SISTEME TRANZIȚIONALE și EXPRESII REGULATE

$ST = (S, I, f, S_0, S_f, \delta)$

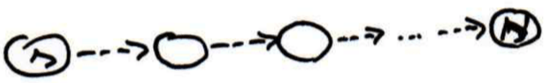
$S_0 \subset S$ – stări inițiale

$\delta \subset S \times S$ – relația de tranziție spontană

Pas de funcționare (citește λ sau $i \in I$)

$s \overset{i}{\vdash} s' \overset{def}{\Longleftrightarrow}$ a) citim $i = \lambda$

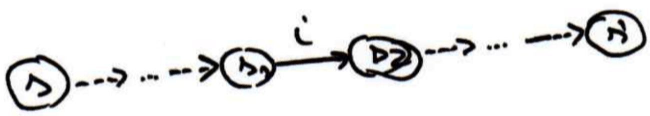
$s \overset{\lambda}{\vdash} s'$ dacă $(s, s') \in \delta^*$



b) citim un caracter de pe b.i. $i \in I$

$\exists\, s_1, s_2 \in S$ a.î.

$(s, s_1) \in \delta^*$, $f(s_1, i) \ni s_2$, $(s_2, s') \in \delta^*$



Citire cuvânt $p = i_1 i_2 \ldots i_n$

$s \overset{p}{\vdash} s' \Longleftrightarrow \exists\, s_1, \ldots, s_{n-1}$ a.î.

$s \overset{i_1}{\vdash} s_1 \overset{i_2}{\vdash} s_2 \vdash \ldots \overset{i_n}{\vdash} s'$

LIMBAJ RECUNOSCUT

$L(ST) = \{ p \in I^* \mid \exists\, s_0 \in S_0$ a.î. $s_0 \overset{p}{\vdash} s'$, și $s' \in S_f \}$

TEOREMA $\mathcal{L}_{ST} = \mathcal{R}$

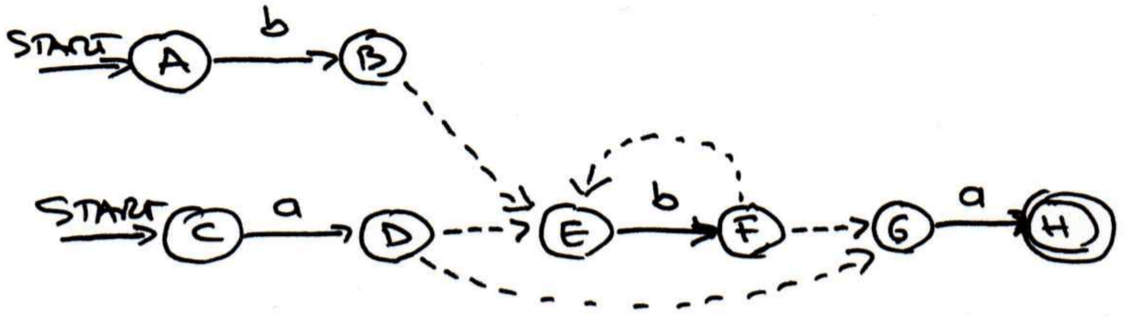
Dacă $ST = (S, I, f, S_0, S_f, \delta)$ at construim

$AFD = (\mathcal{P}(S), I, f', S_0, S'_f)$

$f'(Z, i) \overset{def}{=} \{ s \in S \mid \exists\, s_1 \in Z$ a.î. $s_1 \overset{i}{\vdash} s \}$

$S'_f = \{ Z \in \mathcal{P}(S) \mid Z \cap S_f \neq \emptyset \}$

Exemplu: Se consideră următorul sistem tranzițional



a) Găsiți cel mai scurt cuvânt recunoscut

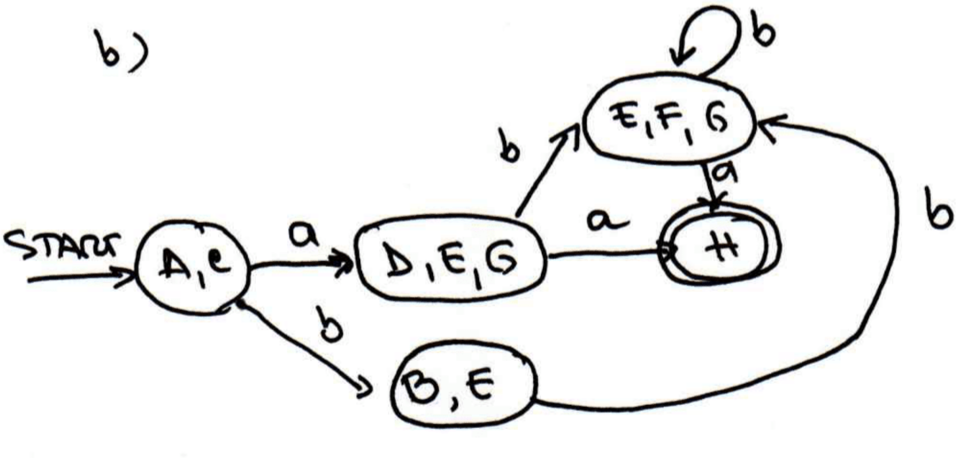
b) Construiți AFD echivalent și identificați

$L(AFD) = L(ST)$

//

a) Evident $aa \in L(ST)$ este cel mai scurt cuvânt

b)



$L(ST) = L(AFD) = \{ab^n a \mid n \geq 0\} \cup \{b^k a \mid k \geq 2\}$

Exemplul 2: Se consideră limbajul

$L = \{ w \in \{a,b,c\}^* \mid w \text{ conține cel mult un } b \}$

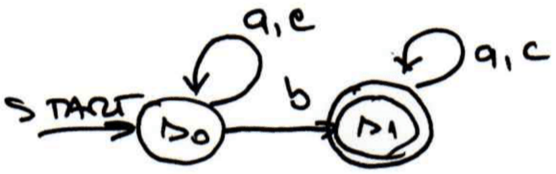
#

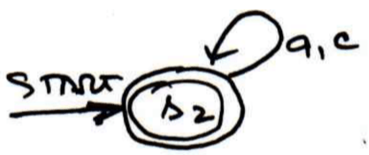
Avem două șabloane posibile ptr cuvinte

1) exact un b : $\boxed{xxx \mid b \mid xxx}$ ⇐ xxx – amestec a și c

2) nici un b : $\boxed{xxx}$

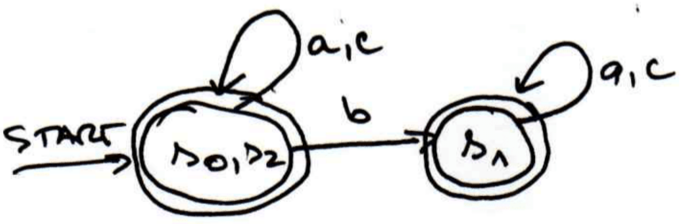
Ptr. fiecare șablon am un AF

1) 

2) 

Cele două AF sunt componentele unui ST cu $S_0 = \{s_0, s_2\}$

Desenez AFD echivalent



Obs: aceiași construcție se poate face folosind teoremele de închidere ptr. gramatici

EXPRESII REGULATE

notații pentru șabloanele asociate descrierii limbajelor regulate

DEFINIȚIA Se numește expresie regulată peste vocabularul V un cuvânt peste $V \cup \{|, \cdot, *\} \cup \{(,)\} \cup \phi$ format prin aplicarea de un nr. finit de ori a următoarelor reguli

1) λ este expresie regulată peste V și notează mulțimea $L(\lambda) = \{\lambda\}$

2) ϕ este e.r peste V și notează lb. $L(\phi) = \phi$

3) a este e.r peste V, $\forall a \in V$ și $L(a) = \{a\}$

4) Dacă l și r sunt e.r. peste V ce notează limbajele $L(l) = L$, $L(r) = R$ atunci
   a) $(l|r)$ este e.r. și $L((l|r)) = L \cup R$
   b) $(l \cdot r)$ este e.r. și $L((l \cdot r)) = L \cdot R$
   c) (l^*) este e.r. $L((l^*)) = L^*$

Obs: Se folosesc prioritățile operatorilor pentru a evita paranteze redundante și operatorul $\cdot$ se scrie explicit numai în cazuri speciale. (de ex. când operanzii sunt identificatori c, trebuie separați prin $*$!)

$$p(*) > p(\cdot) > p(|)$$

Exemplul 1: $V = \{a, b, c\}$

expresii regulate		mulțimi notate
a	$\overset{not}{=}$	$\{a\}$
a^*	$\overset{not}{=}$	$\{a^n \mid n \geq 0\}$
$(a\|b\|c)^* b$	$\overset{not}{=}$	$\{wb \mid w \in \{a,b,c\}^*\}$

Probleme tip pentru expresii regulate

1) Se dă o e.r. → Descrieți limbajul notat
2) Se dă un limbaj L → Construiți o e.r ce notează L
3) Se consideră e.r. → Construiți un AF echivalent

TIPUL 1: Descrieți limbajele notate de următoarele expresii regulate peste vocabularul V

a) $V = \{0, 1\}$

$0(0|1)^* = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ începe cu } 0\}$

$10^*1 = \{10^n1 \mid n \geq 0\}$

$1(0|1)^*1 \mid 0(1|0)^*0 = \{1w1, 0w0 \mid w \in \{0,1\}^*\} = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ începe și se termină cu aceeași literă și } |w| \geq 2\}$

$0|1|0^*|1^*|(0|1)^* = \{0,1\}^*$

b) $V = \{a, b, c\}$

$\phi = \phi$

$b = \{b\}$

$(a|b|c)(a|b|c)(a|b|c) = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid |w| = 3\}$

$(a|b|c)^*(aa|bb)(a|b|c)^* = \{waaw', wbbw' \mid w, w' \in \{a,b,c\}^*\}$

$a^*b^*c^* = \{a^n b^m c^k \mid m, n, k \geq 0\}$

$(a|c)^*b(a|c)^* \mid (a|c)^* = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid w \text{ conține maxim un } b\}$

$(b|\lambda)b^* = \{b^n \mid n \geq 0\}$

Găsiți expresii regulate echivalente (ce descriu același limbaj) cu

$(a|b|c)^*a(a|b|c)^* = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid w \text{ conține cel puțin un } a\}$

$(a|b|c)^*a(b|c)^* = (b|c)^*a(a|b|c)^*$

TIPUL 2. Descrieți următoarele limbaje cu expresii regulate

$L_1 = \{ w \in \{a,b,c\}^* \mid w$ începe cu a și se termină cu c $\}$

$L_2 = \{ w \in \{0,1\}^* \mid |w| \le 2 \}$

$L_3 = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w$ conține cel puțin două sb. 0 $\}$

$L_4 = \{ w \in \{a,\dots,z,A,\dots,Z\}^* \mid w$ palindrom $\}$

$L_5 = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w$ conține cel mult 2 sb. 0 $\}$

$L_6 = \{ w \in \{a,b,c\}^* \mid w$ începe și se termină cu aceeași literă $\}$

$L_7 = \{ w \in \{a,b,c\}^* \mid w$ conține cel puțin un a și cel puțin un b $\}$

$L_8 = \{ a^n b^m c^k \mid n \ge 0, m \ge 1, k \ge 0 \}$

$L_9 = \{ a^n b^m c^k \mid n \ge 0, m \ge 0, k \le 2 \}$

Răspunsuri: $L_1 = a(a|b|c)^*c$ $L_2 = \lambda|0|1|00|01|10|11 = (\lambda|0|1)(\lambda|0|1)$

$L_3 = (0|1)^*0(0|1)^*0(0|1)^* = (0|1)^*01^*01^* = 1^*01^*0(0|1)^*$

$L_4 =$ nu se poate găsi o expresie regulată!

$L_5 = 1^* \mid 1^*01^* \mid 1^*01^*01^*$

$L_6 = a(a|b|c)^*a \mid b(a|b|c)^*b \mid c(a|b|c)^*c \mid a|b|c$

$L_7 = (a|b|c)^*a(a|b|c)^*b(a|b|c)^* \mid (a|b|c)^*b(a|b|c)^*a(a|b|c)^*$

$L_8 = a^*bb^*c^*$

$L_9 = a^*b^* \mid a^*b^*c \mid a^*b^*c^2 = a^*b^*(\lambda|c|cc)$

Tipul 3. Construiți AFD ce recunoaște limbajul descris de următoarele expresii regulate

a) $(a|b|c)^* b (a|c)^*$

b) $(0|1)^* 1 (0|1)$

c) $0^*(10^*10^*)^* 1 0^*$

d) $(+|-|\lambda)(0|1)^*(1|0)$

e) $(a|b)^* bbb$

Obs: Se pot folosi ca intermediar ST.

Ex b).