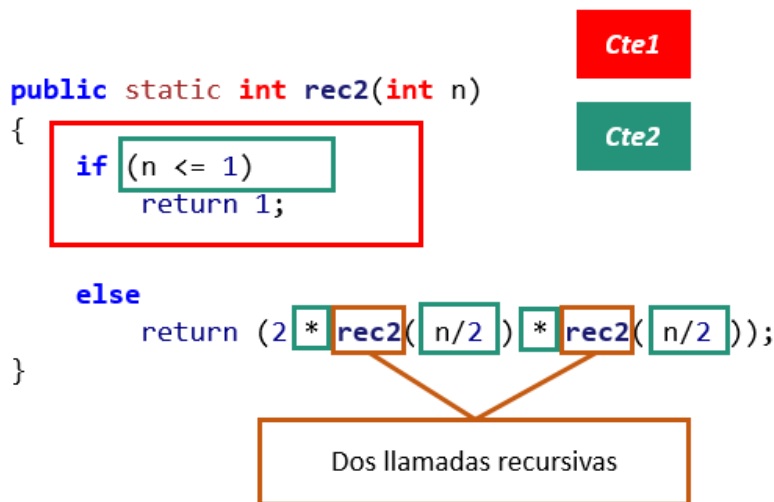


Calcular el $T(n)$ y el big-Oh de:

```
public static int rec2(int n)
{
    if(n <= 1)
        return 1;
    else
        return (2*rec2(n/2)*rec2(n/2));
}
```

Analizando el algoritmo se llega a lo siguiente:



Por lo tanto, la función de recurrencia es:

$$T(n) = \begin{cases} cte_1; n \leq 1 \\ cte_2 + 2T(n/2); n \geq 2 \end{cases}$$

Para encontrar el patrón de recurrencia se procede de la siguiente manera:

$$T(n) = cte_2 + 2T(n/2) \rightarrow \text{Primer caso recursivo} \quad i = 1$$

$$T(n/2) = cte_2 + 2T(n/4) \text{ o } T(n/2) = cte_2 + 2T(n/4)$$

$$T(n) = cte_2 + 2[cte_2 + 2T(n/4)] \Rightarrow T(n) = cte_2 + 2cte_2 + 4T(n/4) \Rightarrow$$

$$T(n) = 4T(n/4) + 3cte_2; n \geq 4 \quad i = 2$$

$$T(n/4) = cte_2 + 2T(n/8) \text{ o } T(n/4) = cte_2 + 2T(n/8)$$

$$T(n) = 4[cte_2 + 2T(n/8)] + 3cte_2 \Rightarrow T(n) = 8T(n/8) + 7cte_2; n \geq 8 \quad i = 3$$

Por lo tanto, el patrón es:

$$T(n) = 2^k T\left(\frac{n}{2^k}\right) + (2^k - 1)cte_2 \quad ; \quad n > k; \quad k = i$$

Ahora hay que determinar cuántas llamadas recursivas “ k ” llevan hasta el caso base.

$$\frac{n}{2^i} = 1 \Rightarrow n = 2^i \Rightarrow i = \log_2(n)$$

Por ultimo hallar el $T(n)$ explícito:

$$T(n) = n T(1) + (n - 1)cte_2 \quad ; \quad n \geq 1$$

$$T(n) = n cte_1 + n cte_2 - cte_2 \quad ; \quad n \geq 1$$

Ahora hay que estimar el orden en base al termino con el orden más grande:

- 1° termino: $n cte_1 \rightarrow$ es $O(n)$
- 2° termino: $n cte_2 \rightarrow$ es $O(n)$
- 3° termino: $cte_2 \rightarrow$ es $O(1)$

Para decir que $T(n) = n cte_1 + n cte_2 - cte_2$ es $O(n)$ se tiene que poder demostrar que:

- Existen constantes c_0 y n_0 tales que:
 - $T(n) \leq c_0 n$ para todo $n \geq n_0$

En este caso ya se sabe que la $f(n) = n$, entonces:

- $cte_1 n \leq cte_1 n \quad \forall n \geq 1$
- $cte_2 n \leq cte_2 n \quad \forall n \geq 1$
- $cte_2 \leq cte_2 n \quad \forall n \geq 1$

Entonces:

$$\begin{array}{rcl}
 & cte_1 n \leq cte_1 n & \forall n \geq 1 \\
 & cte_2 n \leq cte_2 n & \forall n \geq 1 \\
 + & cte_2 \leq cte_2 n & \forall n \geq 1 \\
 \hline
 T(n) & \leq (cte_1 + cte_2 + cte_2)n & \forall n \geq 1
 \end{array}$$

Como $T(n) \leq c_0 n \quad \forall n \geq n_0 \therefore T(n)$ es $O(n)$