

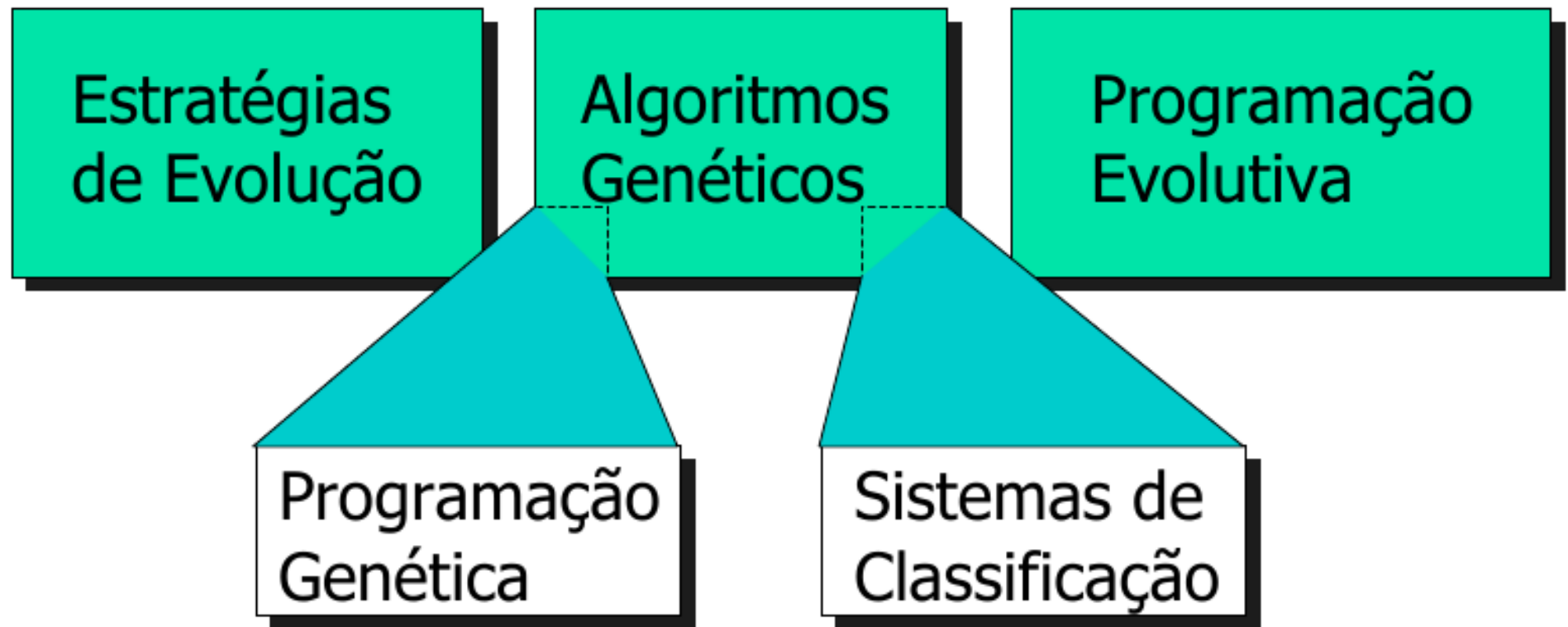
Aprendizado de Máquina: Computação Evolutiva

Prof. Arnaldo Candido Junior
UTFPR – Medianeira

Introdução

- Computação Evolutiva
 - Técnicas computacionais para resolução de problemas baseados em:
 - Genética
 - Teoria da evolução natural
 - Pesquisas tiveram início na década de 50
 - Independentemente a partir de cerca de 10 grupos em um período de 15 anos

Algoritmos Evolutivos



Algoritmos Evolutivos

- Aspectos de cada área estão sendo assimilados por outras. Difícil definir fronteiras, tudo é computação evolutiva
- Programação Evolutiva (Pes): utilizada principalmente para otimização de funções contínuas, sem usar crossover
- Estratégias Evolutivas (Ees): utilizadas principalmente para otimização de funções contínuas, utiliza crossover

Algoritmos Evolutivos ⁽²⁾

- Algoritmos Genéticos (Ags): usados em geral para problemas de otimização combinatória
- Programação Genética (PG): evolui programas
- Sistemas de classificação: evolui regras de classificação

Algoritmos Genéticos (AGs)

- Propostos para resolver problemas de busca e otimização
- Baseados na genética e teoria da seleção natural
- Depois de várias gerações populações naturais evoluem de acordo com os princípios de seleção natural e sobrevivência dos mais aptos

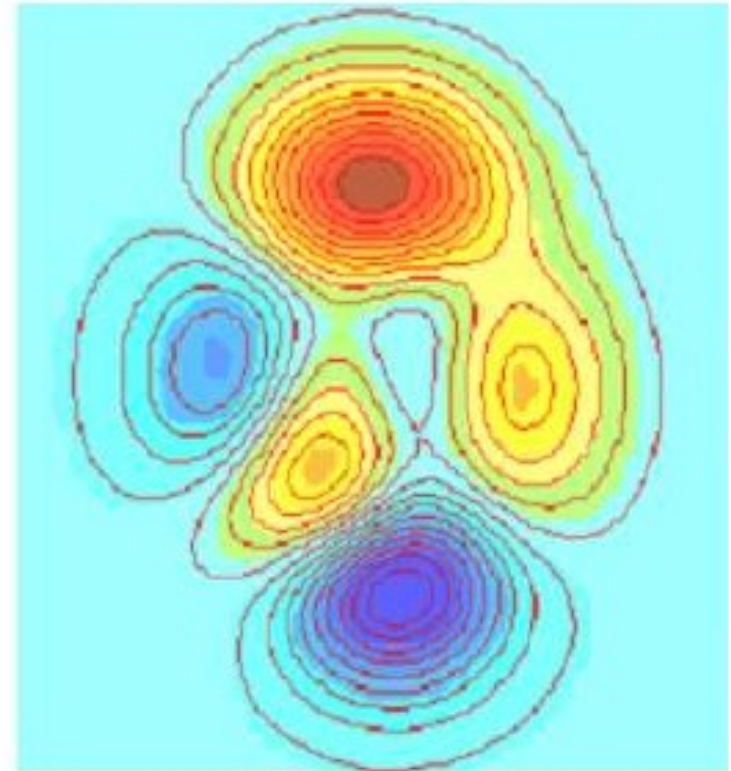
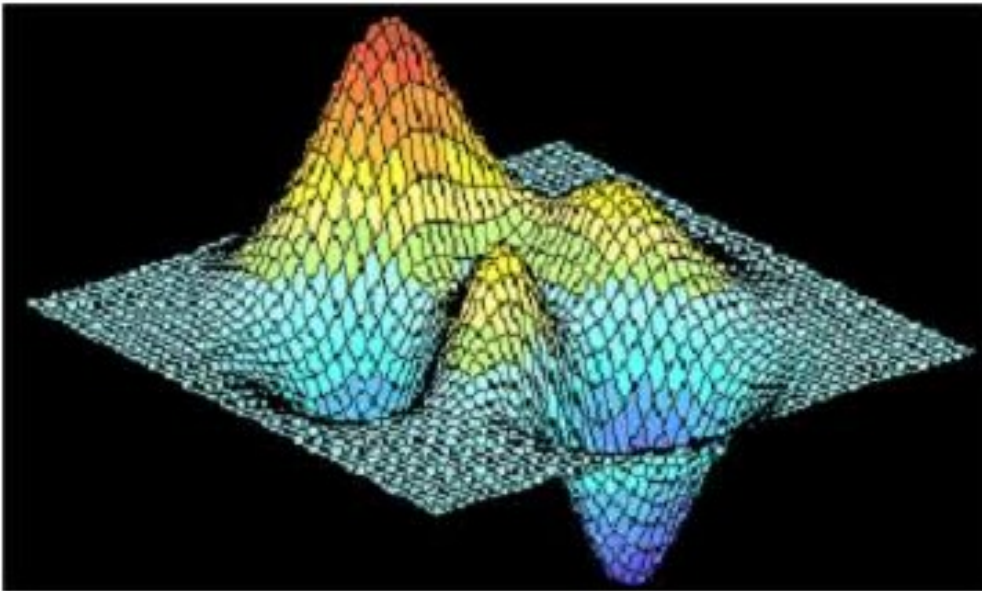
Algoritmos Genéticos ⁽²⁾

- Desenvolvido por John Holland
 - Popularizado por David Goldberg
- Objetivos:
 - Abstrair e explicar rigorosamente os processos adaptativos dos sistemas naturais
 - Desenvolver sistemas artificiais que conservam mecanismos importantes dos sistemas naturais

Algoritmos Genéticos ⁽³⁾

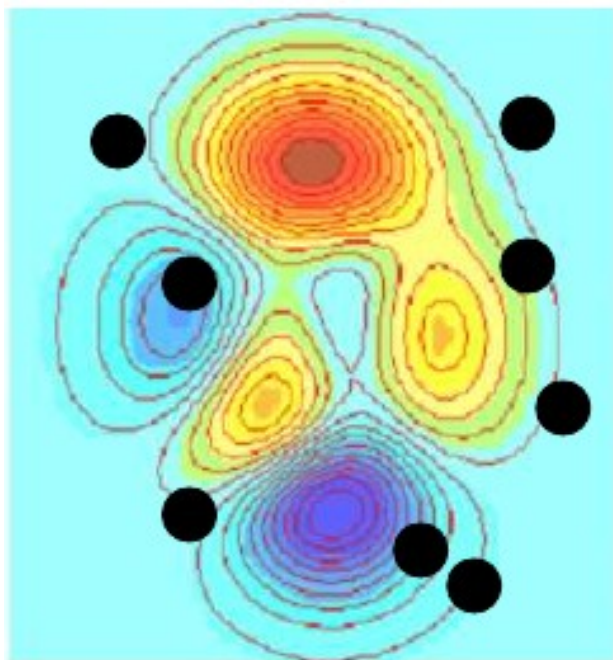
- Utilizam uma população de soluções candidatas (indivíduos)
- Otimização ocorre em várias gerações. A cada geração
 - Mecanismos de seleção selecionam os indivíduos mais aptos
 - Operadores de reprodução geram novos indivíduos

Processo Evolutivo

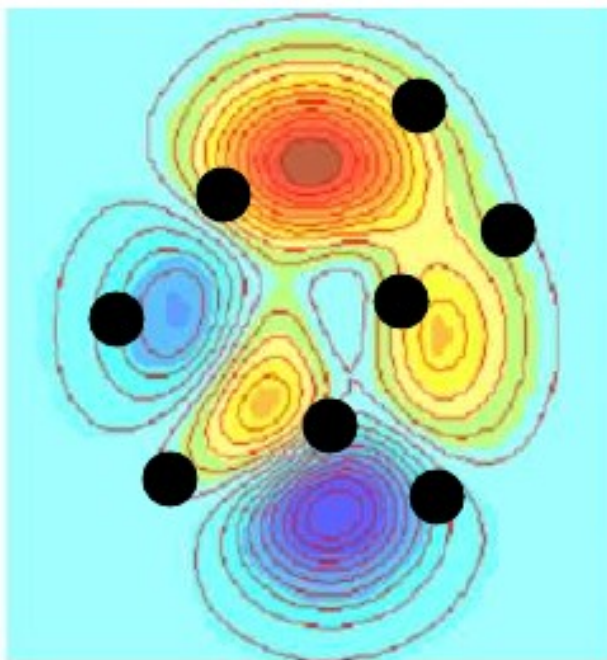


www.cs.bham.ac.uk/~axk

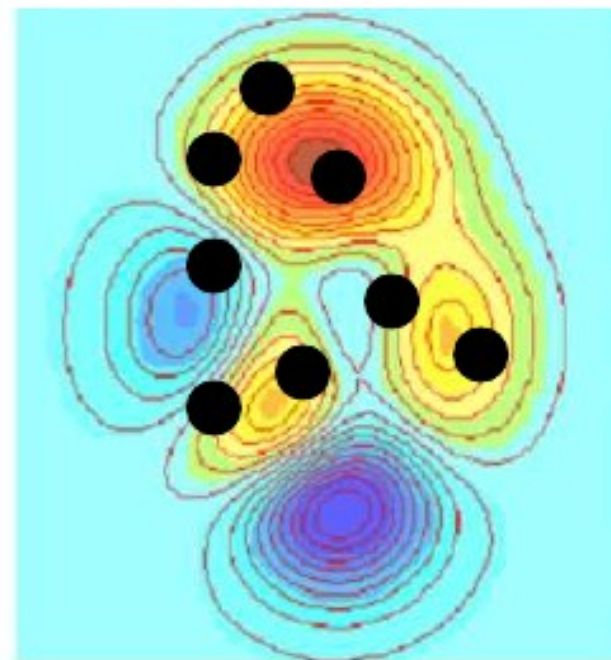
Processo Evolutivo (2)



Geração 1



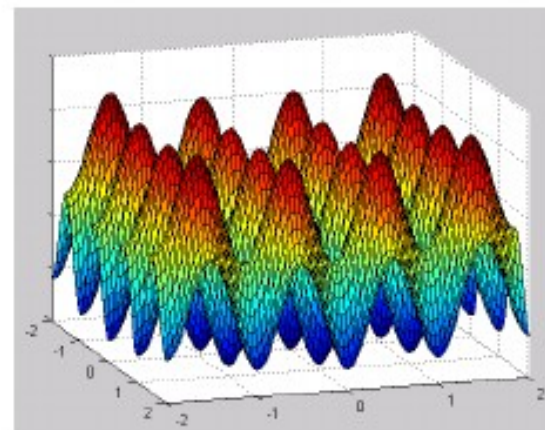
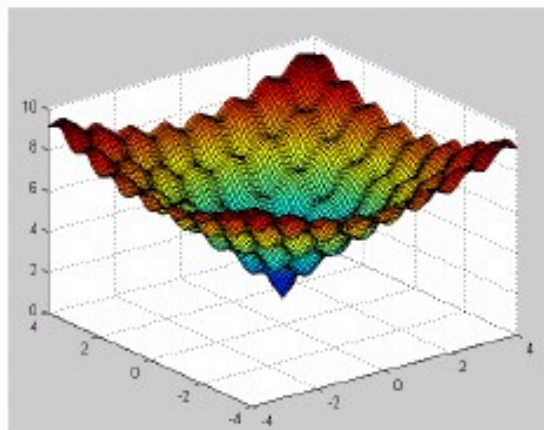
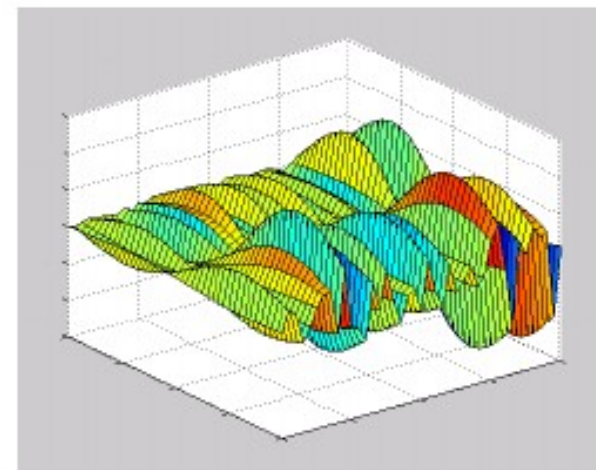
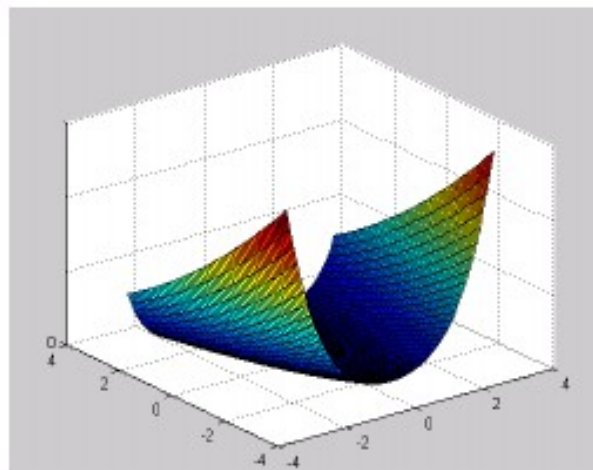
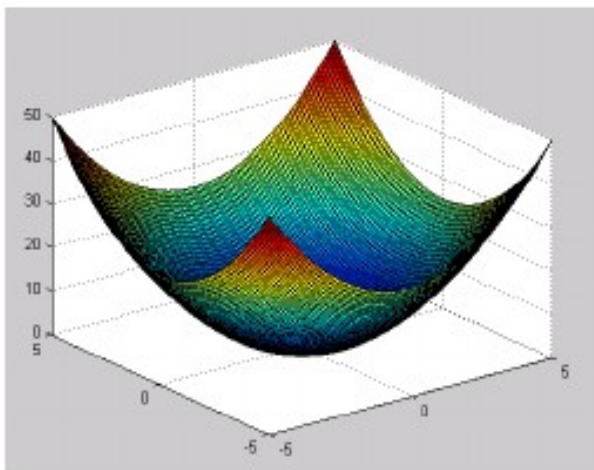
Geração 10



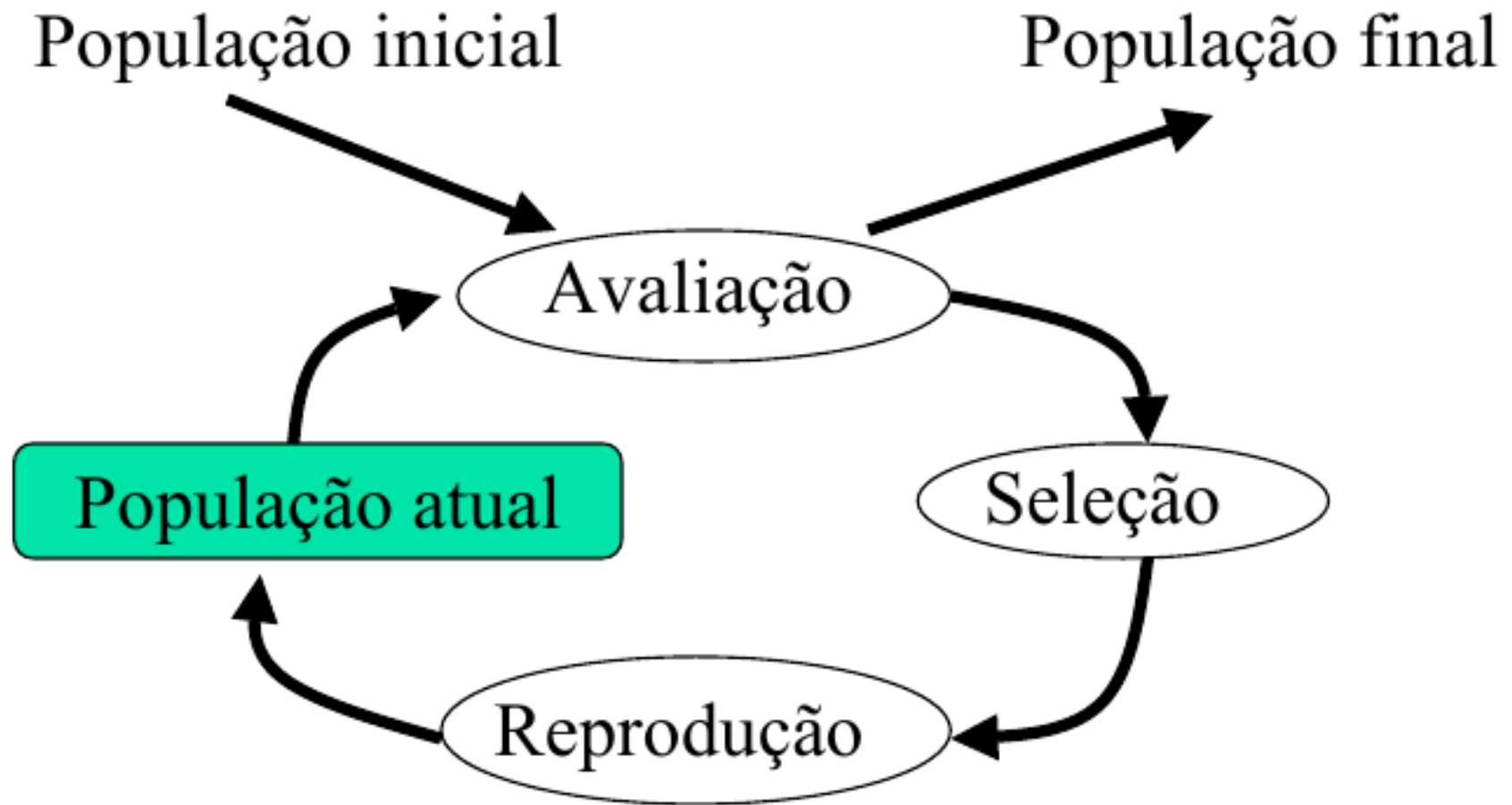
Geração 20

www.cs.bham.ac.uk/~axk

Espaço de Busca



Algoritmos Genéticos



Algoritmos Genéticos ₍₂₎

- Podem “evoluir” soluções para problemas do mundo real
 - Problemas devem ser adequadamente codificados
 - Deve haver uma forma de avaliar as soluções apresentadas

Algoritmos Genéticos ⁽³⁾

- Cada indivíduo representa uma possível solução para um dado problema
 - É associado a um escore de aptidão que mede qualidade da solução que ele representa
- Indivíduos mais aptos têm mais oportunidades de se reproduzir, produzindo descendentes cada vez mais aptos

Princípios Básicos

- Codificação
- Indivíduo / Cromossomo
- População / Geração
- Reprodução, Mutação
- Seleção / Função de aptidão

Indivíduo

- Possível solução para um dado problema
 - Também chamado de cromossomo, string ou genótipo
- Conjunto de indivíduos forma uma população
- Codificado como um vetor de genes ou características
 - Cada possível valor (alelo) representa um parâmetro

Codificação

- De acordo com a codificação adotada, genes podem assumir valores:
 - Binários
 - Inteiros
 - Reais (ponto flutuante)

Codificação ₍₂₎

- Genótipo: contém informação necessária para construir um organismo (fenótipo)
- Fenótipo: produto da iteração de todos os genes
 - Aptidão de um indivíduo depende do desempenho de seu fenótipo
 - Inferido do genótipo usando função de aptidão

Codificação ⁽³⁾

- Tradicionalmente, os indivíduos são representados por vetores binários
 - 0, 1 (ausência, presença)
 - Universal e independente do problema
 - Permite a codificação de qualquer problema
 - Permite a utilização dos operadores de reprodução padrão

Codificação ₍₄₎

- Genes também podem assumir valores inteiros, reais ou de tipos abstratos
- Representações em níveis abstratos mais altos
 - Facilitam sua utilização em determinados domínios mais complexos
 - Necessitam de operadores específicos

Codificação ₍₅₎

- Para alguns problemas, genes assumem valores inteiros ou reais
 - Operadores específicos podem ser utilizados para esses valores
 - Ou valores podem ser convertidos para valores binários

Codificação Binária de Inteiros

- Representar um valor $g \in I$ por um vetor de binários b_1, b_2, \dots, b_N
- Definir função $f[g] \rightarrow \{0,1\}^n$ para valor de g restrito ao intervalo $[g_{\min}, \dots, g_{\max}]$
 - Valor de g varia entre 0 a 2^n-1
 - Valor de g varia entre m até $m+2^n-1$
 - Valor de g varia entre 0 a k , onde $k < 2^n-1$ (ex.: aplicar log)

Codificação Binária de Inteiros ₍₂₎

- Valor de g varia entre 0 a 2^n-1 : converter valor de g para valor binário correspondente.
- Valor de g varia entre m até $m+2^n-1$: converter valor de g para valor binário correspondente
- Valor de g varia entre 0 a $k-1$, onde $k < 2^n-1$.
Últimos valores referem-se a k (exemplo a seguir).

Codificação Binária de Inteiros ₍₄₎

- Corte: $n = \lfloor \log(K) \rfloor + 1$
 - Codificar todos os valores até $K-2$ com a codificação binária convencional
 - Usar para os demais valores $g = K-1$
 - Características:
 - Fácil de implementar
 - Forte *bias* para os últimos valores
- Escala

Exemplo

- $g \in \{0, 1, 2, \dots, 5\}$
- $k = 6$
- $n = 3$
- $g = \text{decimal}(x)$ se $x \leq k-1$
- $g = \text{decimal}(k-1)$ se $x > k$

| Valor de g | Código (x) |
|------------|------------|
| 0 | 000 |
| 1 | 001 |
| 2 | 010 |
| 3 | 011 |
| 4 | 100 |
| 5 | 101 |
| 5 | 110 |
| 5 | 111 |

Código Cinza

- Códigos para dígitos consecutivos diferem em apenas um bit
- Frequentemente utilizado para transformar valores analógicos para decimal
 - Pequena mudança no valor analógico muda apenas um bit no valor decimal

Código Cinza (2)

- Existem vários códigos cinza
 - Não é único
- Um código cinza para 3 bits:
 - 000, 010, 011, 001, 101, 111, 110, 100
- Um código cinza para 2 bits:
 - 00, 01, 11, 10

| Dígito | Binário | Código cinza |
|--------|---------|--------------|
| 0 | 0000 | 0000 |
| 1 | 0001 | 0001 |
| 2 | 0010 | 0011 |
| 3 | 0011 | 0010 |
| 4 | 0100 | 0110 |
| 5 | 0101 | 0111 |
| 6 | 0110 | 0101 |
| 7 | 0111 | 0100 |
| 8 | 1000 | 1100 |
| 9 | 1001 | 1101 |
| 10 | 1010 | 1111 |
| 11 | 1011 | 1110 |
| 12 | 1100 | 1010 |
| 13 | 1101 | 1011 |
| 14 | 1110 | 1001 |
| 15 | 1111 | 1000 |

Código Cinza ₍₃₎

- Algoritmo simples

1. Começa com todos os bits iguais a zero
2. Para cada novo número
Mudar o valor do bit mais a direita que gerar uma nova sequência de bits

Código Termômetro

- Valores consecutivos diferem em apenas um bit
- Utiliza muitos dígitos binários
 - Tamanho cresce linearmente com número de valores

| Dígito | Binário | Código termômetro |
|--------|---------|-------------------|
| 0 | 0000 | 0000 |
| 1 | 0001 | 0001 |
| 2 | 0010 | 0011 |
| 3 | 0011 | 0111 |
| 4 | 0100 | 1111 |

Função de Aptidão

- Mede o grau de aptidão de um indivíduo
 - Retorna um valor (índice) de aptidão numérico
 - Proporcional a utilidade ou habilidade do indivíduo
- Aptidão = probabilidade do indivíduo sobreviver para a próxima geração
 - Cada aplicação tem sua própria função de aptidão

Função de Aptidão ⁽²⁾

- É aplicada ao fenótipo do indivíduo
 - Genótipo precisa ser decodificado, recuperando o fenótipo associado
- Pode envolver uma (otimização de função) ou mais medidas (otimização multi-objetivo)
 - Ex. projeto de ponte
 - Custo, tempo de construção, capacidade máxima

Função de Aptidão ⁽³⁾

- Métodos para calcular valor ou índice de aptidão
 - Padrão
 - Baseada em ranking
 - Ranking-espaço
 - Estimula diversidade

Função de Aptidão Padrão

- Utiliza apenas informação sobre “qualidade do cromossomo”

$$f_i = \frac{q_i}{\sum_j q_j} \quad q = \text{índice de aptidão do cromossomo}$$

Seleção

- Ocorre em duas etapas
 - Escolha de indivíduos para participar da reprodução
 - Escolha dos indivíduos para sobreviverem para a próxima geração

Seleção ₍₂₎

- Escolhe preferencialmente indivíduos com maiores notas de aptidão
 - Não exclusivamente
 - Indivíduos mais aptos têm mais oportunidades de gerar descendentes
 - Que serão cada vez mais aptos

Seleção ₍₃₎

- Existem vários métodos de seleção
 - Uniforme
 - Geralmente usada para reprodução
 - Por roleta
 - Por torneio
 - Amostragem Universal Estocástica

Seleção pela Roleta

- Método simples mais utilizado
- Escolhe indivíduos por meio de um sorteio
 - Cada indivíduo ocupa uma fatia proporcional à sua aptidão



Seleção por Torneio

- Escolhe aleatoriamente n indivíduos da população
 - Cromossomo com maior aptidão é selecionado
 - Processo se repete até que a população intermediária seja preenchida
- Quanto maior o valor de n , maior a pressão seletiva
 - Indivíduo tem que ser melhor que uma quantidade maior de competidores

Pressão Seletiva

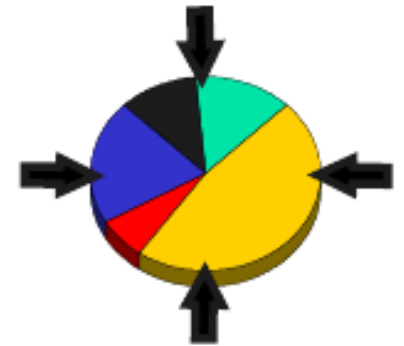
- Grau com que os melhores indivíduos são favorecidos
 - Influencia taxa de convergência do AG
 - Pressão muito baixa
 - Taxa de convergência lenta
 - Demora para encontrar boa solução
 - Pressão muito elevada
 - Convergência prematura

Diversidade

- Deve haver equilíbrio entre pressão seletiva e diversidade
- Formas de prevenir convergência prematura
 - Controlar número de oportunidades de reprodução de cada indivíduo
- Formas de promover diversidade
 - Aumento do tamanho da população
 - Aumento da taxa de mutação

Seleção por SUS

- SUS (*Stochastic Universal Sampling*)
 - Amostragem Universal Estocástica
- Variação do método da roleta
 - Ao invés de n vezes, a roleta é girada uma única vez e n indivíduos são selecionados
 - Utiliza n agulhas igualmente espaçadas ao invés de 1
 - Exibe menos variância que repetidas rodadas da roleta



Seleção por Estado Estável

- Maioria dos AGs é geracional
 - A cada geração, os indivíduos da população são formados apenas pelos filhos
 - Estado estável (*steady state*) reduz o número de substituições de pais pelos filhos
 - Existe uma intersecção entre conjuntos de indivíduos de gerações sucessivas
 - Ex.: escolher os N melhores entre os N pais e N filhos

Operadores Genéticos

- Permitem obtenção de novos indivíduos
 - Cada geração possui, geralmente, indivíduos mais aptos
- Principais operadores genéticos
 - Crossover (cruzamento ou recombinação)
 - Mutação
 - Elitismo

Crossover

- Filhos herdam partes das características dos pais durante a reprodução
 - Permite que as próximas gerações herdem estas características
- Funcionamento
 - Escolhe dois indivíduos e troca trechos entre eles

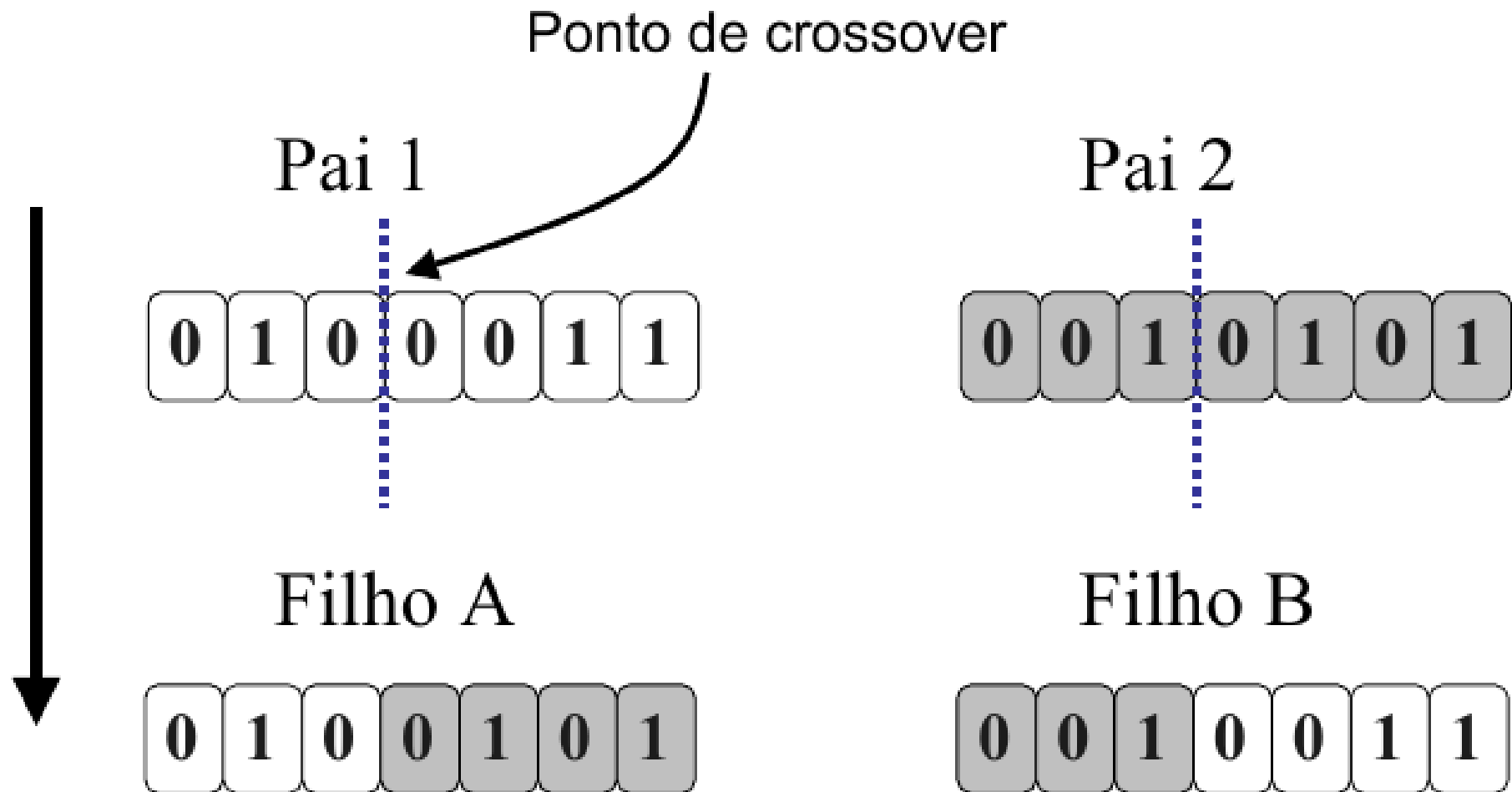
Crossover₍₂₎

- É o operador genético predominante
 - A taxa de *crossover* deve ser maior que a taxa de mutação
 - Taxa de *crossover*: $0.6 < P_c < 1.0$
 - Caso *crossover* não seja aplicado, descendentes seriam iguais aos pais
- É a operação mais importante para exploração rápida do espaço de busca

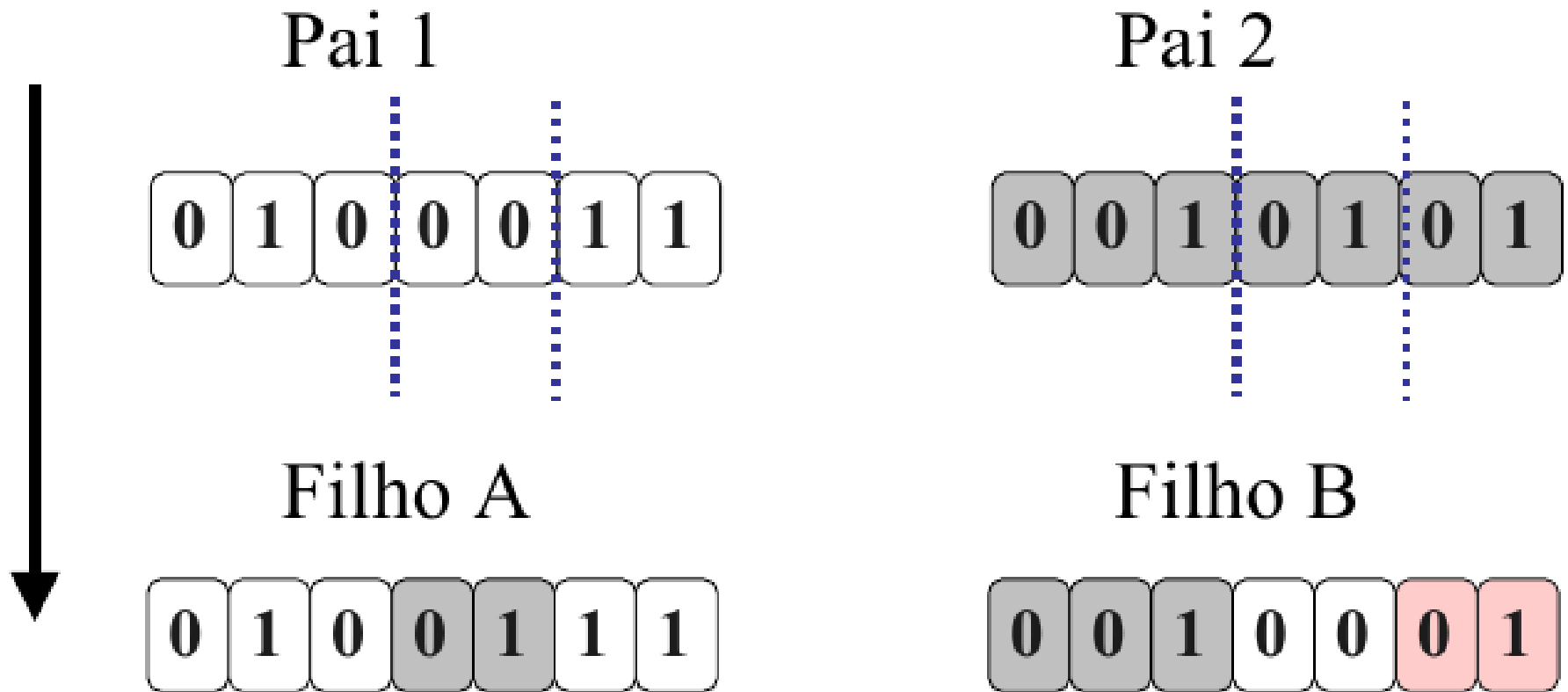
Crossover₍₃₎

- Diversas variações
 - Um ponto
 - Mais comum
 - Dois pontos
 - Multi-pontos
 - Uniforme

Crossover 1 Ponto



Crossover 2 Pontos



Crossover Uniforme

Mascara: 0 1 0 1 0 0 0

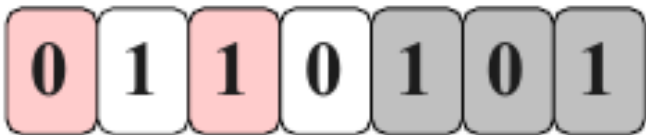
Pai 1



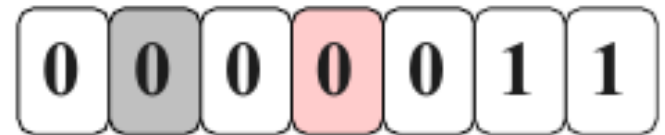
Pai 2



Filho A



Filho B



Mutação

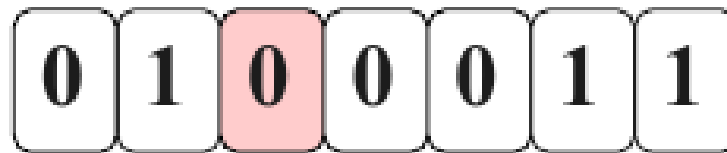
- Permite introdução e manutenção da diversidade genética
 - Aplicado a cada indivíduo após crossover
- Funcionamento
 - Altera aleatoriamente um ou mais componentes de uma estrutura escolhida

Mutação₍₂₎

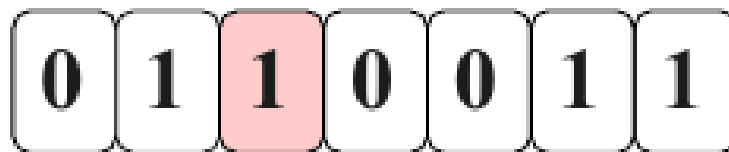
- Probabilidade de atingir qualquer ponto do espaço de busca nunca será zero
 - Reduz chance de parada em Mínimos Locais
- Operador genético secundário
 - Taxa de mutação pequena $P_m \cong 0.001$

Mutação₍₃₎

Antes da mutação



Após a mutação



Elitismo

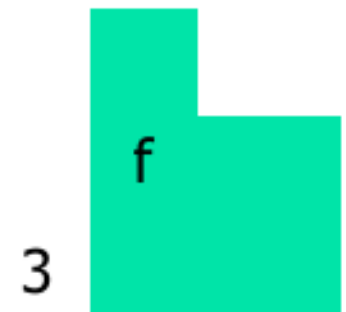
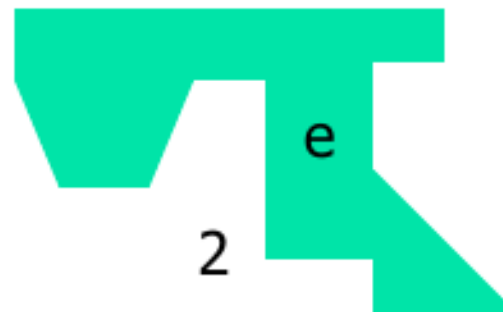
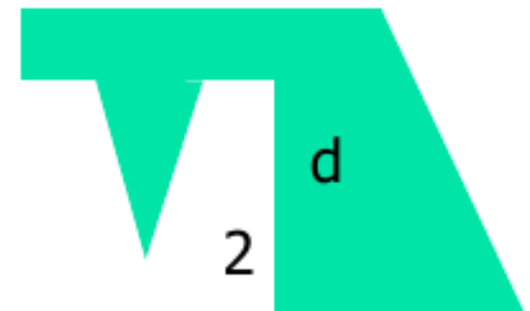
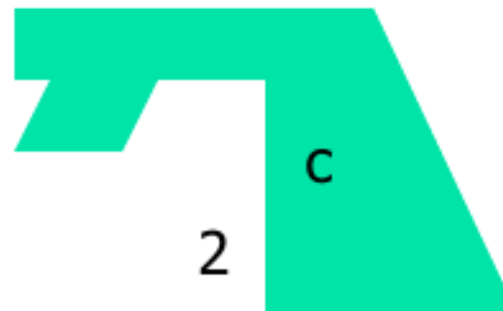
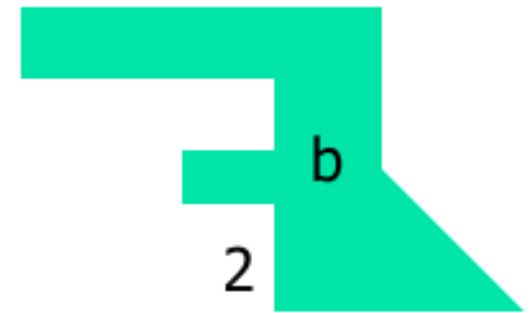
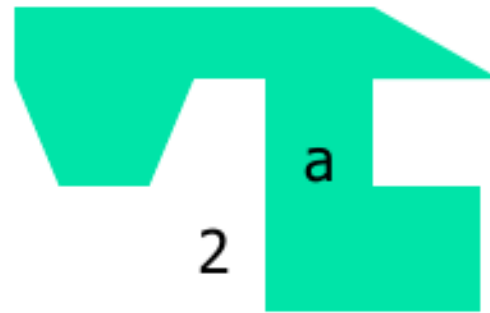
- Indivíduo de maior desempenho é automaticamente selecionado
- Evita modificações deste indivíduo pelos operadores genéticos
 - Utilizado para que os melhores indivíduos não desapareçam da população

Exemplo

Encontrar a chave para a fechadura:

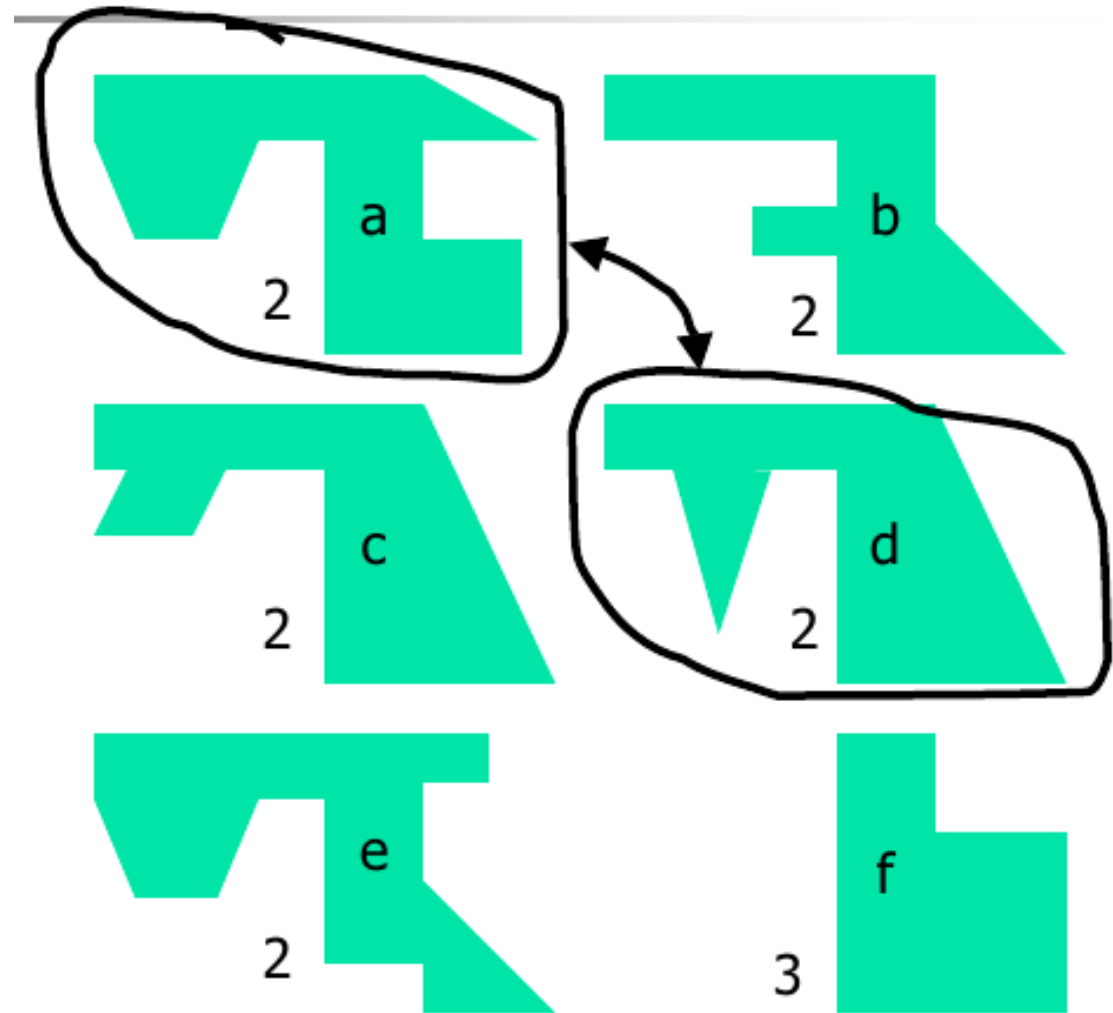


Quanto menor o valor de Aptidão, melhor a chave



Exemplo ₍₂₎

Encontrar a chave para o chaveiro:

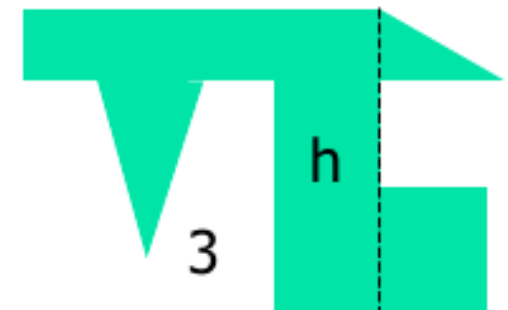
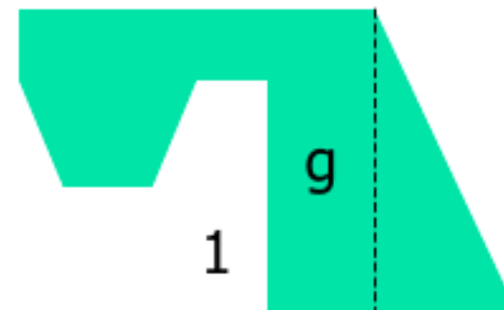
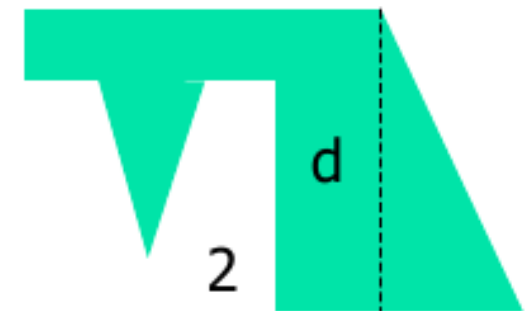
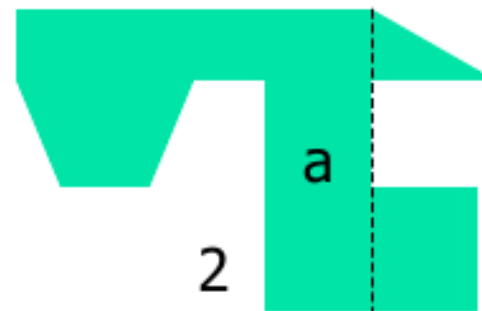


Exemplo ₍₃₎

Encontrar a chave para
o chaveiro:



Cruzamento

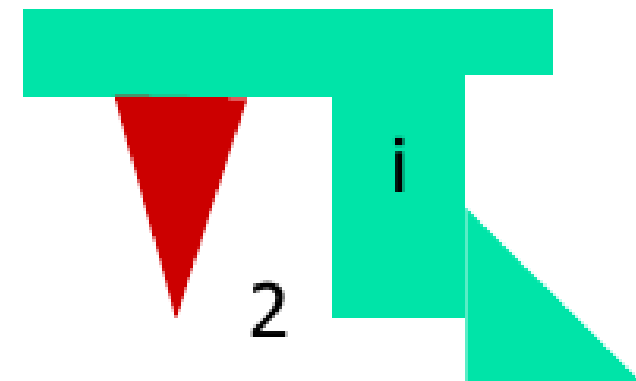
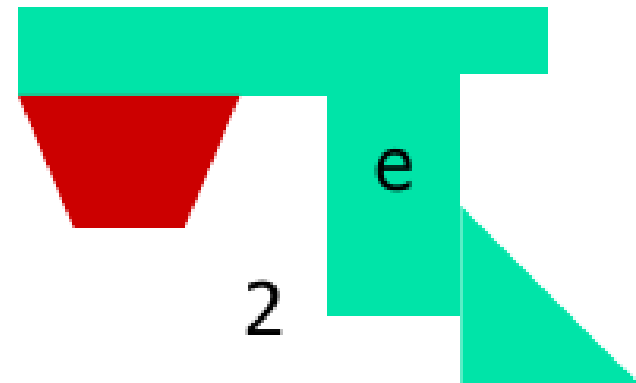


Exemplo ₍₄₎

Encontrar a chave para
o chaveiro:

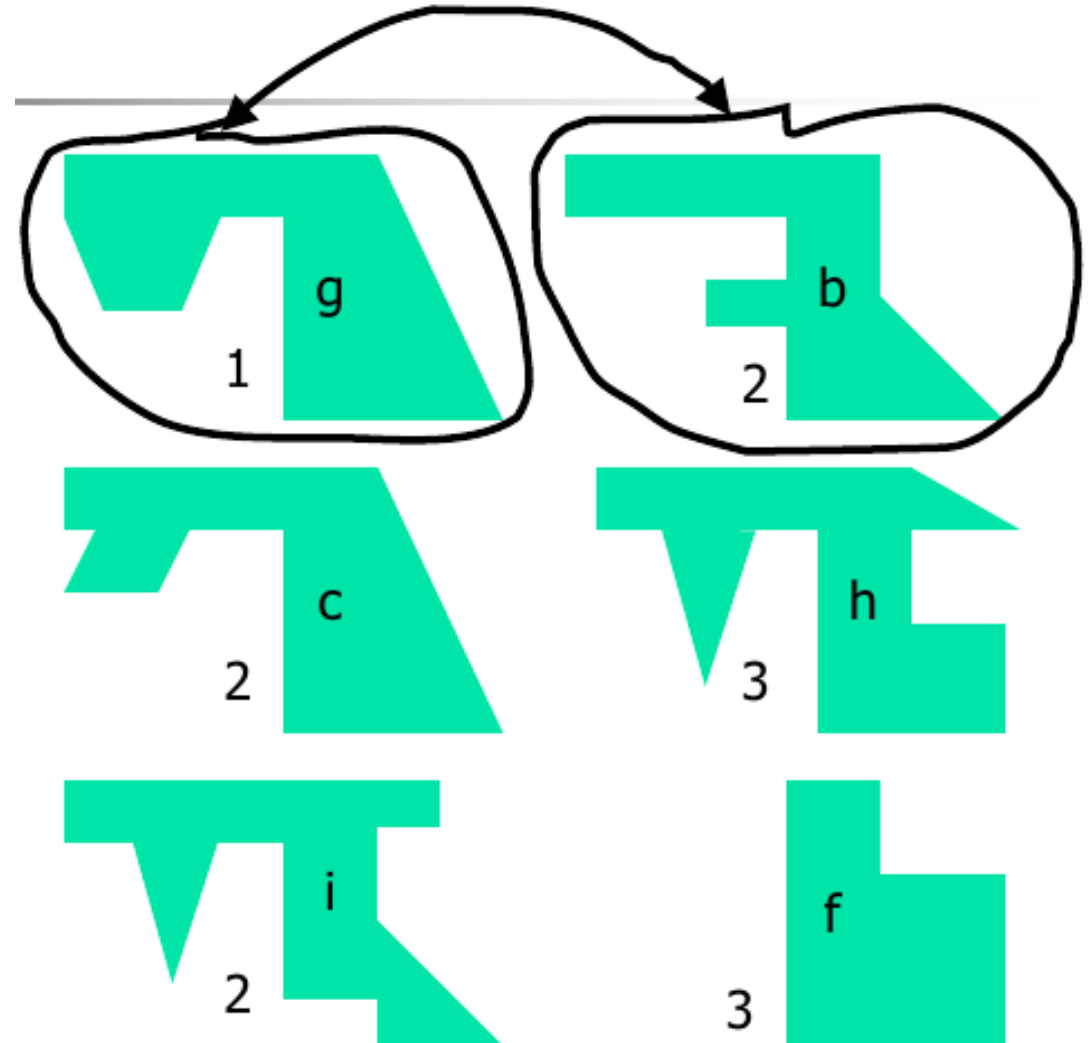


Mutação



Exemplo ₍₅₎

Encontrar a chave para o chaveiro:

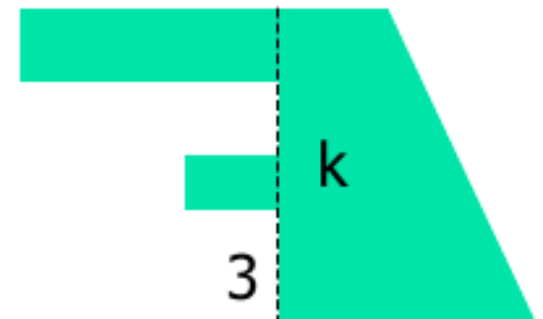
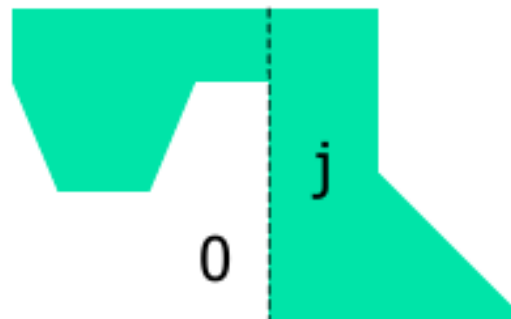
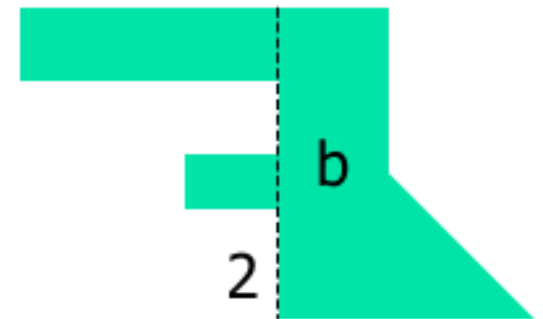
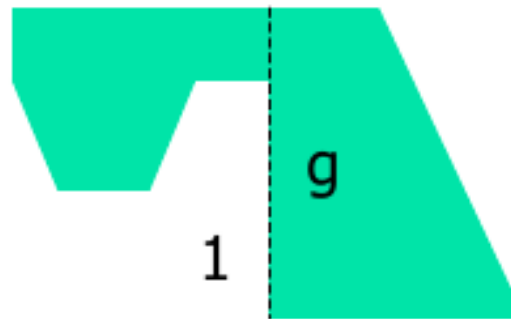


Exemplo₍₆₎

Encontrar a chave para o chaveiro:

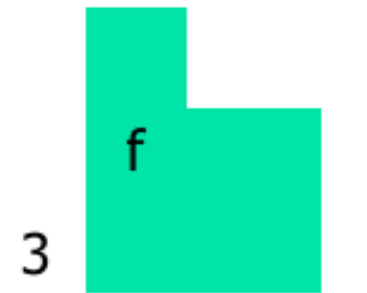
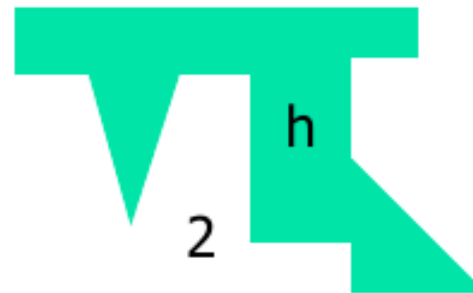
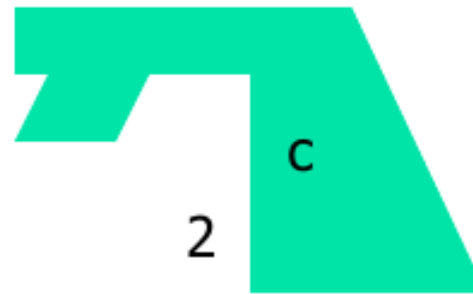
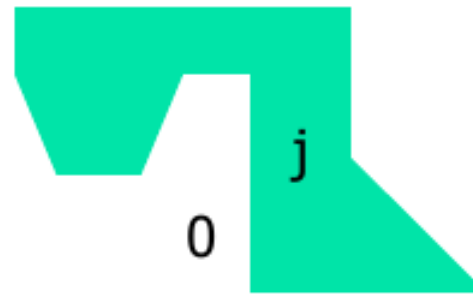


Cruzamento



Exemplo ₍₇₎

Encontrar a chave para o chaveiro:

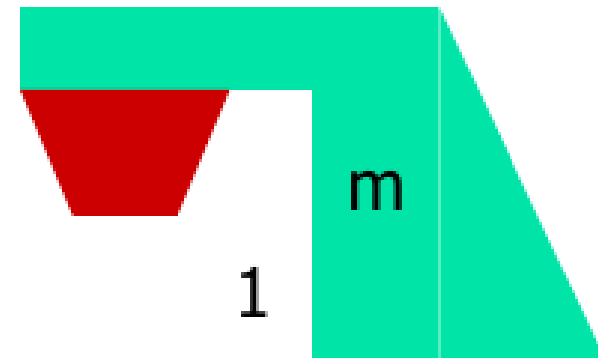
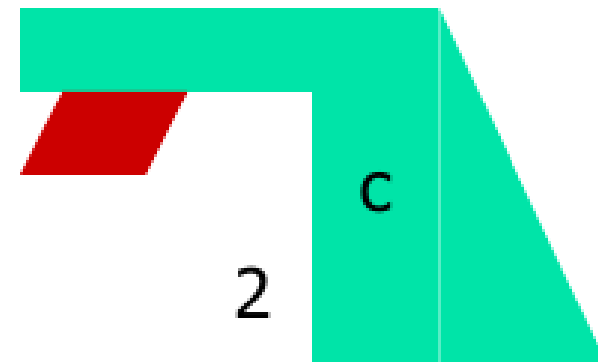


Exemplo ₍₈₎

Encontrar a chave para
o chaveiro:

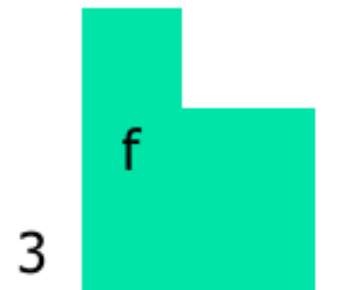
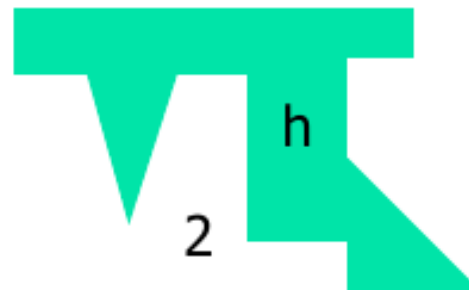
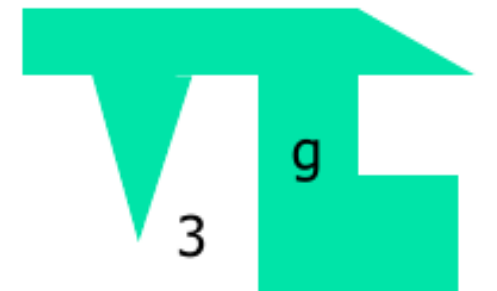
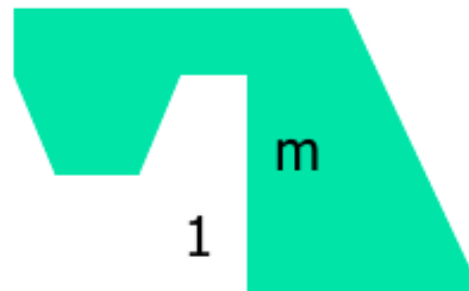
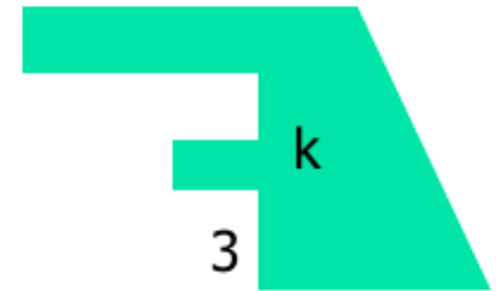
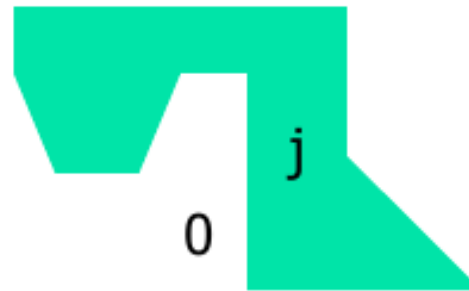


Mutação



Exemplo ₍₉₎

Encontrar a chave para o chaveiro:



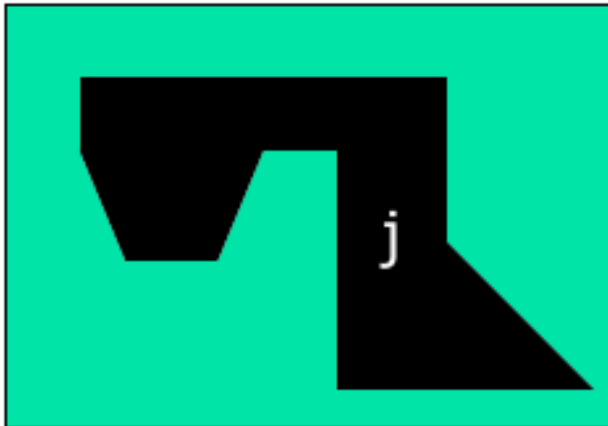
Exemplo₍₁₀₎

Encontrar a chave para
o chaveiro:



Exemplo ₍₁₁₎

Encontrar a chave para o chaveiro:



Um Algoritmo Genético

1. Escolher população inicial de cromossomos
2. Avaliar cada cromossomo da população
3. Enquanto critério de parada não for atingido
 - 3.1 Selecionar indivíduos mais aptos
 - 3.2 Criar novos cromossomos aplicando operadores genéticos
 - 3.3 Avaliar cada cromossomo da população

Exemplo

- Utilizando Algoritmos Genéticos, achar o máximo da função :

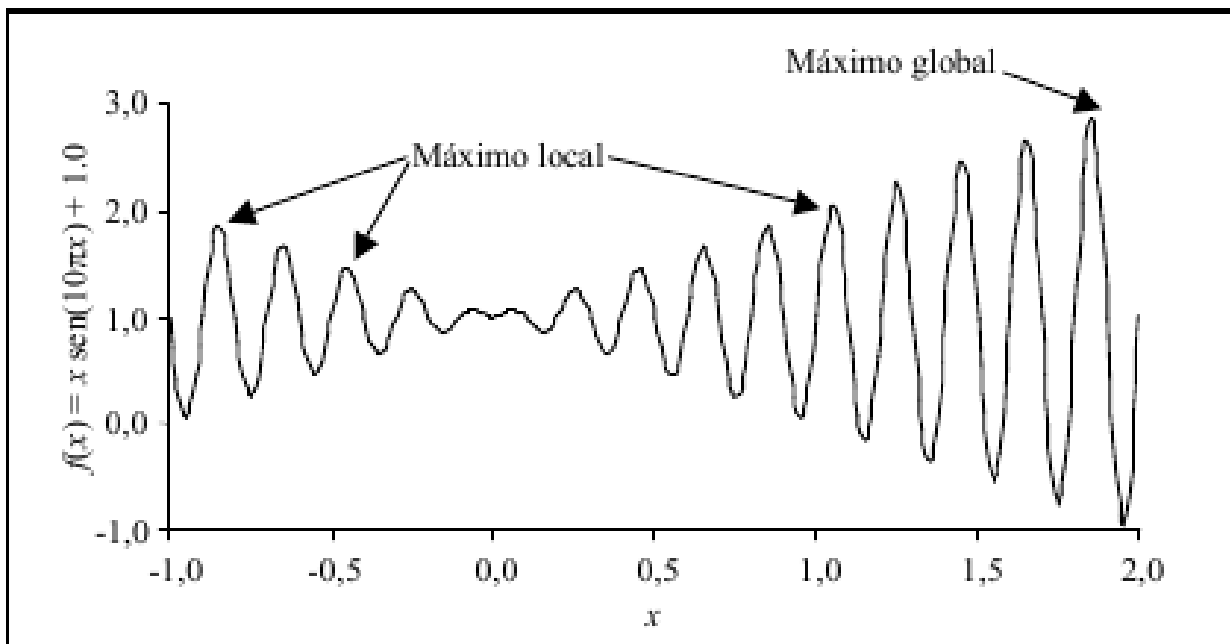
$$f(x) = x \operatorname{seno}(10 \pi x) + 1,0$$

- Restrita no intervalo:

$$-1,0 \leq x \leq 2,0$$

Exemplo ₍₂₎

- Gráfico da função $f(x) = x \operatorname{seno}(10\pi x) + 1.0$



Máximo global:
 $x = 1,85055$
 $f(x) = 2,85027$

Pode ser observado que existem vários pontos de máximo

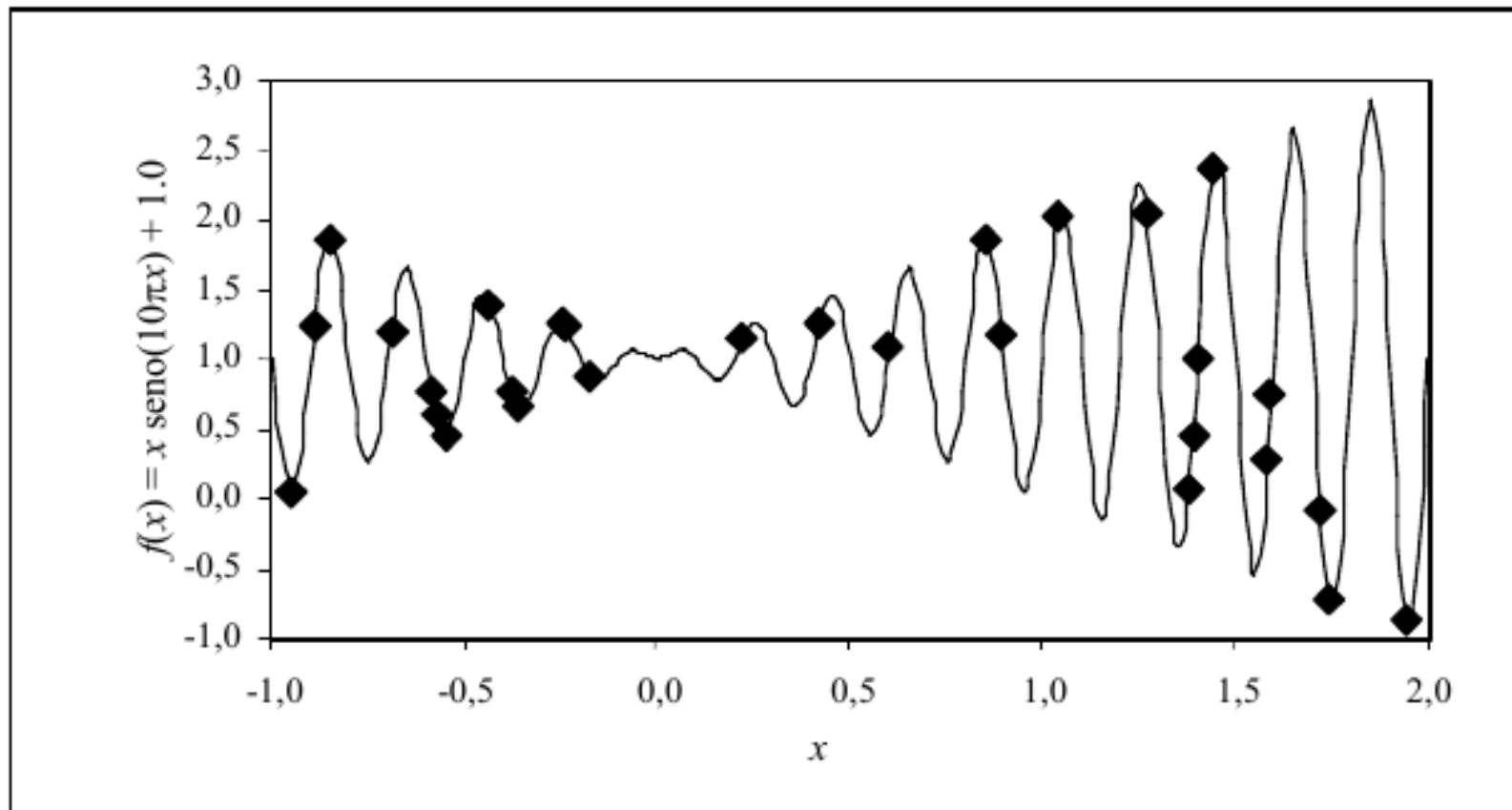
Representação dos Cromossomos

- Representar o único parâmetro deste problema (a variável x) na forma de um cromossomo
 - Binário = 1000101110110101000111
 - Decimal = $(1000101110110101000111)_2 = 2288967$
 - Valor de x precisa estar no intervalo $[-1,0; 2,0]$

Geração da População Inicial

| <i>Rank</i> <i>i</i> | Cromossomo s_i | x_i | Função objetivo $f(x_i)$ | Aptidão f_i | Aptidão acumulada $\sum_{k=1}^i f_k$ |
|-------------------------|------------------------|----------|--------------------------------|------------------|--|
| 1 | 1101000000011110110111 | 1,43891 | 2,35251 | 2,00000 | 2,00000 |
| 2 | 1100000110100100011111 | 1,26925 | 2,04416 | 1,93103 | 3,93103 |
| 3 | 1010111001010110010000 | 1,04301 | 2,01797 | 1,86207 | 5,79310 |
| 4 | 1001111000011001000101 | 0,85271 | 1,84962 | 1,79310 | 7,58621 |
| 5 | 1001110110111000011100 | 0,84829 | 1,84706 | 1,72414 | 9,31035 |
| 6 | 0000110011111010010110 | -0,84792 | 1,84610 | 1,65517 | 10,96552 |
| 7 | 0011000000100111010010 | -0,43570 | 1,39248 | 1,58621 | 12,55172 |
| 8 | 0111100101000001101100 | 0,42098 | 1,25777 | 1,51724 | 14,06897 |
| 9 | 0100000000110011101000 | -0,24764 | 1,24695 | 1,44828 | 15,51724 |
| 10 | 0100000010001111011110 | -0,24343 | 1,23827 | 1,37931 | 16,89655 |
| 11 | 0000100101000000111010 | -0,89156 | 1,23364 | 1,31035 | 18,20690 |
| 12 | 0001101001100010101111 | -0,69079 | 1,19704 | 1,24138 | 19,44828 |
| 13 | 1010000110011000011011 | 0,89370 | 1,17582 | 1,17241 | 20,62069 |
| 14 | 0110100001011011000100 | 0,22292 | 1,14699 | 1,10345 | 21,72414 |
| 15 | 1000100011110001000011 | 0,60479 | 1,09057 | 1,03448 | 22,75862 |
| 16 | 1100110011001010001110 | 1,39988 | 0,99483 | 0,96552 | 23,72414 |
| 17 | 0100011001000100011101 | -0,17655 | 0,88140 | 0,89655 | 24,62069 |
| 18 | 0011010011110100101000 | -0,37943 | 0,77149 | 0,82759 | 25,44828 |
| 19 | 0010001101001100101100 | -0,58633 | 0,75592 | 0,75862 | 26,20690 |
| 20 | 1101110101101111111111 | 1,59497 | 0,74904 | 0,68966 | 26,89655 |
| 21 | 0011011011001101110110 | -0,35777 | 0,65283 | 0,62069 | 27,51724 |
| 22 | 0010010001001111100111 | -0,57448 | 0,58721 | 0,55172 | 28,06897 |
| 23 | 1100101110110011111000 | 1,38714 | 0,45474 | 0,48276 | 28,55172 |
| 24 | 0010011001100110100111 | -0,54999 | 0,45001 | 0,41379 | 28,96552 |
| 25 | 1101110010010100100001 | 1,58492 | 0,27710 | 0,34483 | 29,31035 |
| 26 | 1100101011000111010011 | 1,37631 | 0,06770 | 0,27586 | 29,58621 |
| 27 | 0000010000100100110001 | -0,95144 | 0,04953 | 0,20690 | 29,79310 |
| 28 | 1110100001000000010001 | 1,72169 | -0,08458 | 0,13793 | 29,93103 |
| 29 | 1110101000111100000000 | 1,74494 | -0,72289 | 0,06897 | 30,00000 |
| 30 | 1111101100000001010111 | 1,94147 | -0,87216 | 0,00000 | 30,00000 |

Geração da População Inicial ⁽²⁾



Exemplo 2

- Problema: encontrar valor inteiro de x que minimiza $f(x) = x^2$, $x \in [-7, +7]$
 - Representação \rightarrow cada inteiro como um cromossomo de 4 bits
 - $3 = (0,0,1,1)$
 - $7 = (0,1,1,1)$
 - $-4 = (1,1,0,0)$
 - População inicial \rightarrow aleatória
 - População de tamanho 4
 - Função de aptidão $\rightarrow f(x)$

Exemplo 2₍₂₎

- População inicial gerada:

| | x | f(x) | |
|------------------------------|----|------|---------|
| $A_1 \rightarrow 1\ 1\ 0\ 1$ | -5 | 25 | ← Pai 1 |
| $A_2 \rightarrow 1\ 1\ 1\ 1$ | -7 | 49 | |
| $A_3 \rightarrow 0\ 0\ 1\ 0$ | 2 | 4 | ← Pai 2 |
| $A_4 \rightarrow 0\ 0\ 1\ 1$ | 3 | 9 | |

- Escolha dos pais com maior aptidão pela roleta
- Gera 2 filhos, que substituirão indivíduos com menor aptidão

Exemplo 2 ₍₃₎

| | | | |
|----------------------------------|----------------|----|------|
| $\text{Pai}_1 = A_1 \rightarrow$ | 1 1 0 1 | x | f(x) |
| $\text{Pai}_2 = A_3 \rightarrow$ | 0 0 1 0 | -5 | 25 |
| $\text{Filho}_1 \rightarrow$ | 1 1 1 0 | 2 | 4 |
| $\text{Mutação}_1 \rightarrow$ | 1 1 0 0 | -4 | 16 |
| $\text{Filho}_2 \rightarrow$ | 0 0 0 1 | 1 | 1 |

| | | | |
|-------------------|----------------|----|------|
| | | x | f(x) |
| $A_1 \rightarrow$ | 1 1 0 0 | -4 | 16 |
| $A_2 \rightarrow$ | 1 1 1 1 | -7 | 49 |
| $A_3 \rightarrow$ | 0 0 0 1 | 1 | 1 |
| $A_4 \rightarrow$ | 0 0 1 1 | 3 | 9 |

Exercício

- Encontrar de x para o qual a função $f(x) = x^2 - 4x + 4$ assume o valor mínimo
 - Assumir que $x \in [-15, +15]$
 - Codificar X como vetor binário
 - Usar 5 bits, primeiro bit é o sinal (1-positivo, 0-negativo)
 - Criar uma população inicial com 4 indivíduos
 - Utilizando *crossover* de um ponto e mutação em apenas um gene da população
 - Definir o valor mínimo após no máximo 10 gerações

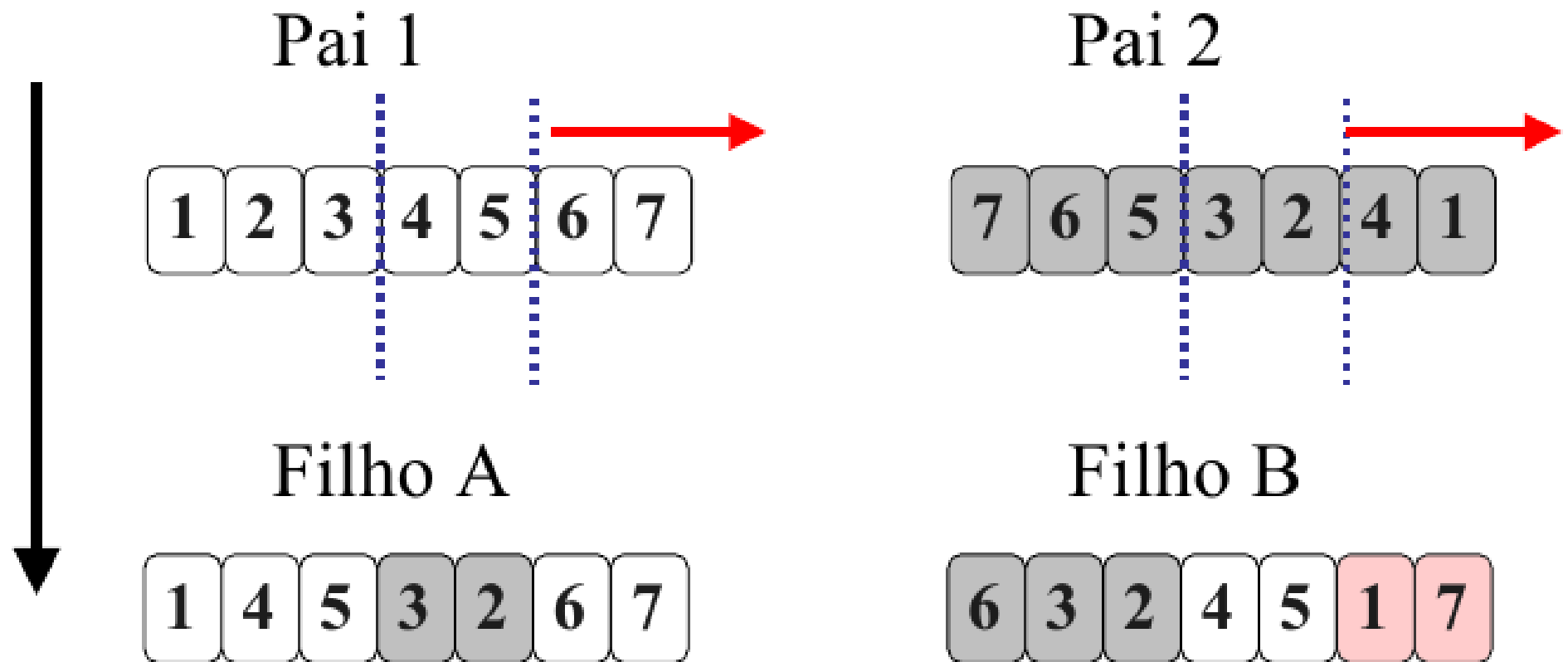
Operadores de Permutação

- Muitos problemas de otimização procuram um ordenamento eficiente de ações ou tarefas
- Exemplo
 - Problema do caixeiro viajante
 - Problemas de agendamento
 - Coloração de grafos
 - Binpacking

Operadores de Permutação (2)

- Crossover
 - De ordem (OX)
 - Baseado em posição (PBX)
 - Baseado em ordem (OBX)
 - Crossover de ciclo (CX)
 - Crossover parcialmente mapeado (PMX)
- Mutação
 - Order-Based Mutation
 - Position-Based Mutation
 - Scramble Mutation

Crossover de Ordem



Representação Real

- Para um ser humano é mais natural do que uma cadeia de bits.
 - Ex. cromossomo $(-50, 35)$
- Cromossomos mais compactos (menores vetores) e com melhor precisão numérica
- Vários autores têm obtido desempenho melhor com representação real do que com representação binária

Operadores para Representação Real

- Representação Real permite grande variedade de operadores
 - Crossover
 - Convencionais
 - Aritméticos
 - Baseados em gradiente
 - Mutação
 - Randômica
 - Creep

Operadores de Crossover

- Operadores mais sofisticados foram desenvolvidos para:
 - Problemas que utilizam permutações
 - Codificação com valores reais
 - Média aritmética
 - Média ponderada
 - Recombinação geométrica
 - Recombinação uniforme

Operadores de Crossover ₍₂₎

- Convencionais
 - n-Pontos, uniforme
 - Não criam novas informações (i.e. novos números reais)
- Aritméticos
 - Realizam operações aritméticas entre os parâmetros
 - Ex. crossover pela média: $filho = (pai_1 + pai_2)/2$
- Baseados em gradiente (usam derivadas)

Crossover Aritmético

- Média aritmética
- Média ponderada
 - $filho = \beta pai_1 + (1 - \beta) pai_2$
- Recombinação geométrica
 - $filho = (pai_1 * pai_2)^{1/2}$
- Recombinação uniforme
 - Para cada gene, gene de um dos pais é aleatoriamente escolhido

Crossover Média

- Tendem a levar valores dos genes para centro do espaço de busca
 - Reduz diversidade
- Não extrapola para além da população inicial
- Problema minimizado pelo *blend crossover*

Crossover Aritmético

- Blend crossover (BLX)

mãe = (m_1, m_2, \dots, m_l)

pai = (p_1, p_2, \dots, p_l)

filho = (a_1, a_2, \dots, a_l)

$a_i = m_i + \beta (p_i - m_i)$

onde β é um número aleatório escolhido de uma distribuição uniforme no intervalo $[-\alpha, 1+\alpha]$

Tipicamente $\alpha, = 0,5$ ou $0,25$

Crossover Aritmético ₍₂₎

- Exemplo de Blend crossover (BLX)

$$\text{mãe} = (30,173; 85,342)$$

$$\text{pai} = (75,989; 10,162)$$

$$\text{Supor } \alpha, = 0,5 \text{ e } \beta = 1,262$$

$$a_1 = 30,173 + 1,262(75,989 - 30,173) = 87,993$$

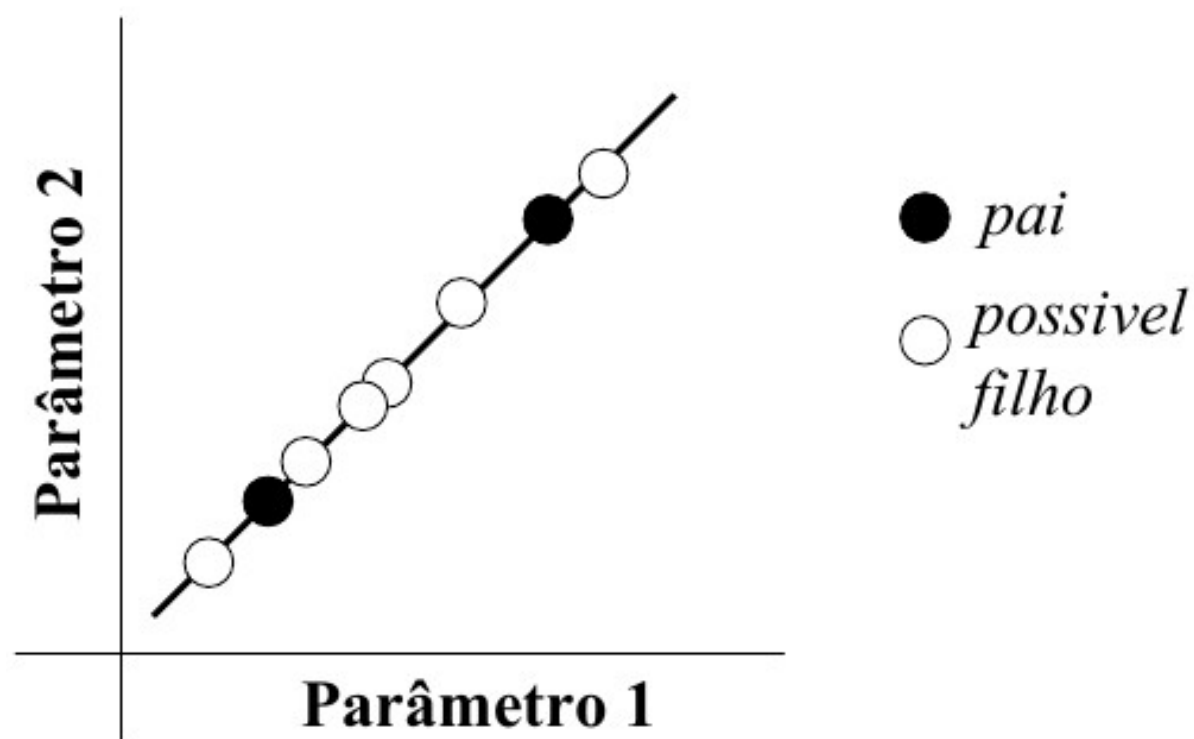
$$a_2 = 85,342 + 1,262(10,162 - 85,342) = -9,535$$

assim,

$$\text{filho} = (87,993; -9,535)$$

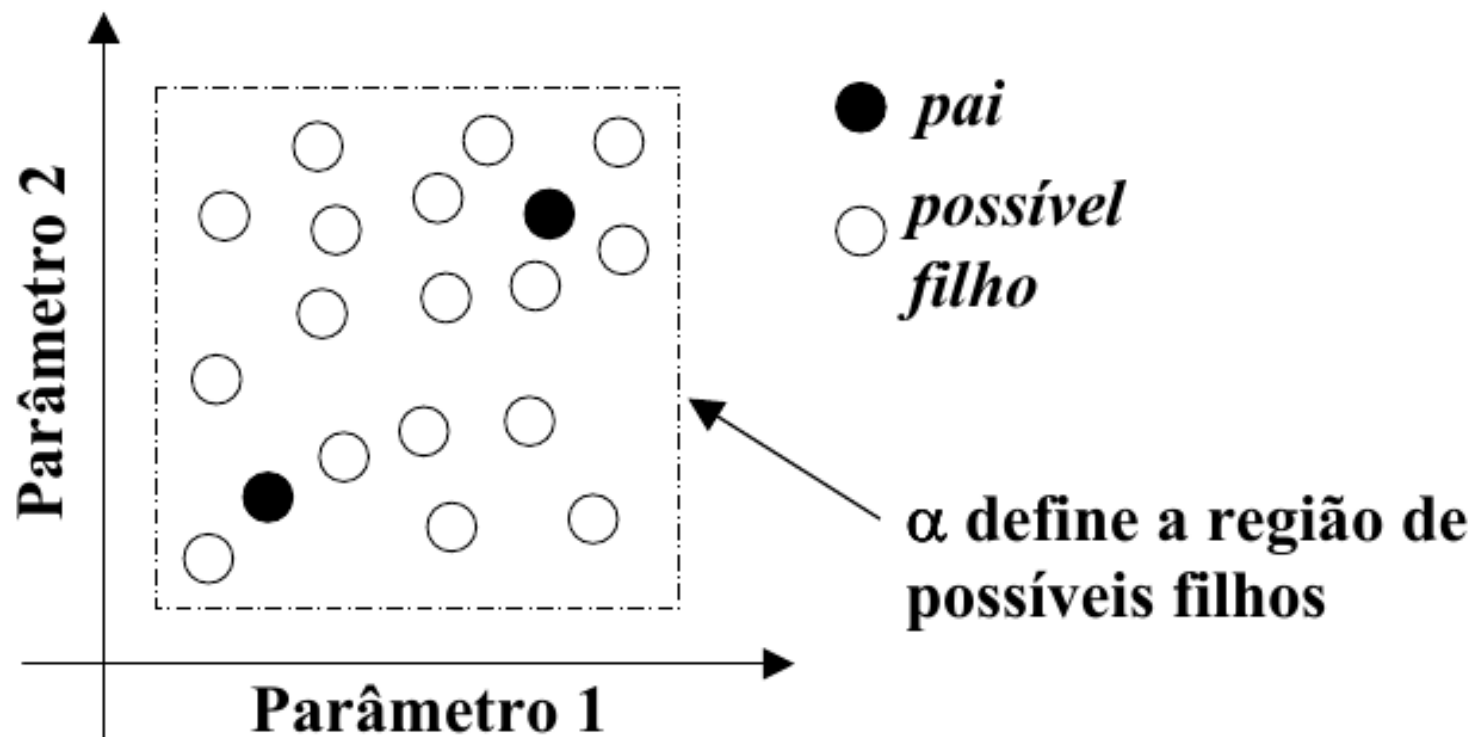
Crossover Aritmético ₍₃₎

- Blend crossover (BLX)
 - Usando β igual para cada parâmetro



Crossover Aritmético ₍₄₎

- Blend crossover (BLX)
 - Usando β diferente para cada parâmetro



Mutação Representação Real

- Mutação randômica
 - Substituição do valor do parâmetro por outro valor aleatoriamente escolhido
- Mutação creep
 - Adiciona ao parâmetro pequeno valor aleatório
 - Obtido de uma distribuição uniforme ou normal

Operadores de Michalewicz

- Crossover Simples
- Crossover Aritimético
- Crossover Heurístico
- Mutação Uniforme
- Mutação de Limite
- Mutação Não-uniforme
- Mutação Não-uniforme Múltipla

Observações

- Se o AG estiver corretamente implementado, a população geralmente evolui em gerações sucessivas
 - Até estabilizar
- Aptidões do melhor indivíduo e do indivíduo médio aumentam em direção a um ótimo global

AGs Co-Evolutivos

- Utilizam mais de uma população durante processo evolutivo
- Empregados quando
 - Domínio é muito complexo
 - Difícil ou impossível avaliar uma função de aptidão para o problema

AGs Co-Evolutivos (2)

- Podem ser
 - Cooperativos
 - Colaborações entre duas populações
 - População de possíveis soluções
 - População de instâncias do problema a ser resolvido
 - Competitivos
 - Competição entre populações
 - Predadores-Presa (Hospedeiro-Parasita)
 - Muito usados em jogos
 - Maioria dos algoritmos co-evolutivos

AGs Co-Evolutivos ⁽³⁾

- Geralmente utilizados para decompor um problema grande em sub-problemas
 - Uma população (processo evolutivo) para cada sub-problema
 - Populações interagem
 - Função de aptidão de uma população pode depender do estado do processo evolutivo de outra(s) população(ções)

Métodos de Nicho

- Nicho é a área particular dentro de um habitat ocupada por uma espécie
 - Diversidade de nichos é uma das principais razões para diversidade biológica
 - Permite formar várias espécies em torno de diferentes mínimos locais
 - Mantém a diversidade da população

Métodos de Nicho (2)

- Dois importantes métodos de nicho usados por AGs são:
 - Compartilhamento de fitness
 - Crowding

Métodos de Nicho ⁽³⁾

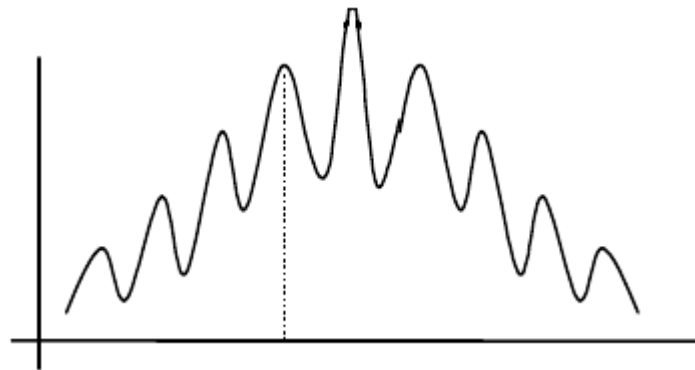
- Compartilhamento de fitness
 - Valores de aptidão de indivíduos dentro de uma mesma espécie são reduzidos
 - De acordo com o número de indivíduos da espécie
 - De modo a afetar sua probabilidade de serem selecionadas para a próxima geração

Métodos de Nicho (4)

- Crowding
 - Substitui os antigos indivíduos ruins por novos indivíduos bons próximos a eles
 - Evita que a população fique muito compacta, não destruindo a diversidade da população

Convergência Prematura

- Causas:
 - Excessivo números de filhos de um mesmo indivíduo (o superindivíduo)
 - Perda de diversidade
- O Algoritmo converge para um mínimo/máximo local



Convergência Prematura ₍₂₎

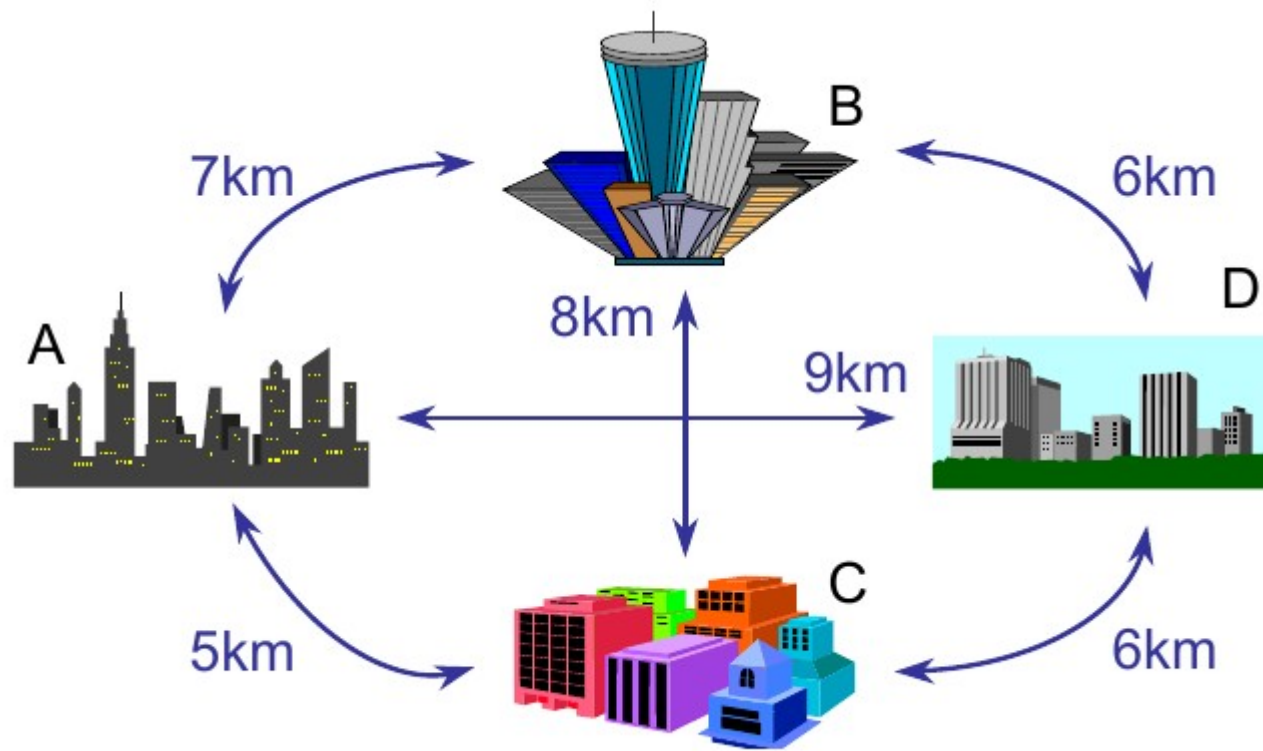
- Combatendo a perda de diversidade
 - Aumentar a taxa de mutação
 - Evitar cromossomos duplicados na população
 - Diminuir a pressão da seleção
- Controlar o número de filhos de um indivíduo
 - Ranking, escalamento, seleção por torneio

Aplicações

- Otimização de função numérica
- Otimização combinatorial
 - Problema do caixeiro viajante
 - Problema de empacotamento
 - Alocação de recursos (*job shop schedulling*)
- Projetos
 - Projeto de pontes
- Aprendizado de Máquina
 - Jogos

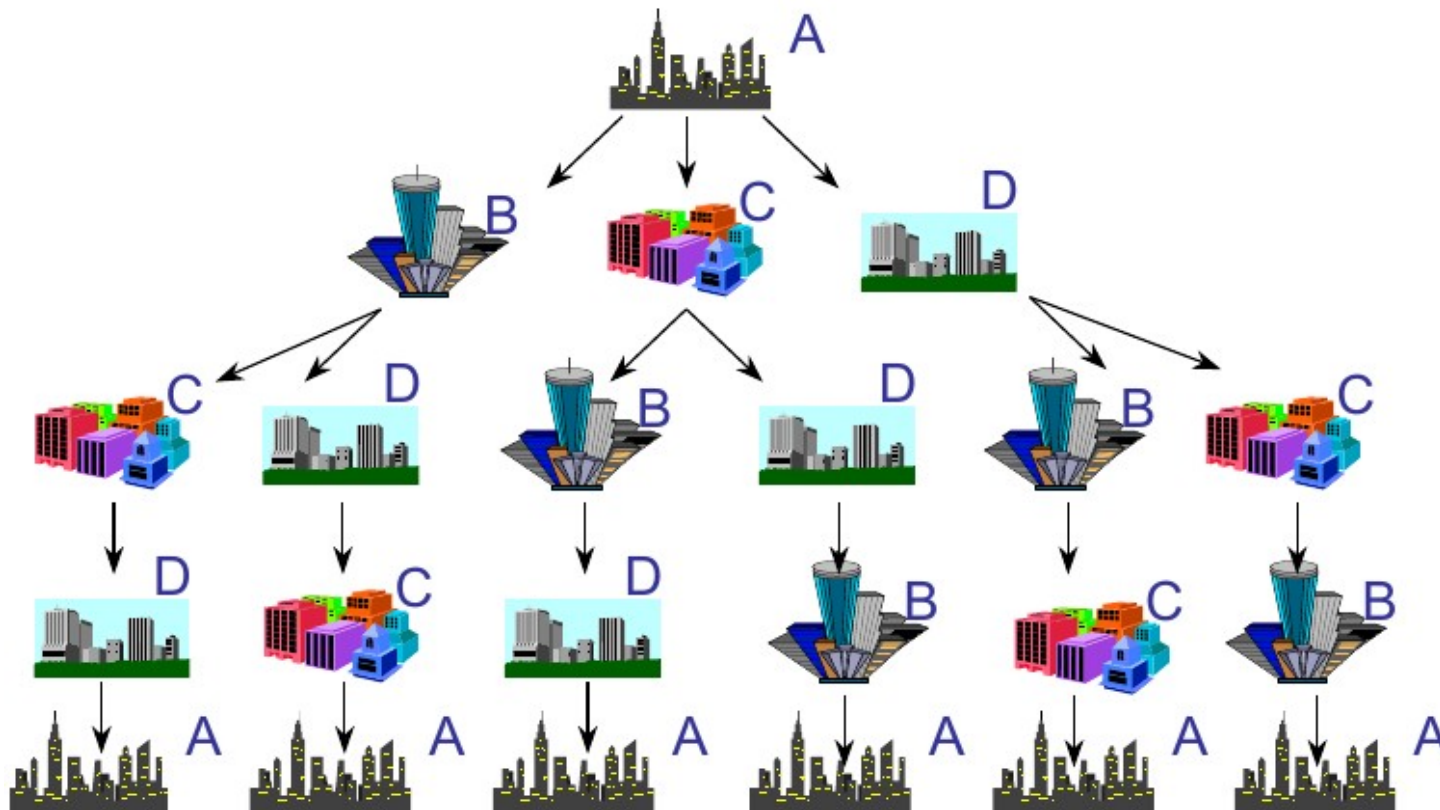
O problema TSP

- Considere as rotas definidas entre as cidades A, B, C e D:



O problema TSP₍₂₎

- O problema do TSP representado como árvore de busca



O problema TSP₍₃₎

- Problema: Explosão Combinatória
 - Com quatro cidades, existem 6 caminhos possíveis
 - Com dez cidades, existem 362.880 caminhos possíveis
 - Quanto mais cidades forem adicionadas ao TSP, mais caminhos possíveis vão existir
 - O que leva a uma **explosão combinatorial**

TSP

- A simplicidade da definição do problema é enganadora
 - TSP é um dos problemas mais estudados em matemática computacional e IA
 - Não existe nenhuma solução eficiente para o caso geral
 - Quem resolver este problema para o caso geral receberá um prêmio de \$1,000,000 do Clay Mathematics Institute

TSP₍₂₎

- Embora a complexidade do TSP ainda seja desconhecida, nos últimos cinquenta anos seu estudo tem levado à melhoria de métodos de solução de vários problemas de otimização

Evolução das Soluções

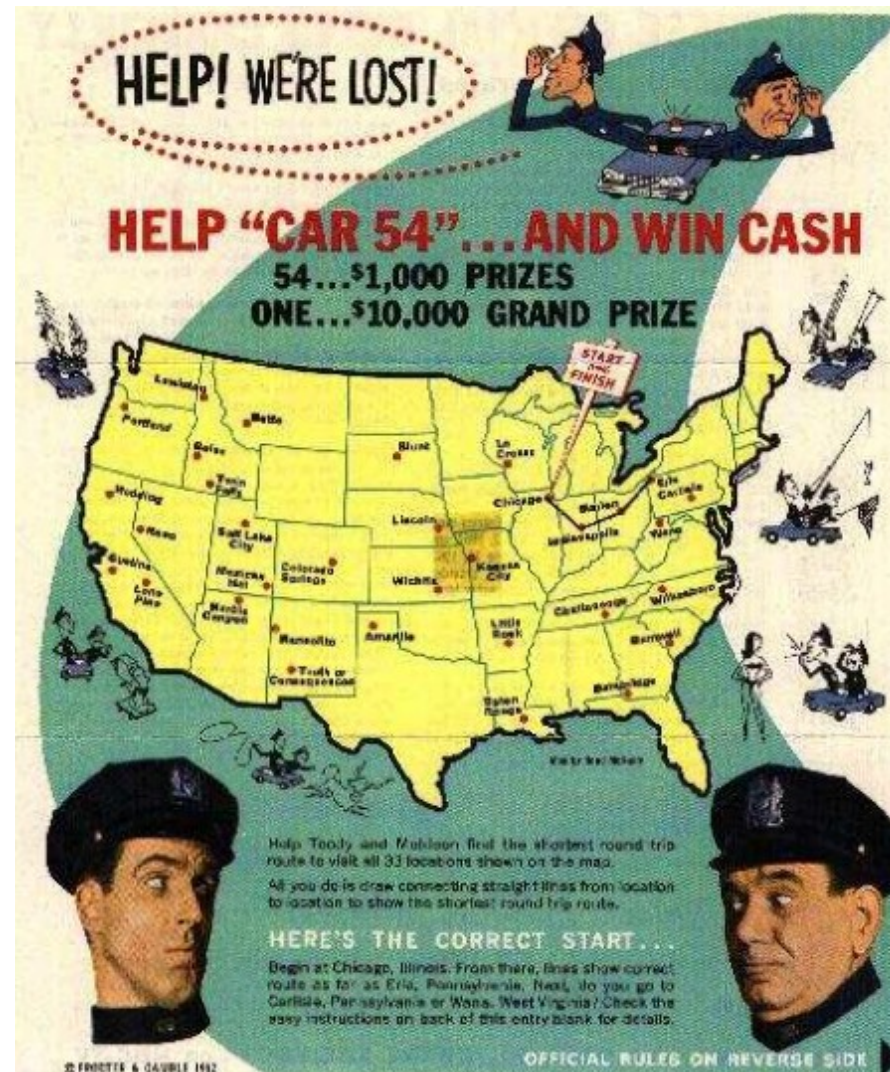
| Ano | Grupo | No. Cidades |
|------------|--|--------------------|
| 1954 | G. Dantzig, R. Fulkerson, and S. Johnson | 49 |
| 1971 | M. Held and R.M. Karp | 64 |
| 1975 | P.M. Camerini, L. Fratta, and F. Maffioli | 67 |
| 1977 | M. Grötschel | 120 |
| 1980 | H. Crowder and M.W. Padberg | 318 |
| 1987 | M. Padberg and G. Rinaldi | 532 |
| 1987 | M. Grötschel and O. Holland | 666 |
| 1987 | M. Padberg and G. Rinaldi | 2.392 |
| 1994 | D. Applegate, R. Bixby, V. Chvátal, and W. Cook | 7.397 |
| 1998 | D. Applegate, R. Bixby, V. Chvátal, and W. Cook | 13.509 |
| 2001 | D. Applegate, R. Bixby, V. Chvátal, and W. Cook | 15.112 |
| 2004 | D. Applegate, R. Bixby, V. Chvátal, W. Cook, K. Helsgaun | 24.978 |

Evolução das Soluções ⁽²⁾

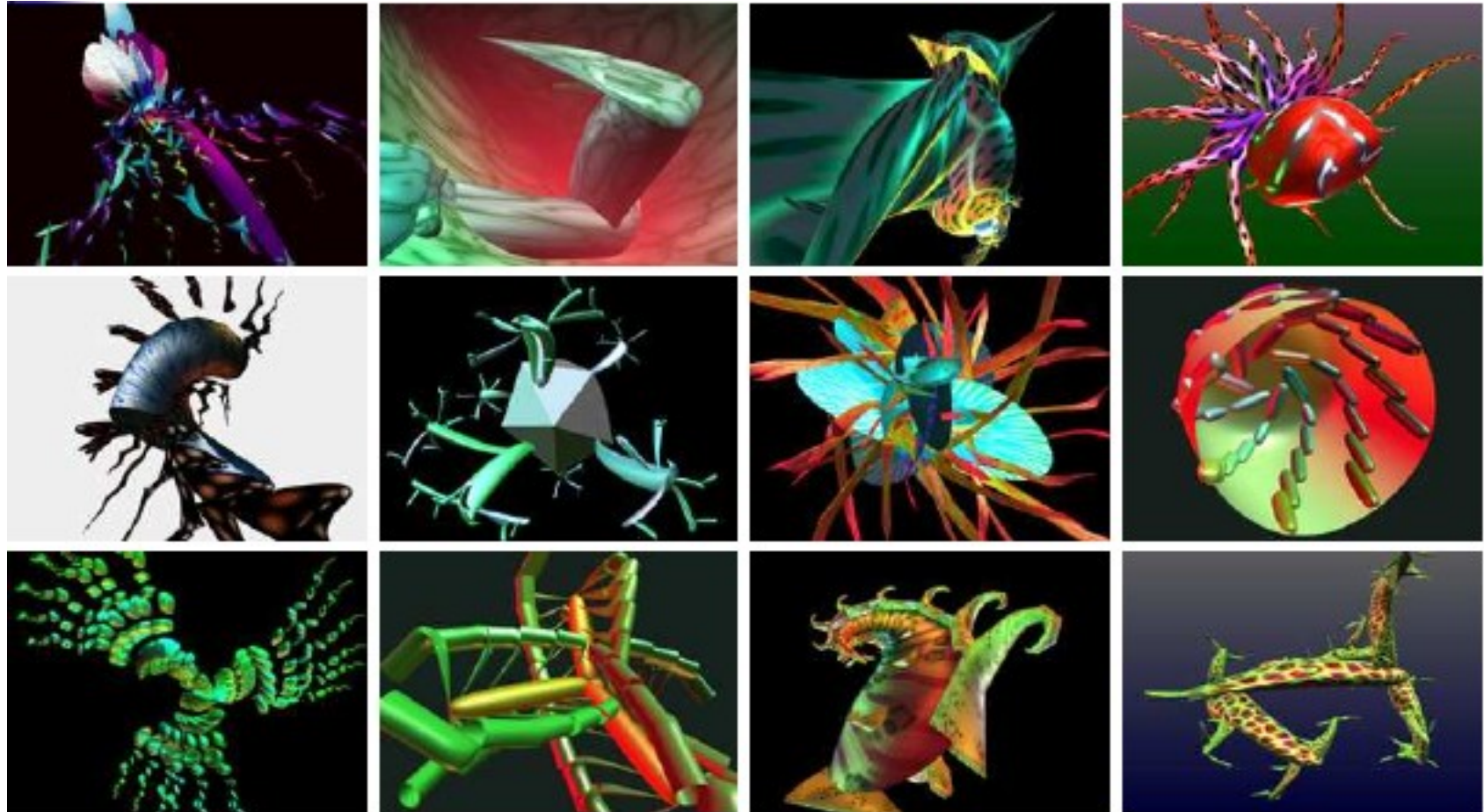
- Problema de TSP visitando 24.978 cidades na Suécia foi resolvido em maio de 2004
 - Percurso total: aprox. 72500 Km
 - Foi provado que não existia caminho mais curto



Evolução das Soluções ⁽³⁾



Arte Evolutiva



<http://www.genarts.com/galapagos/galapagos-images.html>

Conclusão

- Computação Evolutiva
- Algoritmos Genéticos
 - Codificação
 - Função de aptidão
 - Operadores Genéticos
 - Reprodução
 - Aplicações

Créditos

- Prof. Dr. André C. P. L. F. de Carvalho - ICMC-USP