

Tema 9

Termen: săptămâna 14

1. Aplicați următoarele substituții:

- (a) $x_{\{x \leftarrow z+2\}}$,
- (b) $(x+y)_{\{x \leftarrow z+2, y \leftarrow x+y\}}$,
- (c) $(xy)_{\{x \leftarrow z+2\}}$,
- (d) $(\neg P(x, y) \Leftrightarrow (\forall x \exists y \forall z ((P(y, z) \vee Q(x, y, z)) \Rightarrow (R(x, z, y) \vee \neg P(x, z))))))_{\{x \leftarrow (y+z), y \leftarrow xy\}}$.

2. Fie

$$\begin{aligned}\theta &= \{x \leftarrow x+5, y \leftarrow 2x+3, z \leftarrow y+u\}, \\ \sigma &= \{x \leftarrow 3x+3, z \leftarrow u+v, v \leftarrow x+2y\}, \\ \lambda &= \{y \leftarrow x+v, u \leftarrow 3y, v \leftarrow 4z\}. \\ F &:= (P(x, y+z) \Rightarrow (Q(uv, x+y) \wedge P(x, y))), \\ G &:= \exists v (P(x, y+z) \Rightarrow (Q(uv, x+y) \wedge P(x, y))).\end{aligned}$$

Calculați

- (a) $\theta\sigma, \theta\lambda, \theta(\sigma\lambda), (\theta\sigma)\lambda$.
- (b) F_θ, G_σ .

3. Considerați limbajul care conține următoarele simboluri:

- simboluri funcționale \mathcal{F} : $+$ binar, $-$ unar, $*$ binar.
- simboluri de pedicate \mathcal{P} : $=, <, \leq$ toate binare.
- simboluri de constante \mathcal{C} : $0, 1$.

Dați cel puțin câte două interpretări ale acestui limbaj:

- în universul numerelor naturale,
- în universul polinoamelor cu o variabilă peste numerele reale,
- în universul mulțimilor,
- în universul șirurilor de caractere.

Pentru fiecare interpretare, dați o asignare de variabile și evaluați valoarea următoarelor expresii sub interpretările și asignările de valori variabilelor alese:

- $(x + (-y)) * z$,
- $(x * y + (-z)) \leq (-z + 1) * 0$,
- $(x * (y + z)) = (x * y) + (x * z)$.