AUTOMATUL CE RECUNOAȘTE ADUNĂRI CORECT EFECTUATE

Presupunem că avem adunări pt. operanzi de aceeași lungime scriși în binar și precedați de 0, astfel încât rezultatul să aibă aceeași lungime cu operanzii

$I = \{0,1\} \times \{0,1\} \times \{0,1\}$

Exemplu

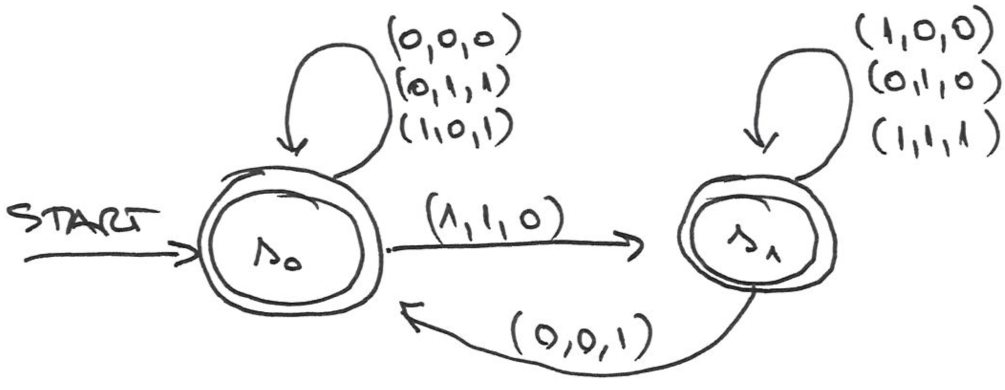
$$\begin{array}{r} 0101 + \\ 0110 \\ \hline 1011 \end{array}$$

Pe bandă se inscrie șirul

1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	1

Încep cu cea mai puțin semnificativă cifră pt. a inscrie operanzi de orice lungime

AFD ce ghicește operația corectă



$s_0 \xrightarrow{(1,0,1)} s_0 \xrightarrow{(0,1,1)} s_0 \xrightarrow{(1,1,0)} s_1 \xrightarrow{(0,0,1)} s_0 \in S_f$

adunare corectă

AF și AFD

"Puterea" de recunoaștere a automatelor finite deterministe este aceeași cu a celor nedeterministe. Matematic putem exprima acest lucru prin următoarea

TEOREMĂ $\mathcal{L}_{AF} = \mathcal{L}_{AFD}$ (sau $\mathcal{R} = \mathcal{R}_d$)

unde $\mathcal{R}$ ($\mathcal{L}_{AF}$) sunt notații ptr. familia limbajelor recunoscute de automate finite, iar $\mathcal{R}_d$ ($\mathcal{L}_{AFD}$) familia limbajelor recunoscute de automate finite deterministe. $\mathcal{R}$ provine de la lb. regulate!

Demonstrație

Evident $\mathcal{R}_d \subseteq \mathcal{R}$.

Demonstrăm incluziunea $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{R}_d$.

Fie $L \in \mathcal{R}$ și $AF = (S, I, f, s_0, S_f)$ a.i. $L(AF) = L$.

Construim următorul automat finit determinist

$$AFD = (\mathcal{P}(S), I, f', \{s_0\}, S_f')$$

unde f' este prelungirea lui f la $\mathcal{P}(S) \times I$ (sau extinderea naturală de la $S \times I$ la $\mathcal{P}(S) \times I$)

și $S_f' = \{Z \in \mathcal{P}(S) \mid Z \cap S_f \neq \emptyset\}$

Arătăm că $L(AFD) = L(AF)$ prin dubla incluziune

$L(AF) \subseteq L(AFD)$

Fie $p \in L(AF)$. Atunci $f(s_0, p) \cap S_f \neq \emptyset$ și prin urmare $f(s_0, p) \in S_f'$, adică e stare finală ptr AFD.

Dar $f'(\{s_0\}, p) = f(s_0, p) \in S_f' \Rightarrow p \in L(AFD)$

Analog se poate arăta că

$$L(AFD) \subseteq L(AF)$$

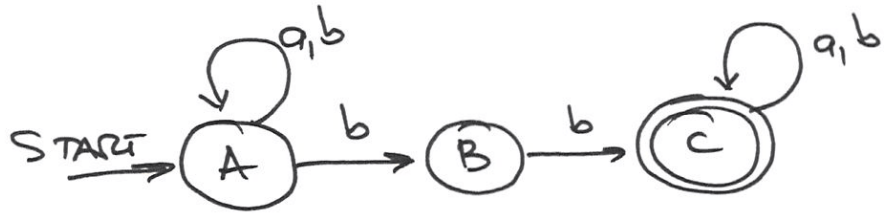
q.e.d.

Exemplu de transformare AFN → AFD

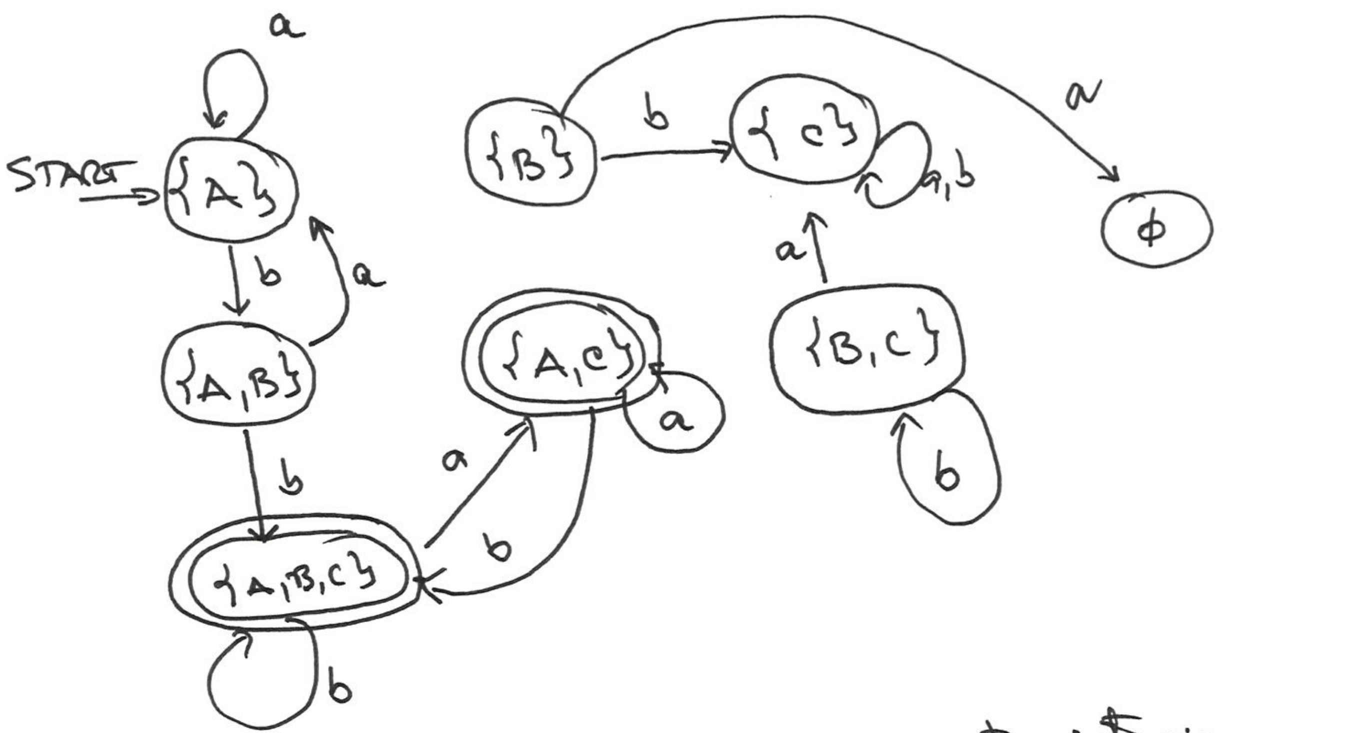
Se consideră limbajul

$$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ conține subșirul } bb \}$$

Un AFN pt. recunoașterea limbajului



Ptr. construcția AFD se consideră $\mathcal{P}(S)$ în loc de S.



Obs: nu toate stările apar pe traiectorie atunci când pornim din starea inițială. Deci sunt inutilizabile la recunoașterea cuvintelor (ex. {B}, {C}, {B,C}, φ) și le putem elimina

După o redenumire, AFD este