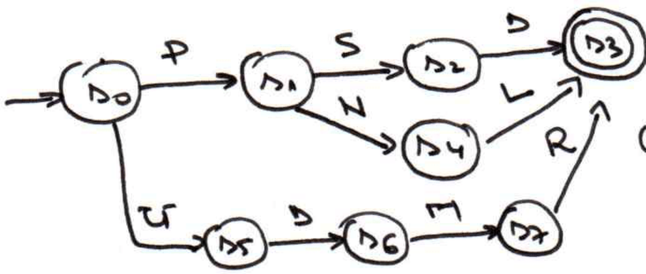
Exemplul 4 Descrieți limbajul recunoscut de următorul AF



Găsiți un AF echivalent cu mai puține stări.

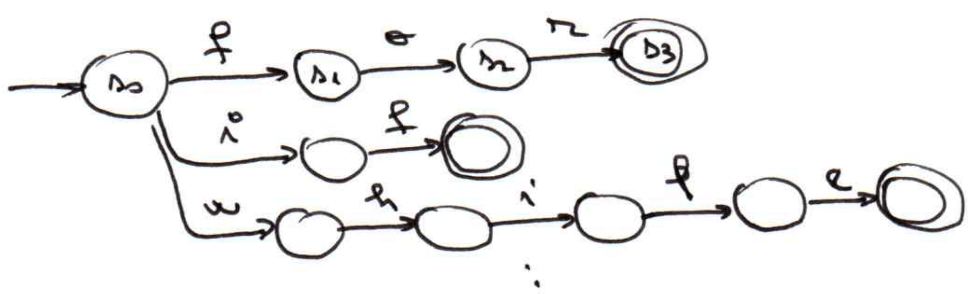
Rezolvare

L(AF) = {PSD, PNL, UDMR}   AF nedeterminist!

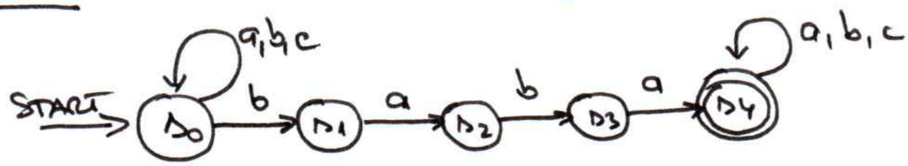


Obs: Există o teoremă de minimizare a numărului de stări ptr. un AFD

Obs: Orice limbaj finit poate fi recunoscut considerând o structură liniară din s_0 pt fiecare cuvânt. De ex:



Exemplul 5: Descrieți limbajul recunoscut de următorul AF



Rezolvare

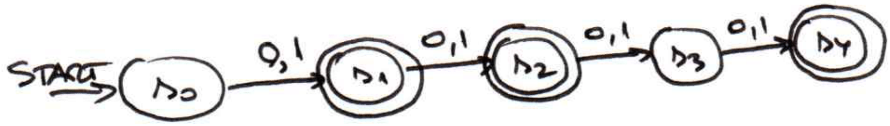
Încercare sistematică

$L = \{ baba, ababa, cbaba, bbaba, babaa, babab, babac, \ldots \}.$

$L = \{ w\,baba\,w' \mid w, w' \in \{a,b,c\}^* \} =$

$= \{ w \in \{a,b,c\}^* \mid w$ conține subcuvântul $baba \}$

Exemplul 6: Descrieți limbajul recunoscut de urm. AF



Rezolvare

Găsim cuvinte (sistematic!)

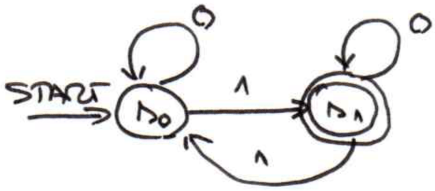
$L \supset \{ 0, 1, 00, 01, 10, 11, \ldots \}$

Observ că am un nr finit de cuvinte recunoscute

$L = \{ 0, 1, 00, 01, 10, 11, 0001, 0010, \ldots, 1111 \} =$

$= \{ w \in \{0,1\}^* \mid w$ are lungime 1, 2 sau 4 $\}$

Exemplul 6: Descrieți limbajul recunoscut de următorul AF



Rezolvare

Încercare sistematică

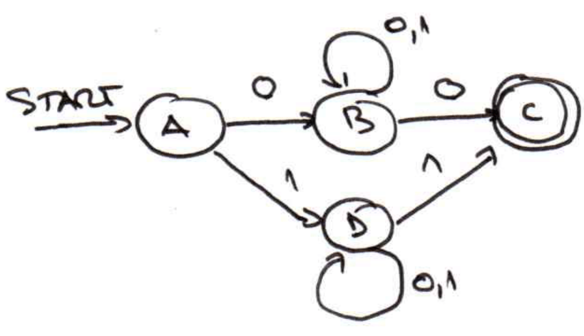
1, 01, 10, 001, 010, 100, 111, ...

Observ că orice lanț de arce de la s_0 la s_1 conține un număr impar de arce etichetate cu 1, separate eventual de oricâte simboluri 0

$L(AF) = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w$ conține un nr impar de simboluri 1 $\} =$

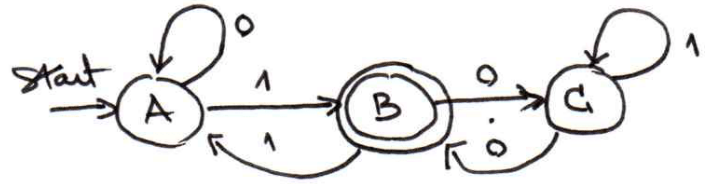
$= \{ w \in \{0,1\}^* \mid \#_1(w) \equiv 1 \pmod 2 \}$

Exemplul 7: Descrieți limbajul recunoscut de AF



$L(AF) = \{ w \in \{0,1\}^* \mid$ w începe și se termină cu același simbol și au lungime minim 2 $\}$)

Exemplul 8: Găsiți lb. recunoscut de următorul AFD
(Greu)



Rezolvare

$L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid$ w reprezintă un nr binar cu proprietatea $w \equiv 1 \pmod 3 \}$

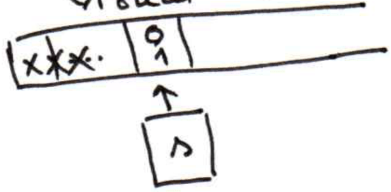
Justificare: Împărțim mulțimea nr naturale în clase de resturi modulo 3 și asociem stărilor următoarele semnificații

A – șirul de biți citit până în acest moment reprezintă un nr. natural de forma $3k$

B – —"— forma $3k+1$

C – —"— forma $3k+2$

vizual xxx șirul de biți citit deja.



Pres. că AF este în starea A (deci $\overline{xxx} = 3k$)
și urmează la citire 0.

$\overline{xxx0} = \overline{xxx} \cdot 2 = 3k \cdot 2 = 3k'$ deci $\overline{xxx0} = 3k'$

$\overline{xxx1} = \overline{xxx} \cdot 2 + 1 = 3k \cdot 2 + 1 = 3k' + 1$ deci $\overline{xxx1} = 3k'+1$

deci $f(A,0) = A$, $f(A,1) = B$

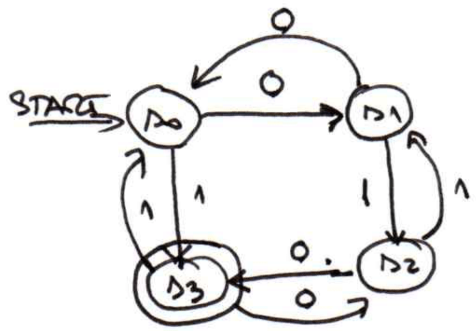
Idem pt restul stărilor.

De ex: Dacă AF e în starea B (deci $\overline{xxx} = 3k+1$)
și citim 0.

$\overline{xxx0} = \overline{xxx} \cdot 2 = (3k+1) \cdot 2 = 6k+2 = 3k'+2$

Deci $f(B,0) = C$

Exemplul 9: Găsiți lb. recunoscut de urm. AFD



Rezolvare

Prin încercare sistematică observăm că sunt recunoscute numai anumite șiruri de 0 și 1

$$L(AF) = \{w \in \{0,1\}^* \mid \#_0(w) = \text{par},\ \#_1(w) = \text{impar}\}$$

Justificare: În orice șir de 0 și unu avem doar patru posibilități pentru nr. de apariții ale simbolurilor 0 și 1.

1) nr. par de zerouri, nr par de 1
2) nr par de zerouri, nr. impar de 1
3) nr impar zerouri, nr par de 1
4) nr impar zerouri, nr. impar de 1

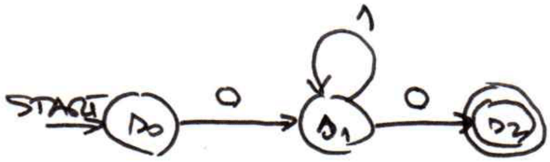
Cele patru situații corespund stărilor ~~s0, s3,~~ s

1) – s_0
2) – s_3
3) – s_1
4) – s_2

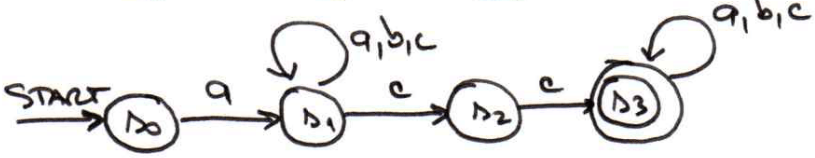
Probleme de rezolvat independent (sau temă)

Descrieţi limbajul recunoscut de următoarele automate finite (stabilind şi tipul automatului).

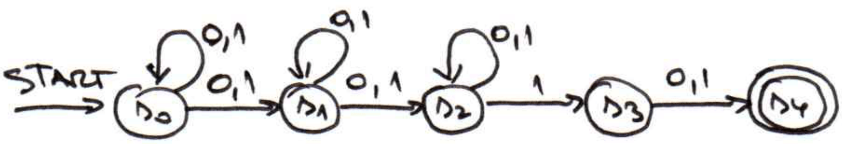
1\.



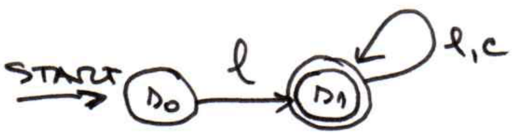
2\.



3\.

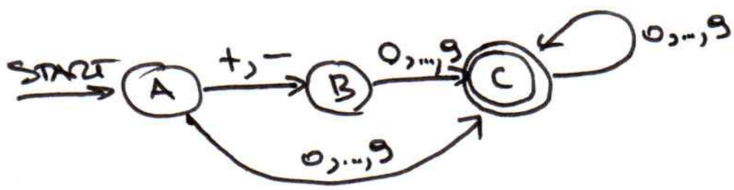


4\.

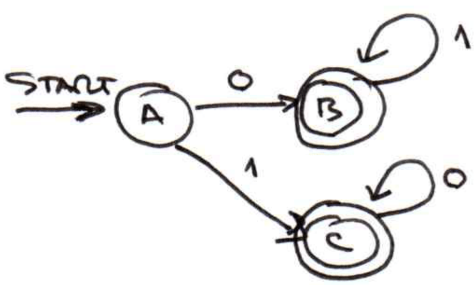


, unde l semnifică o literă, c cifră

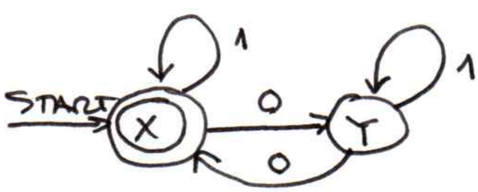
5\.



6\.



7\.



8\.