

Máquina de Turing com BFS Quântico

Emanuel Lopes Silva, Stenio
Moraes Fonsêca e Arthur
Sampaio Pereira



Sumário

- ❖ Objetivos
- ❖ Fundamentação Teórica
- ❖ Componentes Principais
- ❖ Operações Quânticas
- ❖ Diferenciais em Relação à Máquina de Turing Clássica
- ❖ Arquitetura Execução Experimental
- ❖ Resultados
- ❖ Conclusão

Objetivos

Por que foi feito esse trabalho?

Objetivo Geral

- ❖ Desenvolver uma simulação de Máquina de Turing Quântica (MTQ), integrando conceitos de superposição, interferência e colapso de estados, com visualização da evolução do sistema

Objetivo Específico

- ❖ Implementar um simulador capaz de aplicar transições quânticas com fases complexas
- ❖ Simular bifurcações e caminhos paralelos com reforço ou cancelamento de amplitudes
- ❖ Realizar experimentos com cadeias específicas, observando o comportamento quântico
- ❖ Visualizar a distribuição de amplitudes ao longo dos passos por meio de gráficos e mapas de calor

Fundamentação Teórica

Teoria por Trás do projeto

O que é uma Máquina de Turing Quântica?

- ❖ Modelo computacional baseado nos princípios da **mecânica quântica**
- ❖ Extensão da Máquina de Turing clássica, com estados representados em **superposição**
- ❖ Processa simultaneamente **várias configurações** da fita, posição da cabeça e estado interno
- ❖ Utiliza **amplitudes complexas** e operações **unitárias** para evoluir o sistema de forma reversível

Superposição de Estados

- ❖ A MTQ não está em um único estado, mas em **múltiplas configurações simultaneamente**
- ❖ Cada configuração (estado, fita, posição da cabeça) possui uma **amplitude complexa associada**
- ❖ A evolução da máquina envolve a **combinação linear** desses estados com regras unitárias
- ❖ A superposição é a base para a **paralelização quântica** e o aumento de poder computacional

Transições Quânticas

- ❖ Cada transição é uma **combinação linear de múltiplas possibilidades**, com amplitudes complexas
- ❖ Formalmente: $\delta(q, s) \rightarrow i \sum ci \cdot (qi\prime, si\prime, di)$
- ❖ Os coeficientes $ci \in \mathbb{C}$ representam as **amplitudes quânticas** de cada transição
- ❖ O conjunto de transições forma um **operador unitário**, assegurando **evolução reversível e conservação de probabilidade**

Interferência Quântica

- ❖ Caminhos com **fases compatíveis** se somam, gerando **interferência construtiva** (reforço de probabilidade)
- ❖ Caminhos com **fases opostas** se anulam, gerando **interferência destrutiva** (cancelamento)
- ❖ A interferência permite **filtrar trajetórias corretas**, suprimindo resultados inválidos
- ❖ A evolução do sistema é **coerente e determinística** até o instante da medição

Medição em MTQ

- ❖ Ao final da computação, ocorre uma **medição do sistema quântico**
- ❖ A superposição colapsa para **uma única configuração observável**
- ❖ A chance de cada resultado depende da **probabilidade quântica**: $|\Psi|^2$
- ❖ A medição **interrompe a coerência** e define o estado final da máquina

Componentes Principais

Como cada parte funciona

Alfabeto da Fita

- ❖ O alfabeto da fita é o conjunto de símbolos que a Máquina de Turing Quântica pode ler e escrever
- ❖ Em geral, inclui:
 - ❖ Símbolos da entrada (ex: 0, 1, a, b, t)
 - ❖ Símbolos auxiliares usados durante o processamento (ex: X, Y)
 - ❖ Símbolo branco (ou símbolo de espaço vazio)

Alfabeto da Fita

- ❖ Serve como base para a construção das transições e manipulação da cadeia
- ❖ Permite codificar operações intermediárias (marcação, substituição, reconhecimento de padrão)
- ❖ Fitas como 0ababt são transformadas durante a computação: letras podem ser substituídas por X ou Y para sinalizar que foram processadas

Estado Interno

- ❖ O estado interno da máquina indica "onde" a MTQ está em termos lógicos de controle
- ❖ Na versão quântica, esse estado pode estar em superposição de múltiplos estados simultaneamente
- ❖ Representado por vetores no espaço de Hilbert
- ❖ Evolui conforme transições quânticas com amplitudes complexas
- ❖ Pode ocorrer bifurcação em estados como q2, q4, q5 etc

Cabeça de Leitura/Escrita

- ❖ A cabeça é o componente que **acessa uma célula da fita**, lê seu símbolo atual e escreve um novo símbolo
- ❖ Responsável por mover-se à esquerda (E) ou à direita (D) após cada transição
- ❖ A posição da cabeça também pode estar em superposição ou seja, a máquina pode estar "lendo várias posições ao mesmo tempo"
- ❖ A posição da cabeça é registrada em cada configuração

Transições Quânticas

- ❖ As regras de transição controlam como a máquina evolui de uma configuração para outra
- ❖ As transições devem preservar a normalização (somatório das probabilidades = 1)
- ❖ As fases complexas afetam a interferência construtiva/destrutiva

Operações Quânticas

Superposição

- ❖ Diferente de uma Máquina de Turing clássica, que está sempre em uma única configuração (estado, cabeça, fita), a MTQ pode estar em **múltiplas configurações simultaneamente**
- ❖ Essa propriedade é chamada de **superposição de estados**
- ❖ Modelada matematicamente como uma **combinação linear de estados**, cada um com uma **amplitude complexa**
- ❖ Vários caminhos são explorados ao mesmo tempo
- ❖ Cada transição pode gerar bifurcação de estados, criando novos ramos simultâneos

Interferência

- ❖ Ao contrário de simulações clássicas em paralelo, na MTQ os caminhos não apenas coexistem, eles interagem
- ❖ Essa interação ocorre por meio das fases complexas associadas às amplitudes
- ❖ Construtiva: Caminhos com fases compatíveis reforçam a amplitude de uma configuração
- ❖ Destrutiva: Caminhos com fases opostas se cancelam, anulando determinadas trajetórias

Interferência

- ❖ Permite a seleção natural de trajetórias computacionais válidas
- ❖ É o princípio usado em algoritmos como o de Grover e o de Deutsch-Jozsa
- ❖ Observa-se a supressão de caminhos alternativos em etapas intermediárias
- ❖ A configuração correta é reforçada até alcançar probabilidade 1

Medição

- ❖ Ao final da execução da MTQ, é necessário medir o sistema
- ❖ A medição colapsa a superposição em uma única configuração observável
- ❖ A computação é probabilística até a medição
- ❖ O modelo garante que, com interferência correta, apenas um caminho tenha amplitude total 1 no momento do colapso
- ❖ A configuração $0XXYYt$ com estado q_f e cabeça em 4 emergiu com probabilidade 1, validando o comportamento esperado do sistema

Diferenciais em Relação à Máquina de Turing Clássica

Paralelismo e Controle Probabilístico

- ❖ Enquanto a Máquina de Turing Clássica segue um único caminho por vez, a MTQ é capaz de explorar várias configurações simultaneamente
- ❖ Isso se dá por meio da superposição quântica, permitindo bifurcações computacionais controladas
- ❖ Cada caminho possível carrega uma amplitude complexa, que inclui módulo e fase
- ❖ A fase interfere diretamente nas probabilidades finais por meio de interferência construtiva ou destrutiva
- ❖ Assim, é possível amplificar trajetórias corretas e cancelar caminhos inválidos

Paralelismo e Controle Probabilístico

- ❖ A MTQ mantém diversas configurações simultâneas por meio da superposição
- ❖ Cada configuração evolui em paralelo, seguindo todas as transições possíveis
- ❖ Permite avaliar trajetórias computacionais alternativas dentro da mesma execução
- ❖ Vantagem significativa em problemas com múltiplas soluções ou buscas

Arquitetura

Visão Geral da Arquitetura

- ❖ A MTQ foi implementada modularmente em Python
- ❖ Baseada em simulação de estados em superposição com amplitudes complexas
- ❖ Evolução quântica simulada passo a passo com operador unitário implícito

Principais Módulos do Projeto

- ❖ **quantum_turing_machinepy**
 - ❖ Núcleo da simulação: aplica transições, mantém registrador de estados e executa medições
- ❖ **quantum_extensionspy**
 - ❖ Funções auxiliares: normalização, manipulação de fases e operadores inspirados em Grover
- ❖ **visualizaçao**
 - ❖ Geração de gráficos: mapa de calor, evolução da probabilidade e caminho dominante
- ❖ **Basepy**
 - ❖ Alternativa com busca clássica (BFS) + reforço inspirado em Grover (computação híbrida)
- ❖ **mainpy**
 - ❖ Interface principal: entrada do usuário, execução automática e geração de logs

Representação Interna

- ❖ Transições representadas como dicionário de tuplas (estado, símbolo) para listas de (novo_estado, novo_símbolo, direção, amplitude_complexa)
- ❖ Cada configuração armazenada como chave do registrador: (fita, posição, estado) → amplitude
- ❖ Superposição evolui com bifurcações reais no espaço de estados, simulando interferência

Implementações na Máquina de Turing Quântica

❖ Simulação de Superposição

- ❖ Armazenamento simultâneo de múltiplas configurações (estado, fita, posição da cabeça) com amplitudes complexas

❖ Transições Quânticas

- ❖ Aplicação de transições com coeficientes complexos
- ❖ Evolução coerente do sistema via propagação unitária

❖ Interferência e Colapso

- ❖ Interferência construtiva/destrutiva entre caminhos concorrentes
- ❖ Colapso quântico via `measure()` com base nas probabilidades

Implementações na Máquina de Turing Quântica

❖ Registro e Visualização da Execução

- ❖ Geração de logs com amplitude real, imaginária e probabilidade (log_amplitudesjson)
- ❖ Gráficos: trajetória dominante, mapa de calor, evolução do estado final (qf)

❖ Execução Adaptativa

- ❖ Busca automática por quantidade mínima de passos para atingir o estado final
- ❖ Detecção de colapso e parada inteligente

❖ Extensão com Busca Baseada em Grover

- ❖ Módulo Basepy implementa busca em largura com reforço quântico
- ❖ Inspiração em algoritmos de difusão e amplificação de amplitudes

Registrador de Estados

- ❖ Estrutura central do sistema: dicionário que armazena (fita, posição, estado) → amplitude
- ❖ Permite a representação de superposição real com amplitudes complexas
- ❖ Caminhos que convergem para a mesma configuração somam suas amplitudes
- ❖ Reflete a coerência quântica do sistema ao longo da execução

Evolução Temporal

- ❖ Em cada passo, todas as configurações se bifurcam conforme suas transições
- ❖ Transições quânticas são aplicadas paralelamente, expandindo o espaço de estados
- ❖ A normalização das amplitudes é aplicada a cada ciclo
- ❖ A evolução é unitária, garantindo preservação da soma das probabilidades

Controle Adaptativo de Passos

- ❖ Execução inicia com poucos passos e aumenta progressivamente
- ❖ Interrompe automaticamente ao atingir um estado final ou limite predefinido
- ❖ Armazena o histórico de amplitudes para todos os passos executados
- ❖ Permite análise detalhada de onde e como o colapso ocorreu

Log de Execução e Visualização

- ❖ Cada ciclo gera um snapshot dos estados e amplitudes no log_amplitudesjson
- ❖ Suporte a visualizações como: mapa de calor, trajetória dominante e evolução de qf
- ❖ Gráficos facilitam a interpretação de bifurcações e interferência
- ❖ Ferramentas ajudam a validar a coerência e a lógica da simulação

Colapso e Medição

- ❖ Após a execução, o sistema é colapsado com base na distribuição de $|\Psi|^2$
- ❖ A medição retorna uma única configuração (fita, posição e estado)
- ❖ Resultados refletem com precisão a trajetória dominante construída
- ❖ Permite verificar se a entrada foi aceita (estado final alcançado)

Simulação de Fase e Interferência

- ❖ Cada transição tem uma amplitude complexa com fase controlada
- ❖ Caminhos podem se reforçar (interferência construtiva) ou se anular (destrutiva)
- ❖ A evolução do sistema é sensível à coerência entre fases
- ❖ Reforço de caminhos corretos elimina alternativas incorretas ao longo do tempo

Execução Experimental

Cadeias de Entrada Utilizadas

- ❖ 0ababt: usada para validar o comportamento básico da máquina
- ❖ Cadeias foram escolhidas para provocar bifurcações e sobreposições significativas
- ❖ Todas seguem o alfabeto definido pela transição (a, b, t, etc)

Procedimento da Simulação

- ❖ Inicialização da MTQ com a fita configurada e o estado inicial q_0
- ❖ Execução adaptativa com número de passos crescente (até 100 ou até colapso)
- ❖ Cada passo aplica transições a todas as configurações com base nas amplitudes
- ❖ Estados gerados são registrados com suas amplitudes e probabilidades

Bifurcações e Interferência

- ❖ Bifurcações ocorrem quando uma configuração possui múltiplas transições possíveis
- ❖ Interferência construtiva reforça caminhos que se alinham em fase
- ❖ Interferência destrutiva cancela caminhos incoerentes
- ❖ Caminhos são naturalmente filtrados ao longo da evolução

Colapso Quântico

- ❖ Quando um estado final é atingido, a medição colapsa a superposição
- ❖ O colapso retorna uma única configuração baseada nas amplitudes acumuladas
- ❖ O resultado pode ser comparado com o esperado (validação da cadeia)
- ❖ Caminho dominante geralmente possui probabilidade ≈ 10

Resultados

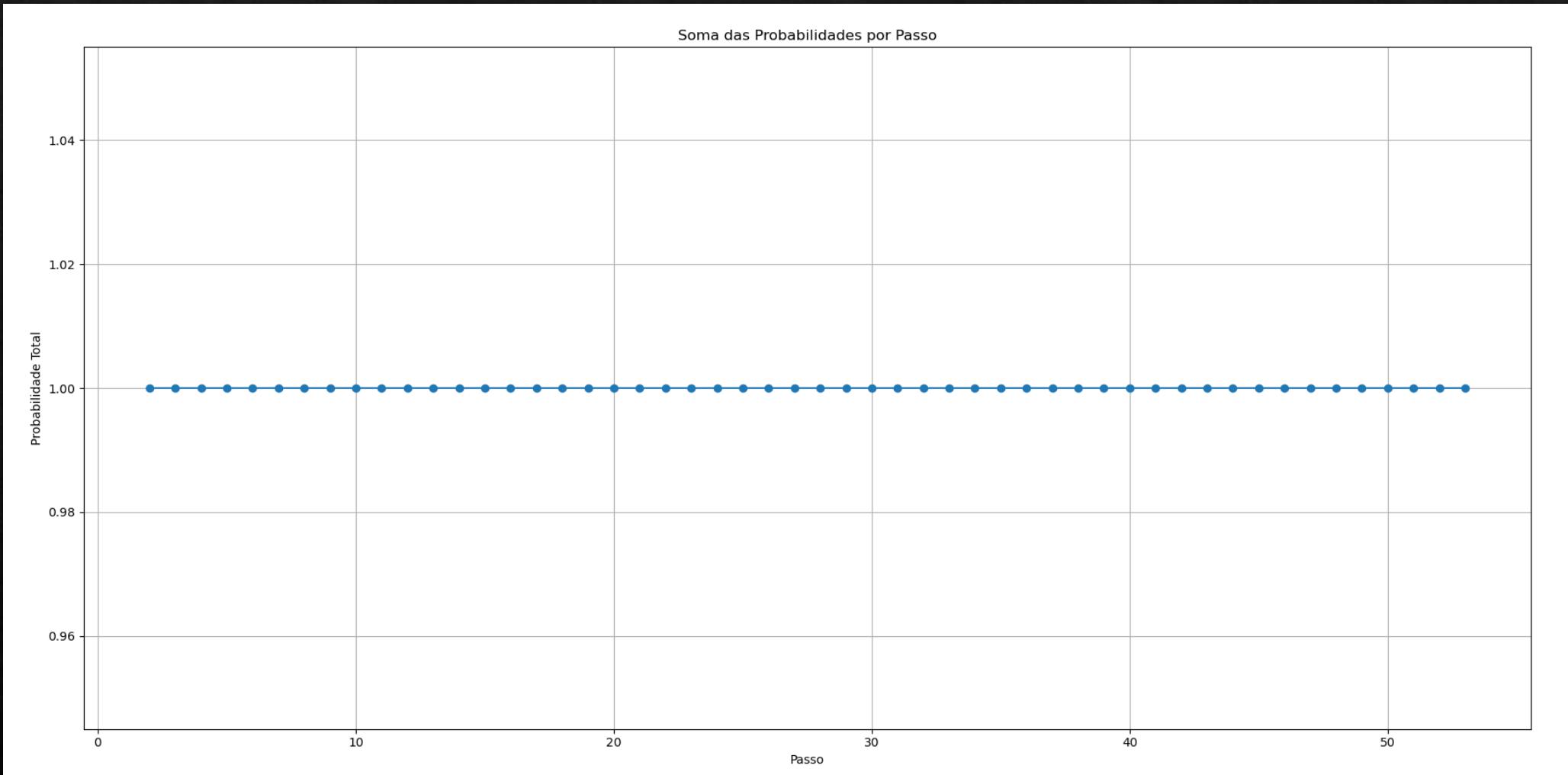
Principais Resultados Observados

- ❖ A máquina convergiu corretamente para o estado final q_f , com probabilidade 10, validando o experimento
- ❖ Caminhos inválidos foram cancelados naturalmente por interferência destrutiva
- ❖ O registro da evolução demonstrou como bifurcações iniciais são filtradas progressivamente

Principais Resultados Observados

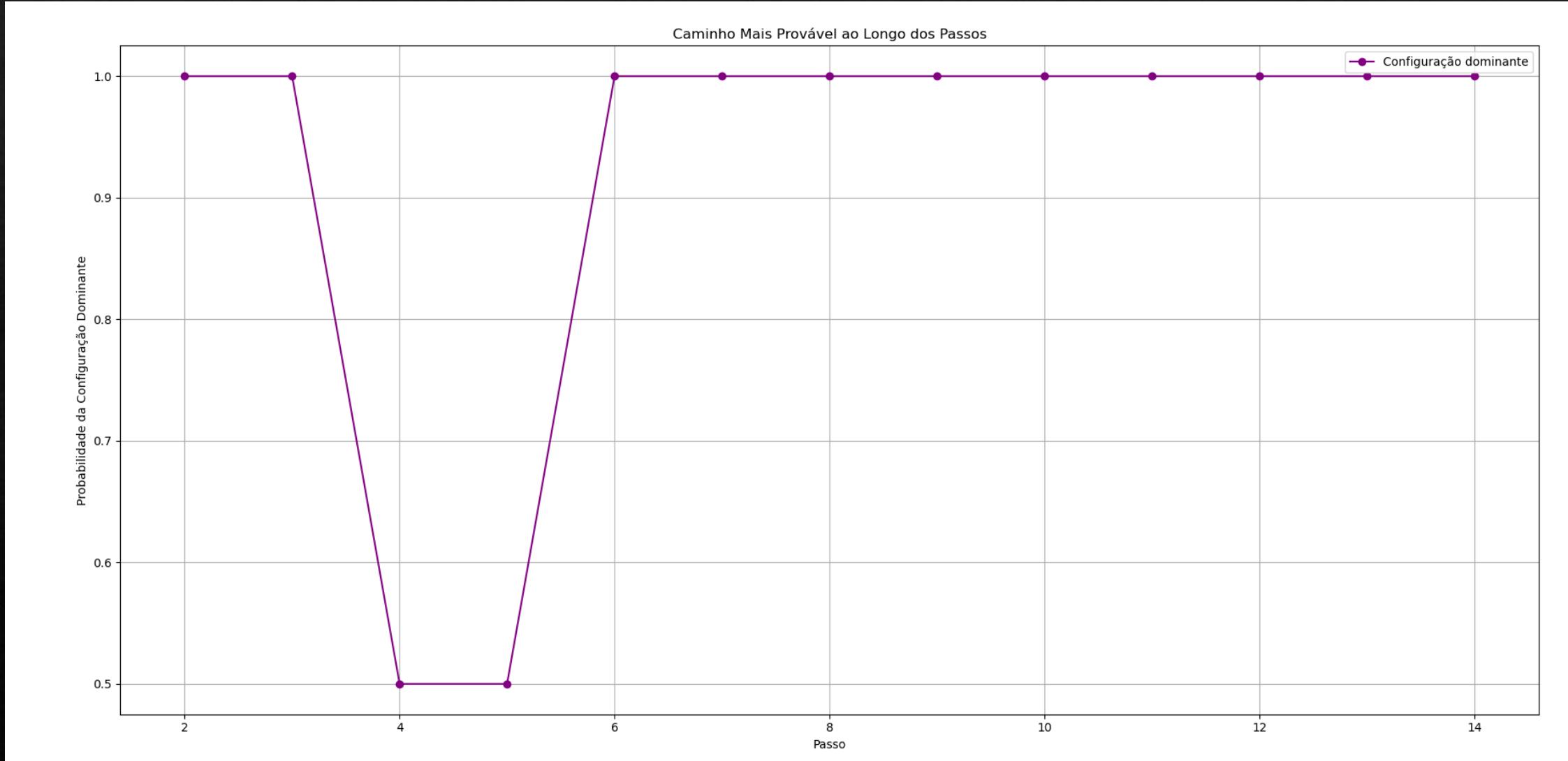
- ❖ O comportamento esperado foi reproduzido exatamente como visto em sala de aula, confirmando a fidelidade da implementação
- ❖ A normalização da soma de probabilidades a cada passo foi mantida, assegurando que o sistema simulado seguiu regras da mecânica quântica
- ❖ A análise dos gráficos forneceu evidências visuais claras da atuação de superposição, interferência e colapso

Gráficos Gerados - Probabilidade Total por Passo



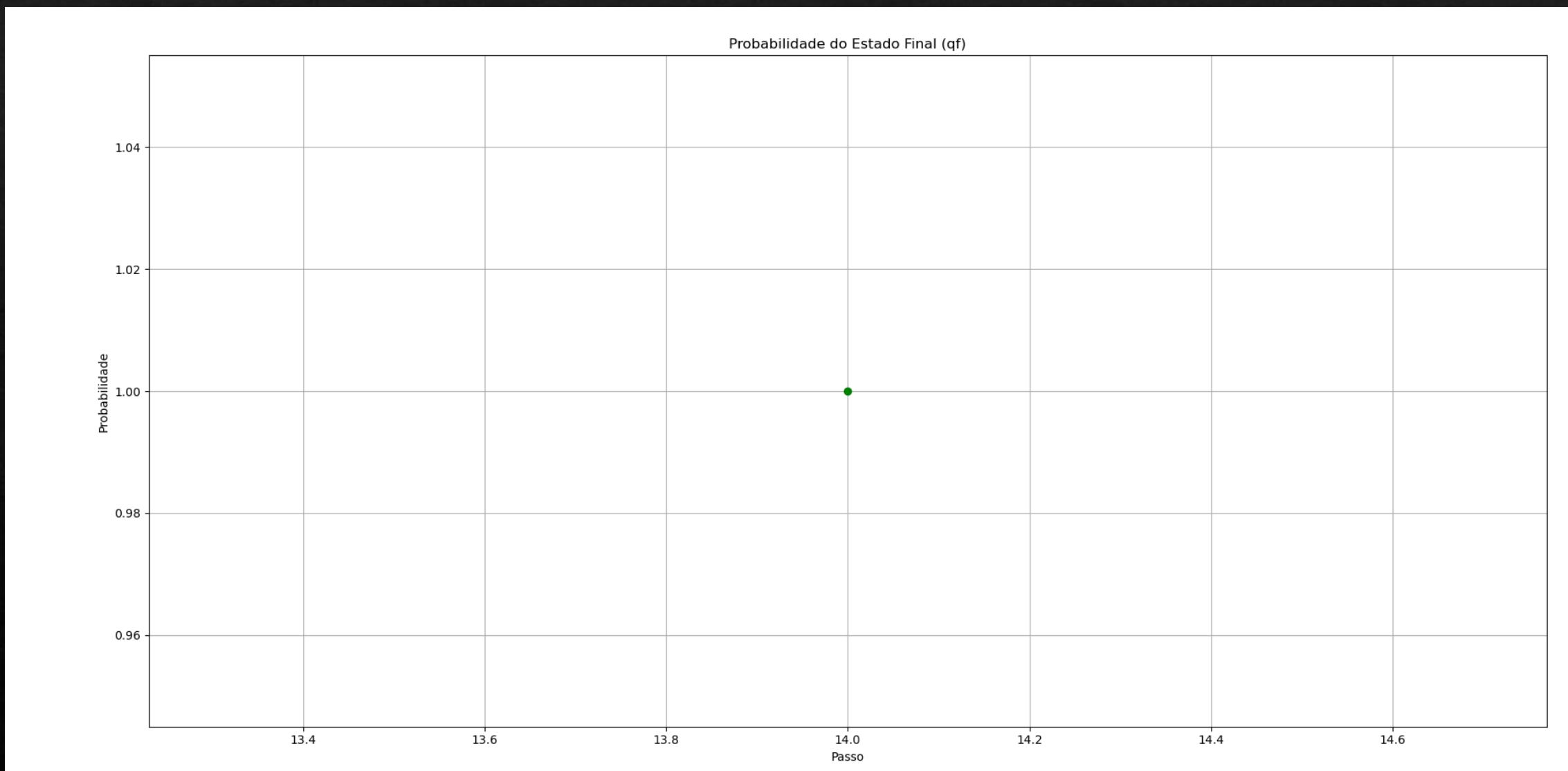
Verifica a conservação da norma quântica ($\sum |\Psi|^2 = 1$), validando a unitariedade das transições

Gráficos Gerados - Caminho Mais Provável



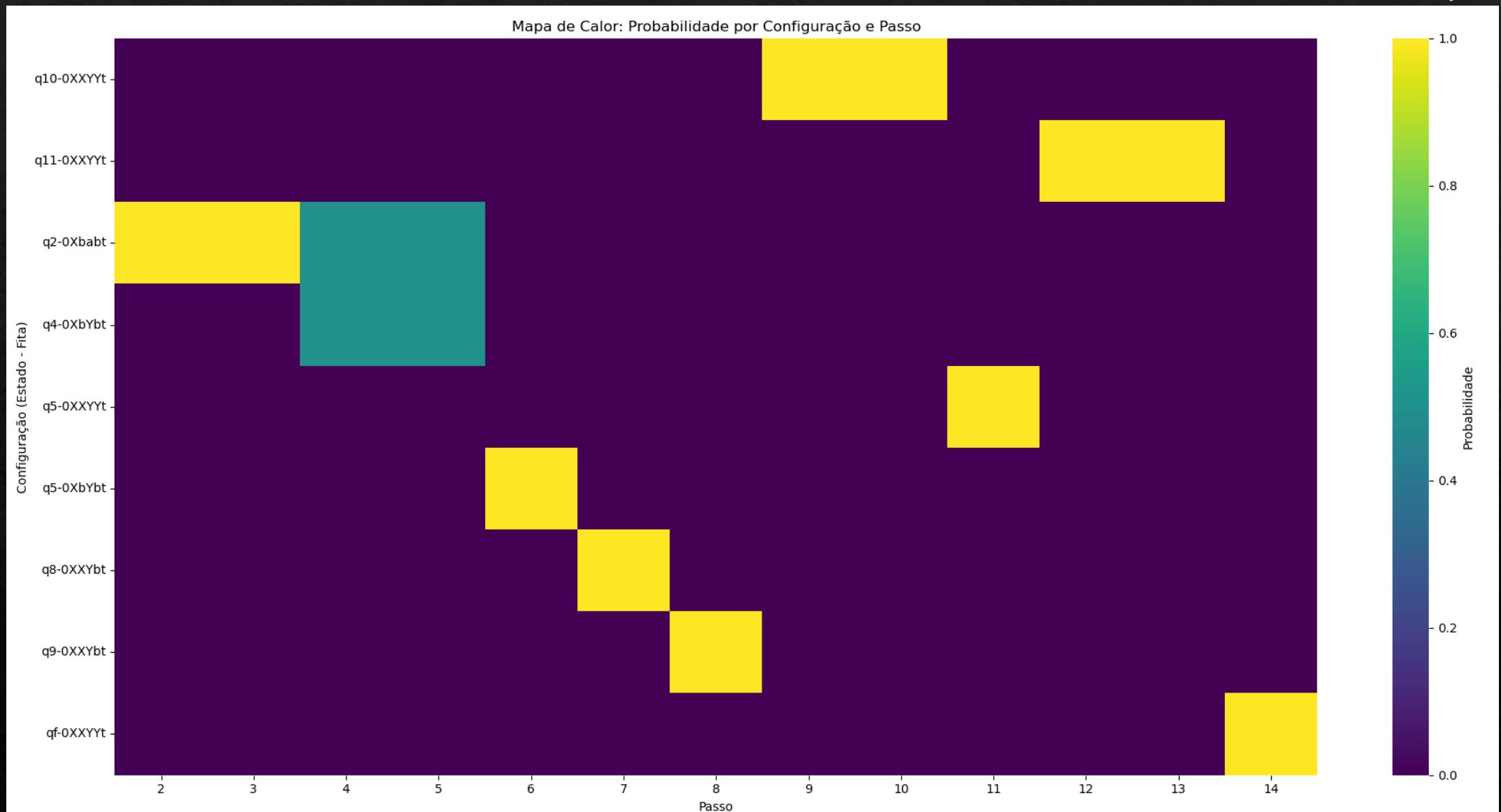
Representa a trajetória dominante da MTQ, aquela com reforço máximo de interferência construtiva

Gráficos Gerados - Probabilidade do Estado Final



Mostra a concentração da probabilidade no estado de aceitação, indicando colapso determinístico

Gráficos Gerados - Mapa de Calor das Configurações



Visualiza a distribuição de probabilidade entre diferentes configurações ao longo do tempo

Resultados dos Gráficos

- ❖ **Conservação da Probabilidade (Norma Quântica)**

O gráfico da *Probabilidade Total por Passo* confirma que a soma das probabilidades se mantém próxima de 1 em todos os ciclos, validando a correta aplicação de operadores unitários e a integridade da simulação

- ❖ **Evolução Coerente da MTQ**

A curva do *Caminho Mais Provável* mostra o reforço progressivo de uma trajetória dominante, indicando que a interferência construtiva guiou a máquina para um colapso previsível e determinístico

- ❖ **Colapso no Estado Final**

O gráfico da *Probabilidade de q_f* evidencia que o sistema converge completamente para o estado de aceitação no final do processo, com probabilidade 10, o que demonstra sucesso na computação da entrada

Resultados dos Gráficos

- ❖ **Distribuição das Configurações**

O *Mapa de Calor* revela quais estados e fitas tiveram maior relevância ao longo da simulação. Ele mostra claramente a supressão de caminhos alternativos e o estreitamento da distribuição em direção ao caminho correto.

- ❖ **Interferência Destrutiva Detectada**

Nos gráficos, percebe-se que várias configurações surgem com probabilidade não nula nos passos iniciais, mas desaparecem nas etapas posteriores – evidência de interferência destrutiva atuando corretamente.

- ❖ **Eficiência Computacional**

A simulação atinge o resultado esperado em poucos passos (comparado ao máximo permitido), o que demonstra que a arquitetura quântica foi capaz de guiar rapidamente a computação para a resposta correta.

- ❖ **Convergência Visual Clara**

Todos os gráficos juntos indicam uma convergência suave e lógica para o resultado final, reforçando que a MTQ simulada funciona conforme o comportamento esperado de uma máquina quântica teórica.

Conclusão

Conclusão

- ❖ **Implementação bem-sucedida da MTQ:**
 - ❖ Arquitetura modular e documentada, respeitando os princípios da computação quântica
 - ❖ Simulação de superposição, interferência e colapso com fidelidade
- ❖ **Coerência e consistência na evolução quântica:**
 - ❖ Caminhos paralelos foram criados e eliminados por interferência destrutiva
 - ❖ Trajetória correta foi reforçada ao longo dos passos por fases complexas

Conclusão

- ❖ Resultados validados experimentalmente:
 - ❖ A simulação colapsou corretamente no estado final qf com probabilidade 10
 - ❖ O comportamento reproduziu com exatidão o resultado visto em sala de aula
- ❖ Visualizações auxiliam na compreensão:
 - ❖ Gráficos mostraram conservação de probabilidade (unitariedade), reforço de caminhos e colapso final
 - ❖ Mapa de calor evidenciou o desaparecimento gradual de trajetórias alternativas

Conclusão

- ❖ **Potencial didático e extensões futuras:**
 - ❖ Ferramenta útil para ensino e visualização de conceitos quânticos abstratos
 - ❖ Base sólida para incluir algoritmos quânticos ou explorar simulações híbridas