

Tema 3

Termen: săptămâna 7

1. Construiți tabelele de adevăr corespunzătoare formulelor propoziționale de mai jos:

- (a) $(P \Rightarrow Q) \wedge \neg Q \wedge \neg P$,
- (b) $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((Q \Rightarrow S) \Rightarrow ((P \vee Q) \Rightarrow R))$,
- (c) $\neg(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow ((P \vee R) \wedge (\neg P \Rightarrow Q))$,
- (d) $(P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg(P \Rightarrow \neg Q))$

Pentru fiecare din formule, specificați dacă sunt satisfiabile, valide, sau nu.

2. Fie F, G, H formule propoziționale. Arătați că următoarele sunt echivalențe logice:

- Reguli de reducere:

- (a) $(F \Leftrightarrow G) \sim (F \Rightarrow G) \wedge (G \Rightarrow F)$,
- (b) $(F \Rightarrow G) \sim (\neg F \vee G)$.

- Reguli pentru comutativitate:

- (a) $F \vee G \sim G \vee F$,
- (b) $F \wedge G \sim G \wedge F$,

- (c) $F \Leftrightarrow G \sim G \Leftrightarrow F$.

- Reguli pentru asociativitate:

- (a) $(F \vee G) \vee H \sim F \vee (G \vee H)$,
- (b) $(F \wedge G) \wedge H \sim F \wedge (G \wedge H)$,
- (c) $(F \Leftrightarrow G) \Leftrightarrow H \sim F \Leftrightarrow (G \Leftrightarrow H)$.

- Reguli de distributivitate:

- (a) $F \vee (G \wedge H) \sim (F \vee G) \wedge (F \vee H)$,
- (b) $F \wedge (G \vee H) \sim (F \wedge G) \vee (F \wedge H)$,

- (c) $(F \vee G) \Rightarrow H \sim (F \Rightarrow H) \wedge (G \Rightarrow H)$,
- (d) $(F \wedge G) \Rightarrow H \sim (F \Rightarrow H) \vee (G \Rightarrow H)$,
- (e) $F \Rightarrow (G \vee H) \sim (F \Rightarrow G) \vee (F \Rightarrow H)$,
- (f) $F \Rightarrow (G \wedge H) \sim (F \Rightarrow G) \wedge (F \Rightarrow H)$,
- (g) $(F \wedge G) \Rightarrow H \sim F \Rightarrow (G \Rightarrow H)$.

- Reguli pentru propoziții adevărate și false:

- (a) $\neg \top \sim \perp$,
- (b) $\neg \perp \sim \top$,
- (c) $F \vee \perp \sim F$,
- (d) $F \wedge \top \sim F$,
- (e) $F \vee \top \sim \top$,
- (f) $F \wedge \perp \sim \perp$,
- (g) $\perp \Rightarrow F \sim \top$,
- (h) $F \Rightarrow \top \sim \top$.

- Reguli pentru idempotență:

$$\begin{aligned}(a) \quad & F \wedge F \sim F, \\(b) \quad & F \vee F \sim F.\end{aligned}$$

- Reguli de absorbție:

$$\begin{aligned}(a) \quad & F \vee (F \wedge G) \sim F, \\(b) \quad & F \wedge (F \vee G) \sim F.\end{aligned}$$

- Reguli de anihilare:

$$\begin{aligned}(a) \quad & F \vee \neg F \sim \top, \text{ („tertium non datur”)} \\(b) \quad & F \wedge \neg F \sim \perp, \\(c) \quad & F \Rightarrow F \sim \top.\end{aligned}$$

- Reguli pentru negație:

$$\begin{aligned}(a) \quad & \neg(\neg F) \sim F, \text{ („dublă negație”)} \\(b) \quad & \neg(F \vee G) \sim \neg F \wedge \neg G, \text{ („De Morgan”)} \\(c) \quad & \neg(F \wedge G) \sim \neg F \vee \neg G, \text{ („De Morgan”)} \\(d) \quad & \neg(F \Rightarrow G) \sim F \wedge (\neg G), \\(e) \quad & \neg(F \Leftrightarrow G) \sim F \Leftrightarrow (\neg G).\end{aligned}$$

- Alte reguli:

$$\begin{aligned}(a) \quad & F \Rightarrow G \sim F \Leftrightarrow (F \wedge G), \\(b) \quad & F \Rightarrow G \sim G \Leftrightarrow (F \vee G).\end{aligned}$$

3. Considerați povestea cu Superman:

„Dacă Superman ar putea și ar vrea să prevină răul, ar face asta. Dacă Superman nu ar putea să prevină răul, ar fi lipsit de puteri; dacă nu ar vrea să prevină răul, ar fi malefic. Superman nu previne răul. Dacă Superman există, el nu este lipsit de puteri sau malefic.”

Există Superman (dacă acceptăm această poveste)?

Adică, este „Superman există.” o consecință logică a poveștii? Alternativ, este „Superman nu există.” o consecință logică a poveștii?