



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO  
CAMPUS DE SÃO LUÍS - CIDADE UNIVERSITÁRIA  
ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO

LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

TURMA 1

**MÁQUINA DE TURING COM BFS QUÂNTICO**

PROFESSOR:THALES LEVI AZEVEDO VALENTE

ALUNOS:

EMANUEL LOPES SILVA - 2021017818

STENIO MORAES FONSÊCA - 20250013686

ARTHUR SAMPAIO PEREIRA - 2023098557

São Luís – MA

08/07/2025

EMANUEL LOPES SILVA - 2021017818

STENIO MORAES FONSÊCA - 20250013686

ARTHUR SAMPAIO PEREIRA - 2023098557

LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

TURMA 1

**MÁQUINA DE TURING COM BFS QUÂNTICO**

Relatório referente à segunda  
avaliação da disciplina LFA  
Aplicada a Engenharia, Turma 1,  
do período 2025.1, lecionada pelo  
Prof. Dr. Thales Levi Azevedo  
Valente.

São Luís - MA

08/07/2025

# Sumário

<b>1. Introdução.....</b>	<b>4</b>
<b>2. Fundamentação Teórica.....</b>	<b>5</b>
2.1 Máquina de Turing.....	5
2.2 Computação Quântica.....	7
2.3 Algoritmo de Grover.....	8
<b>3. Metodologia.....</b>	<b>10</b>
3.1 Estrutura Geral.....	10
3.2 Modelo de Máquina de Turing Quântica Utilizado.....	11
3.3 Execução Adaptativa.....	12
3.4 Visualização dos Estados de Máquina.....	13
3.5 Máquina de Turing Usada no Experimento.....	14
<b>4. Resultado dos Experimentos.....</b>	<b>17</b>
4.1 Execução Experimental com a Cadeia 0ababt.....	17
4.2 Evolução do Sistema.....	17
4.3 Análise dos Resultados.....	18
4.4 Registro da Amplitude e Colapso.....	19
4.5 Gráficos de Resultado.....	20
4.5.1 Caminho Mais Provável.....	20
4.5.2 Mapa de Calor.....	21
<b>5. Conclusão.....</b>	<b>24</b>
<b>6. Referências.....</b>	<b>25</b>

# 1. Introdução

A Máquina de Turing clássica, proposta por Alan Turing em 1936, é um marco fundamental na teoria da computação. Ela fornece um modelo matemático abstrato para o funcionamento de qualquer algoritmo computacional, definindo operações básicas como leitura, escrita e movimentação sobre uma fita infinita. Décadas depois, com os avanços na física quântica e a necessidade de modelos capazes de expressar computações que envolvem superposição e interferência, David Deutsch propôs em 1985 a Máquina de Turing Quântica (MTQ), estendendo a estrutura clássica para incorporar transições unitárias e amplitudes complexas, o que permite a descrição teórica de computações quânticas universais.

A simulação de MTQs é altamente relevante tanto para o ensino quanto para a pesquisa, especialmente em um cenário onde o acesso a computadores quânticos reais ainda é limitado. Ao oferecer uma forma de experimentar conceitos como superposição, colapso e interferência em um ambiente computacional clássico, este projeto contribui para a formação de estudantes e o aprofundamento de pesquisadores na área. No entanto, simular computações quânticas é um desafio técnico, pois a quantidade de informações a serem processadas cresce exponencialmente com o número de passos e ramificações. Representar fielmente a evolução de amplitudes complexas, preservar coerência e simular medições com precisão são tarefas computacionalmente intensas.

Com o avanço da computação quântica, novas formas de modelagem computacional passaram a ser estudadas, entre elas a Máquina de Turing Quântica (MTQ). Inspirada no paradigma da superposição de estados e interferência de amplitudes, a MTQ representa uma extensão conceitual da Máquina de Turing clássica, capaz de simular computações paralelas e explorar comportamentos probabilísticos e complexos.

Este projeto tem como objetivo implementar uma simulação de uma Máquina de Turing Quântica em Python, com suporte a transições quânticas com fases complexas, visualização de amplitudes de probabilidade e execução adaptativa de passos. O sistema foi desenvolvido com foco educacional, permitindo observar a evolução do estado quântico da máquina ao longo do tempo, bem como identificar o colapso do sistema em estados finais a partir da medida.

Este projeto não busca competir com simuladores quânticos industriais, mas sim oferecer uma ferramenta didática e interativa. Ele permite observar diretamente a evolução de amplitudes ao longo dos estados da máquina, visualizar probabilidades de medição e compreender como o colapso ocorre em uma superposição de configurações. Essa abordagem torna mais acessível o entendimento de algoritmos quânticos fundamentais, como os de Grover e Shor, cujos mecanismos envolvem interferência construtiva e destrutiva, além da manipulação de fases. Em tempos de crescimento acelerado da computação quântica aplicada a áreas como criptografia, otimização e simulação de sistemas físicos, compreender os fundamentos desses modelos se torna cada vez mais estratégico.

A implementação proposta combina elementos de mecânica quântica com algoritmos clássicos de simulação. Para isso, foram criados quatro módulos principais: `main.py` (execução da MTQ), `quantum_turing_machine.py` (núcleo da simulação), `quantum_extensions.py` (suporte à manipulação de amplitudes complexas), e `Base.py` (versão inspirada no Algoritmo de Grover usando BFS com difusão). Este relatório descreve detalhadamente a arquitetura do sistema, o funcionamento de cada módulo e os experimentos realizados com cadeias de entrada variadas.

## 2. Fundamentação Teórica

A fundamentação teórica deste projeto baseia-se em conceitos fundamentais da ciência da computação clássica e da computação quântica. Inicialmente, utiliza-se o modelo da Máquina de Turing, proposto por Turing (1936), como estrutura formal para a representação de algoritmos e operações computacionais. Em seguida, são introduzidos princípios da computação quântica, conforme discutidos por Nielsen e Chuang (2010), especialmente os fenômenos de superposição, medição e interferência, elementos centrais que diferenciam os sistemas quânticos dos clássicos.

Esses fenômenos são essenciais para a construção de algoritmos quânticos como o de Grover, que utiliza interferência para acelerar a busca em espaços não ordenados (GROVER, 1996). A partir dessa base teórica, este trabalho apresenta uma extensão do modelo de Turing para o domínio quântico, destacando o papel das amplitudes complexas e das transições unitárias na simulação de sistemas computacionais quânticos em ambiente clássico.

### 2.1 Máquina de Turing

A Máquina de Turing, proposta por Alan Turing em 1936, é um modelo matemático abstrato concebido para formalizar o conceito de algoritmo e computação efetiva. A estrutura básica da máquina consiste em uma fita infinita dividida em células, um cabeçote de leitura e escrita, e uma unidade de controle com um conjunto finito de estados. Em cada etapa, a máquina lê um símbolo da fita, consulta sua função de transição e, com base nisso, escreve um novo símbolo, move o cabeçote (para a esquerda ou direita) e muda de estado. Esse modelo permitiu a definição rigorosa de funções computáveis, sendo central para o desenvolvimento da Teoria da Computação e base para a formulação da Tese de Church-Turing (Turing, 1936; Goldin et al., 2004).

Apesar de sua simplicidade, a Máquina de Turing possui um poder expressivo equivalente a qualquer outro modelo de computação conhecido desde que estes sejam determinísticos ou mesmo probabilísticos. A universalidade da máquina permitiu a criação do conceito de Máquina de Turing Universal, capaz de simular qualquer outra máquina de Turing. No entanto, críticas surgiram quanto à sua aplicabilidade para representar sistemas modernos, que exigem interatividade e processamento contínuo de dados, como apontado por pesquisadores como Wegner e Goldin. Para esses autores, o modelo clássico falha ao tentar

capturar computações interativas e concorrentes, típicas de sistemas distribuídos e reativos (Goldin et al., 2004) .

Essa limitação levou ao surgimento de extensões da máquina clássica, como as Máquinas de Turing Persistentes (PTMs), que incorporam mecanismos de memória contínua entre execuções e permitem interação contínua com o ambiente. As PTMs introduzem a ideia de macropassos, execuções discretas com entrada e saída, mantendo o conteúdo da fita de trabalho ao longo do tempo, o que permite que decisões futuras sejam influenciadas pelo histórico de interações. Isso amplia significativamente o poder expressivo do modelo em relação à computação clássica, sendo uma base relevante para o estudo de computações interativas e modelos modernos, como Máquinas de Turing Quânticas e Neurais (Goldin et al., 2004; Ryoo et al., 2023).

Com base na obra de Hennie (1966), é possível aprofundar a compreensão da Máquina de Turing clássica a partir de uma perspectiva mais formal e sistemática. Hennie introduz uma análise detalhada das propriedades computacionais da máquina, demonstrando como ela pode ser usada não apenas para reconhecer linguagens formais, mas também para descrever algoritmos com comportamento definido sobre entradas finitas e infinitas. A obra reforça o papel central das máquinas de Turing na hierarquia de complexidade, mostrando como elas permitem a classificação de problemas com base em sua decidibilidade e no tempo necessário para serem resolvidos. Essa formalização tem sido fundamental para o avanço da teoria da complexidade computacional e para o entendimento dos limites do que é computacionalmente possível.

Além disso, Hennie discute extensões da máquina de Turing, como versões multitape e não determinísticas, demonstrando que, embora possam parecer mais poderosas, são computacionalmente equivalentes à versão padrão no que diz respeito à classe de linguagens reconhecíveis. Essa equivalência mostra a robustez do modelo de Turing como base para toda a computação teórica. A análise apresentada por Hennie contribui significativamente para o embasamento teórico necessário à construção de modelos computacionais mais avançados, como as Máquinas de Turing Quânticas, que incorporam os fenômenos da mecânica quântica sem abandonar a estrutura lógica geral da máquina clássica.

Além de seu papel na definição de computabilidade, a Máquina de Turing também fundamenta o estudo das linguagens formais e da hierarquia de Chomsky, sendo associada às linguagens recursivamente enumeráveis. Ela fornece os alicerces para o entendimento da relação entre autômatos, gramáticas formais e linguagens computáveis, sendo essencial para a análise da decidibilidade de problemas e para o projeto de compiladores e interpretadores. Essa conexão entre teoria e prática reforça sua importância na formação de engenheiros e cientistas da computação (Hopcroft; Ullman, 2001).

## 2.2 Computação Quântica

A Computação Quântica é uma área interdisciplinar que une princípios da mecânica quântica e da ciência da computação, propondo um novo paradigma de processamento de informações. Diferente dos computadores clássicos, que operam com bits binários (0 ou 1), os computadores quânticos utilizam qubits, que podem assumir estados de 0, 1 ou qualquer superposição linear desses, devido ao princípio da superposição quântica. Além disso, propriedades como emaranhamento e interferência quântica são exploradas para realizar cálculos de forma paralela e altamente eficiente (Aharonov, 1998).

Um dos marcos teóricos da computação quântica é a formalização dos requisitos físicos para sua implementação. Segundo DiVincenzo (1995), um sistema físico pode ser considerado adequado para computação quântica se satisfizer critérios como a existência de qubits bem definidos, capacidade de inicialização, coerência temporal suficiente, um conjunto universal de portas quânticas e um mecanismo eficiente de leitura. Esses critérios estabelecem a base para a viabilidade física da computação quântica e têm guiado os esforços experimentais desde então.

A computação quântica se baseia em um conjunto de princípios físicos distintos dos que regem a computação clássica. O principal deles é a superposição, que permite que um qubit esteja simultaneamente nos estados (0) e (1), descrito por uma combinação linear de ambos com coeficientes complexos. Além disso, a interferência quântica é essencial para manipular essas amplitudes durante um algoritmo, amplificando as soluções corretas e cancelando as incorretas. Outro conceito fundamental é o emaranhamento (entanglement), uma correlação não clássica entre qubits que torna impossível descrever o estado de um qubit individualmente. Esses princípios formam a base de algoritmos quânticos eficientes que exploram o espaço de estados exponencial da mecânica quântica (Aharonov, 1998; Preskill, 1998).

Apesar do grande potencial teórico, a implementação prática da computação quântica apresenta desafios técnicos consideráveis. Entre os principais problemas estão a decoerência, que refere-se à perda de informação quântica para o ambiente, e o controle preciso sobre portas quânticas. Pesquisadores como DiVincenzo (1995) estabeleceram diretrizes para a construção de computadores quânticos viáveis, incluindo critérios como escalabilidade física, fidelidade nas operações lógicas e mecanismos eficazes de leitura. Esses desafios têm motivado diversas linhas de pesquisa em tecnologias como íons aprisionados, qubits supercondutores e pontos quânticos, que buscam viabilizar a computação quântica tolerante a falhas com aplicação prática em criptografia, simulação de sistemas físicos complexos e inteligência artificial.

Outro avanço relevante foi a demonstração de algoritmos quânticos que superam seus equivalentes clássicos, como o algoritmo de Shor para fatoração de inteiros e o algoritmo de Grover para busca não estruturada. Esses algoritmos exploram a paralelização inerente ao espaço de estados quânticos, a interferência para amplificar resultados corretos e a reversibilidade das operações unitárias (Preskill, 1998). Além disso, avanços na teoria de

correção de erros quânticos e computação tolerante a falhas mostraram que é possível mitigar os efeitos da decoerência, tornando a computação quântica mais robusta a erros físicos.

A superposição é um dos pilares da mecânica quântica e consiste na capacidade de um sistema quântico, como um qubit, de existir simultaneamente em múltiplos estados básicos. Enquanto um bit clássico pode assumir apenas o valor 0 ou 1, um qubit pode ser representado como uma combinação linear desses dois estados, descrita por  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são coeficientes complexos chamados de amplitudes de probabilidade. Essa propriedade permite que computadores quânticos processem uma grande quantidade de informações em paralelo, explorando o espaço exponencial de estados possíveis. A superposição é o recurso que fundamenta o poder computacional potencial dos algoritmos quânticos, permitindo, por exemplo, que uma única operação afete todos os estados simultaneamente.

A medição quântica é o processo pelo qual um sistema em superposição colapsa para um dos seus estados possíveis, com uma probabilidade proporcional ao quadrado do módulo da amplitude associada a esse estado. Esse colapso é não determinístico: a medição de um qubit em estado  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  retornará  $|0\rangle$  com probabilidade  $|\alpha|^2$  e  $|1\rangle$  com probabilidade  $|\beta|^2$ . Após a medição, o estado do sistema deixa de estar em superposição e passa a ser um dos estados base, inviabilizando a reversibilidade da computação. Esse comportamento não clássico torna o projeto e a análise de algoritmos quânticos desafiadores, pois o ato de observar o sistema modifica irreversivelmente sua evolução (Preskill, 1998).

A interferência quântica surge da natureza ondulatória dos estados quânticos e é responsável por amplificar ou cancelar certas probabilidades de forma construtiva ou destrutiva. Ao aplicar operações unitárias específicas, como portas de Hadamard e fases controladas, é possível manipular as amplitudes dos estados superpostos, de forma que apenas os caminhos desejados tenham maior chance de serem medidos. Essa propriedade é explorada em algoritmos como o de Grover, onde estados com soluções corretas são reforçados, enquanto os incorretos são anulados. A interferência, portanto, não apenas enriquece a dinâmica do sistema quântico, mas é essencial para sua eficiência computacional, diferenciando-se radicalmente da lógica booleana clássica (Aharonov, 1998).

## 2.3 Algoritmo de Grover

O Algoritmo de Grover é um dos principais marcos da computação quântica, proposto por Lov Grover em 1996. Ele oferece uma aceleração quadrática na busca de itens em bases de dados não estruturadas, comparado ao melhor algoritmo clássico, que exige  $O(N)$  consultas. O algoritmo quântico, por sua vez, realiza a busca com apenas  $O(\sqrt{N})$  consultas, onde  $N$  é o número de elementos da base. Esse desempenho é possível graças à combinação de superposição de estados e interferência quântica construtiva para amplificar a probabilidade de encontrar o item marcado (Grover, 1997).



A estrutura básica do algoritmo envolve três etapas principais: (i) a preparação de um estado de superposição uniforme sobre todos os possíveis estados da base de dados, (ii) a aplicação de uma função oráculo que marca o estado desejado com uma inversão de fase, e (iii) a amplificação da amplitude do estado marcado por meio de um operador de difusão, também conhecido como inversão sobre a média. Esses passos são repetidos um número específico de vezes, conhecido como número ótimo de iterações, de modo que a probabilidade de medir o estado desejado seja maximizada.

O artigo de Long (2001) apresenta uma versão modificada do Algoritmo de Grover que elimina a possibilidade de falha teórica, atingindo 100% de probabilidade de sucesso ao final de um número calculado de iterações. Isso é obtido substituindo a inversão de fase padrão por rotações de fase parametrizadas por um ângulo  $\phi$ , cuja escolha depende do tamanho da base  $N$ . A abordagem proposta ajusta os parâmetros do algoritmo para garantir que, no passo  $J+1$ , a medida do sistema colapse exatamente no estado marcado. Essa versão é particularmente útil em contextos onde a certeza do resultado é essencial, como na quebra de criptografia ou em algoritmos sensíveis a erros .

## 3. Metodologia

A metodologia adotada neste trabalho consistiu no desenvolvimento de uma simulação computacional de uma Máquina de Turing Quântica (MTQ), com foco em sua estrutura conceitual, execução dinâmica e análise das amplitudes quânticas ao longo da computação. Para isso, o projeto foi implementado em linguagem Python e dividido em módulos funcionais, cada um com responsabilidades bem definidas. A abordagem busca proporcionar uma compreensão visual e interativa dos fenômenos quânticos envolvidos, como superposição, interferência e colapso de estados.

A simulação foi construída com fins educacionais, permitindo ao usuário explorar diferentes entradas, observar a evolução do sistema e entender o funcionamento interno da MTQ sem a necessidade de hardware quântico real. A seguir, são detalhados os componentes da implementação e as estratégias utilizadas para reproduzir o comportamento quântico esperado.

### 3.1 Estrutura Geral

A arquitetura do projeto foi organizada de forma modular, com o objetivo de garantir clareza, manutenção facilitada e separação de responsabilidades. O arquivo `main.py` atua como a interface principal de execução. Nele, o usuário é convidado a inserir uma cadeia de entrada que será processada pela Máquina de Turing Quântica (MTQ). Esse módulo é também responsável por inicializar os componentes do sistema, incluindo as transições quânticas com fase complexa, configurar os estados iniciais e finais da máquina, e controlar a execução adaptativa do processo de simulação.

O módulo `quantum_turing_machine.py` é o núcleo da simulação. Ele implementa toda a lógica formal da MTQ, incluindo o registrador de estados, o mecanismo de bifurcação de configurações, a aplicação das transições quânticas com suas respectivas amplitudes complexas e o processo de medição ao final da execução. Esse módulo é responsável por interpretar a tabela de transições como um operador unitário que atua sobre os estados da máquina, possibilitando a propagação coerente das amplitudes até que um estado final seja atingido ou que o limite de passos seja alcançado.

Complementando a parte computacional, o módulo `quantum_extensions.py` fornece funções auxiliares cruciais para o tratamento quântico das amplitudes. Dentre essas funções, destacam-se a normalização dos estados, a aplicação de operadores de difusão (semelhantes aos utilizados no algoritmo de Grover) e a manipulação algébrica de fases complexas. A presença dessas operações torna possível a simulação dos fenômenos de interferência construtiva e destrutiva, fundamentais para o comportamento quântico da máquina simulada.

Por fim, o módulo `Base.py` introduz uma abordagem alternativa baseada em busca em largura (BFS) combinada com reforço de amplitude, inspirada no algoritmo de Grover. Essa abordagem simula uma difusão sobre o espaço de estados computacionais, amplificando

probabilidades de caminhos desejados ao longo da execução. Embora não seja estritamente parte do modelo da MTQ tradicional, esse módulo serve como uma ponte entre a computação clássica e quântica, demonstrando como princípios de interferência podem ser aplicados de forma aproximada em simulações baseadas em grafos.

Além dos módulos de simulação da MTQ, o sistema conta com o módulo `visualizacao.py`, cuja função é explorar e representar visualmente a evolução probabilística da máquina ao longo dos passos. Esse módulo transforma os logs de amplitudes coletados durante a execução da máquina em gráficos interpretáveis, que ajudam a compreender fenômenos como interferência, colapso de estados e concentração de probabilidade.

Dentre os recursos implementados, destacam-se gráficos de linha que mostram a trajetória mais provável, e a criação de mapas de calor que revelam a distribuição detalhada das configurações ao longo do tempo. Essa camada de visualização cumpre papel essencial na validação empírica dos comportamentos quânticos simulados, oferecendo uma ponte entre a abstração teórica e os resultados computacionais observáveis. Outros gráficos foram gerados, mas esses dois foram os mais importantes para a visualização do funcionamento do processo, por isso foram focados nesta documentação.

## 3.2 Modelo de Máquina de Turing Quântica Utilizado

A Máquina de Turing Quântica (MTQ) utilizada neste projeto foi concebida como uma extensão direta do modelo clássico, com o objetivo de incorporar os princípios fundamentais da mecânica quântica ao processo de computação simbólica. A principal modificação consiste na introdução de amplitudes complexas associadas a cada transição entre estados, permitindo a simulação de superposição, interferência e colapso de estados, características típicas de algoritmos quânticos. Para isso, as regras de transição são definidas como quintuplas estendidas no formato  $\delta : (q, a) \rightarrow \{(q', a', d, \phi)\}$ , em que  $\phi$  representa a fase complexa da transição.

Cada transição ocorre a partir da leitura de um símbolo  $a$  na fita e do estado atual  $q$ . Com base nisso, a máquina pode escrever um novo símbolo  $a'$ , mover o cabeçote para a esquerda (E) ou direita (D), alterar seu estado para  $q'$  e aplicar uma fase complexa  $\phi$  à amplitude associada a essa trajetória. Essa fase, pertencente ao conjunto dos números complexos  $\mathbb{C}$ , permite que diferentes caminhos evolutivos interfiram construtiva ou destrutivamente ao longo da computação, conforme as leis da interferência quântica.

Essa estrutura possibilita que a MTQ entre em uma superposição de múltiplas configurações simultaneamente, evoluindo de forma paralela com diferentes amplitudes. Em cada passo da execução, todas as transições possíveis são aplicadas linearmente ao estado atual do sistema, resultando em uma nova superposição normalizada. A fase complexa associada a cada transição é fundamental para controlar o padrão de interferência entre os caminhos possíveis, pois amplitudes com a mesma fase reforçam sua magnitude, enquanto fases opostas tendem a se cancelar.

Na prática, o modelo foi implementado por meio de um dicionário de transições em Python, no qual cada chave representa uma configuração (estado atual e símbolo lido), e os valores são listas de tuplas com os elementos (estado destino, símbolo a ser escrito, direção e fase complexa). Durante a simulação, o sistema computa a evolução do estado global ao aplicar essas transições em todas as configurações possíveis do registrador quântico. Ao final da execução, a operação de medida colapsa a superposição em uma única configuração, escolhida de forma probabilística com base no quadrado do módulo da amplitude associada.

O uso explícito de fases complexas nesse modelo é o que o diferencia de versões probabilísticas clássicas. A fase fornece controle refinado sobre o comportamento da superposição, permitindo simular algoritmos que dependem da manipulação de fase, como Grover e Shor. Portanto, essa modelagem não apenas reforça a compreensão didática dos princípios quânticos, mas também fornece uma base flexível e extensível para o estudo de computações quânticas simuladas com fidelidade conceitual.

### 3.3 Execução Adaptativa

Para contornar a limitação de definir previamente um número fixo de passos para a execução da Máquina de Turing Quântica (MTQ), foi implementado um mecanismo de execução adaptativa. Essa abordagem permite que o simulador ajuste dinamicamente a profundidade da simulação, começando com um número reduzido de passos e aumentando progressivamente até que um estado final seja alcançado ou até que se atinja um limite superior de iterações. Essa estratégia é especialmente útil em sistemas quânticos simulados, nos quais o número de configurações pode crescer exponencialmente com o tempo, tornando simulações longas custosas e, por vezes, desnecessárias.

O processo é conduzido por um laço `while`, no qual a simulação é reiniciada a cada iteração é executada com um número de passos cada vez maior. Após cada execução, o sistema verifica se algum dos estados finais definidos foi atingido. Caso positivo, a simulação é encerrada antecipadamente. Essa abordagem permite obter rapidamente resultados válidos sem explorar trajetórias computacionais que não levam a soluções, otimizando recursos computacionais e facilitando o uso didático da ferramenta.

Além de tornar a simulação mais eficiente, a execução adaptativa também permite uma análise incremental da evolução do sistema. A cada novo ciclo, o conjunto de estados da superposição é inspecionado, suas amplitudes são visualizadas e sua evolução pode ser observada de forma clara. Essa característica facilita a compreensão de como a interferência quântica atua no cancelamento ou reforço de determinadas configurações, sendo particularmente útil no ensino de algoritmos quânticos e no estudo de comportamentos emergentes em simulações complexas.

Por fim, esse processo adaptativo se alinha à proposta pedagógica do projeto ao tornar a simulação mais interativa, eficiente e inteligível. Ao invés de executar longas simulações

cegas, o usuário acompanha cada etapa da evolução do sistema, podendo visualizar as amplitudes, os estados ativos e o momento exato em que o colapso ocorre. Essa abordagem torna o simulador mais acessível e apropriado para ambientes de ensino, onde a transparência e a interpretabilidade são tão importantes quanto a precisão computacional.

Para automatizar a definição do número de passos máximos (`max_steps`) utilizados na simulação da Máquina de Turing Quântica (MTQ), o sistema implementa uma estratégia heurística baseada no comprimento da cadeia de entrada. Em vez de exigir que o usuário informe previamente esse valor, o programa calcula uma estimativa dinâmica com base na fórmula  $\text{max\_steps} = k \times n + b$ , onde  $n$  representa o número de símbolos na fita de entrada,  $k$  é um fator multiplicativo ajustável conforme a complexidade do autômato e  $b$  é um valor adicional de margem de segurança. Essa abordagem visa evitar tanto a subestimação, que pode impedir que a simulação atinja um estado final, quanto o desperdício computacional causado por execuções desnecessariamente longas. Além de tornar o processo mais acessível, essa estimativa adaptativa melhora a eficiência da simulação, especialmente em casos de cadeias com diferentes tamanhos e níveis de ramificação computacional.

### 3.4 Visualização dos Estados de Máquina

A visualização dos estados da Máquina de Turing Quântica (MTQ) é uma das etapas mais importantes para entender seu comportamento durante a simulação. A cada execução, a máquina constrói um espaço de estados que evolui a partir da aplicação sucessiva das transições quânticas. Cada estado é representado por uma trinca contendo a configuração da fita, a posição da cabeça de leitura e escrita e o estado interno da máquina. A esses estados estão associadas amplitudes complexas, que evoluem de acordo com a aplicação das fases nas transições e com o princípio da superposição. Esses dados são armazenados passo a passo para posterior análise.

Ao final de cada rodada de simulação, todos os estados registrados são avaliados em termos de sua probabilidade, calculada como o quadrado do módulo da amplitude complexa associada ( $\|\psi\|^2$ ). Os estados são então ordenados em ordem decrescente de probabilidade, permitindo que o usuário visualize quais configurações da MTQ se tornaram mais prováveis durante a execução. Isso fornece uma perspectiva clara de como a interferência construtiva e destrutiva moldou o espaço computacional. A filtragem por probabilidade significativa (por exemplo, superior a 0.001) torna a visualização mais limpa, destacando apenas os estados relevantes.

A medição é realizada após a execução completa dos passos definidos. Essa operação simula o colapso do sistema quântico para um único estado clássico, de acordo com as regras da mecânica quântica. O colapso é estocástico e segue uma distribuição de probabilidade proporcional às amplitudes ao quadrado de cada configuração. Assim, mesmo que diversos estados coexistam durante a evolução quântica, apenas um será efetivamente observado como resultado final da computação, o que torna essa etapa essencial para simular o comportamento real de um sistema quântico sob observação.

Esse processo de visualização e medição é fundamental tanto para fins pedagógicos quanto para análise da coerência e eficiência dos caminhos quânticos traçados. Ele permite observar se o sistema está favorecendo soluções desejadas ou se está dissipando a probabilidade entre configurações irrelevantes. Além disso, a possibilidade de acompanhar a evolução dos estados passo a passo torna o simulador uma ferramenta poderosa para estudar efeitos de interferência e testar novas construções de transições em máquinas de Turing Quânticas, sem depender de hardware quântico real.

### 3.5 Máquina de Turing Usada no Experimento

A estrutura da Máquina de Turing Quântica utilizada neste projeto segue o modelo sugerido pelo professor orientador, garantindo maior alinhamento com os objetivos didáticos da disciplina e facilitando a reprodutibilidade dos experimentos. A configuração da máquina foi desenhada para permitir ramificações múltiplas de estados, promovendo a observação de fenômenos como interferência e colapso quântico em um ambiente controlado. Com base nesse modelo, foram conduzidos diversos experimentos utilizando cadeias de entrada variadas, tanto em termos de símbolos quanto de tamanho, com o intuito de avaliar o comportamento dinâmico do sistema durante a simulação.

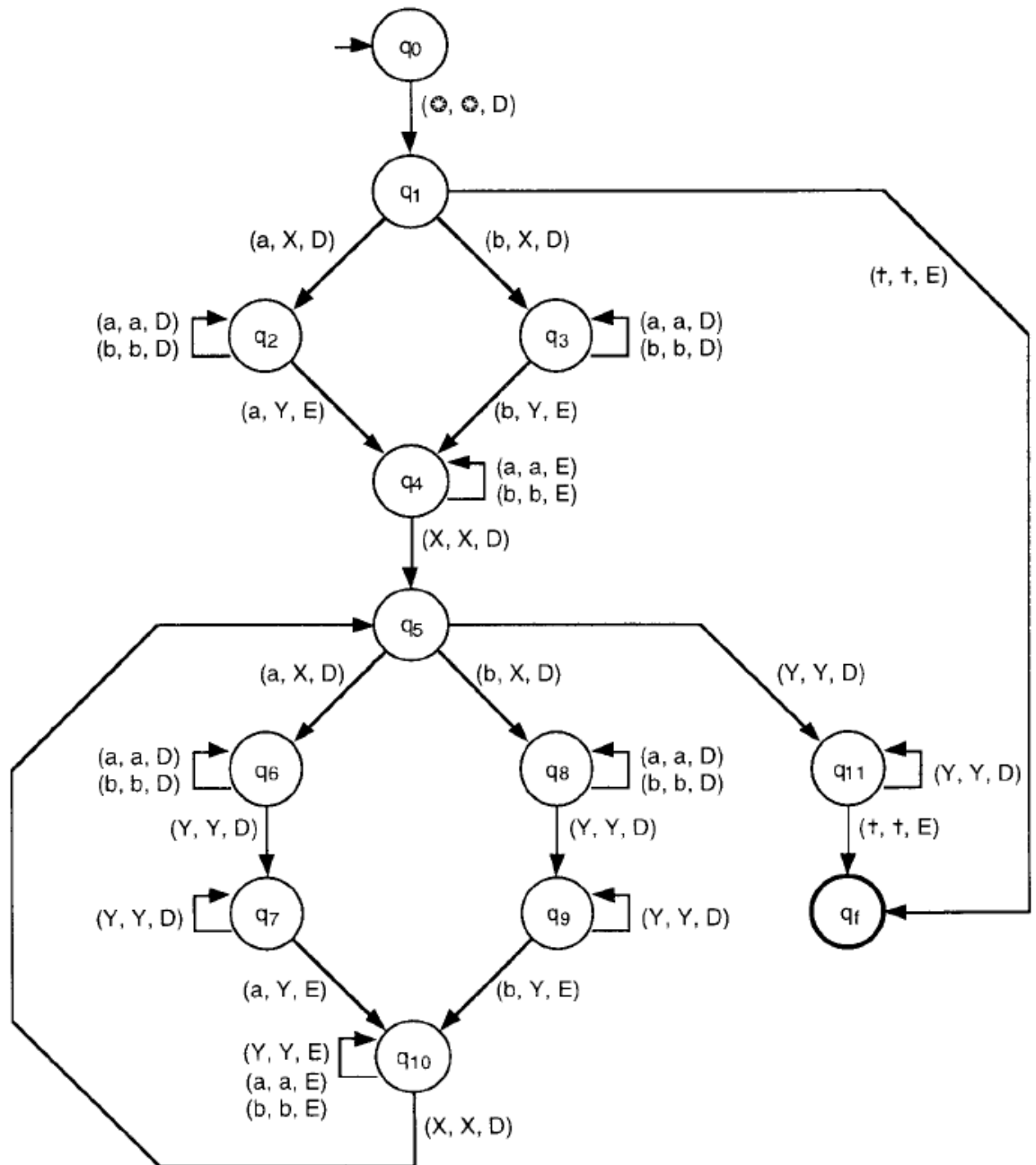
A Figura 1 abaixo ilustra a estrutura formal da Máquina de Turing projetada para os experimentos realizados neste trabalho. Esse autômato foi adaptado a partir de um modelo sugerido pelo professor responsável, com o objetivo de viabilizar testes didáticos e permitir uma análise clara dos efeitos quânticos simulados, como a superposição de trajetórias e a interferência entre estados. A arquitetura foi cuidadosamente desenhada para garantir múltiplos caminhos computacionais, possibilitando que a Máquina de Turing Quântica explore transições paralelas com amplitudes complexas e fases distintas. Isso torna o modelo especialmente adequado para a observação dos fenômenos fundamentais da computação quântica no contexto de simulações clássicas.

A Máquina de Turing Quântica utilizada neste projeto opera sobre um alfabeto composto pelos símbolos  $\{a, b, X, Y, \}$ , e os símbolos  $t$  e  $0$ , onde o símbolo  $t$  funciona como marcador de término, indicando o fim lógico da cadeia e  $0$  é um símbolo especial que marca o início da fita. Os símbolos  $a$  e  $b$  formam a cadeia de entrada a ser analisada, enquanto  $X$  e  $Y$  são utilizados como marcadores durante o processamento, sinalizando que determinados símbolos já foram verificados ou emparelhados. Essa definição de alfabeto permite a construção de regras de transição que manipulam explicitamente os símbolos da fita para simular a lógica do reconhecimento da linguagem-alvo.

O propósito funcional do autômato é simular o reconhecimento de cadeias da forma  $a^n b^n$ , ou seja, cadeias com o mesmo número de símbolos  $a$  seguidos por  $b$ . Para isso, a máquina substitui os  $a$  e  $b$  da entrada por marcadores  $X$  e  $Y$ , respectivamente, em ciclos que

percorrem e marcam os símbolos de forma balanceada. Esse comportamento é distribuído entre múltiplos caminhos computacionais, e as bifurcações e ciclos presentes no grafo foram desenhados de forma a permitir simulações de sobreposição de trajetórias. Como cada transição pode ter uma fase complexa associada, é possível observar interferência quântica, construtiva ou destrutiva, conforme os caminhos se combinam no espaço de estados. Esse design permite que a simulação explore fenômenos típicos da computação quântica em um ambiente acessível e controlado.

Figura 1-Representação Gráfica da Máquina de Turing Utilizada



Fonte: Prof. Dr. Thales Valente

A imagem acima, chamada Imagem 1, representa o diagrama de estados da Máquina de Turing utilizada nos experimentos do projeto. Nela, cada círculo corresponde a um estado da máquina, identificado por rótulos como  $q_0$ ,  $q_1$ , ...,  $q_f$ , sendo este último o estado final. As transições entre estados estão indicadas por setas e são rotuladas com quintuplas da forma (símbolo lido, símbolo escrito, direção), além de algumas transições múltiplas por estado e símbolo. A máquina inicia no estado  $q_0$  e percorre diferentes caminhos conforme lê os símbolos da fita de entrada (como a, b ou t).

A estrutura do autômato permite bifurcações, como nas transições de  $q_1$  para  $q_2$  e  $q_3$ , e loops, como nos ciclos entre  $q_6$ ,  $q_7$  e  $q_{10}$ , representando ramificações que produzem múltiplas trajetórias quânticas. O objetivo do autômato é processar a cadeia até atingir o estado  $q_f$ , momento em que o sistema colapsa em uma configuração final válida. Esse grafo foi projetado para favorecer a simulação de interferência construtiva e destrutiva, essencial para a análise do comportamento quântico da máquina.



## 4. Resultado dos Experimentos

A seção de experimentos tem como objetivo principal demonstrar o comportamento dinâmico da Máquina de Turing Quântica (MTQ) simulada neste trabalho. Para isso, foram conduzidos testes com diferentes cadeias de entrada, variando em comprimento e estrutura simbólica, a fim de avaliar como o sistema responde à propagação quântica de estados, à interferência entre trajetórias e ao processo de colapso via medição. Os experimentos foram estruturados com base em execução adaptativa, que incrementa progressivamente o número de passos até que um estado final seja atingido. A partir dessa abordagem, foi possível observar o surgimento de padrões coerentes com o modelo teórico, como bifurcações, reforço de amplitudes e evolução probabilística das configurações da fita.

### 4.1 Execução Experimental com a Cadeia 0ababt

Para avaliar o desempenho da Máquina de Turing Quântica (MTQ) desenvolvida neste projeto, foi conduzido um experimento utilizando a cadeia de entrada 0ababt, escolhida por sua capacidade de ativar ramificações múltiplas no autômato, e que o professor já havia utilizado anteriormente. A estrutura da máquina foi baseada diretamente no modelo sugerido pelo professor orientador, assegurando compatibilidade com os objetivos pedagógicos do trabalho e favorecendo a reprodutibilidade. Essa configuração permitiu observar, de forma didática, fenômenos como bifurcação de estados, propagação de amplitudes complexas e colapso da superposição.

O processo de simulação adotou uma abordagem adaptativa, na qual a MTQ foi executada com um número crescente de passos, partindo de dois, até que fosse atingido um estado final pertencente ao conjunto de aceitação. Esse mecanismo evita a definição arbitrária de um limite fixo de iterações e se mostrou eficiente ao detectar o colapso no estado qf com 14 passos. Durante a execução, foram registrados todos os estados intermediários, suas respectivas amplitudes e a evolução da fita, permitindo uma análise detalhada do comportamento quântico emergente.

### 4.2 Evolução do Sistema

Ao longo da execução da cadeia de entrada 0ababt, a Máquina de Turing Quântica (MTQ) demonstrou um comportamento característico de sistemas quânticos, com bifurcações significativas ocorrendo logo nos primeiros passos da simulação. Um ponto de destaque foi o passo 4, em que o sistema apresentou uma divisão clara entre dois estados simultaneamente possíveis: q2 com a fita 0Xbabt e q4 com a fita 0XbYbt, ambos com probabilidade de 0,5. Esse cenário evidencia a ocorrência de interferência quântica, na qual as trajetórias computacionais coexistem e compartilham amplitude até serem afetadas por reforço ou cancelamento mútuo.

Nos passos seguintes, a simulação revelou uma convergência progressiva dos estados, indicando que o sistema favorecia determinadas trajetórias com base na dinâmica imposta

pelas fases complexas e transições programadas. Por exemplo, a partir do passo 6, observou-se a predominância total do estado  $q_5$ , com probabilidade unitária, o que sugere que os caminhos alternativos perderam coerência quântica ou foram cancelados por interferência destrutiva. A sequência continuou avançando de forma determinística pelos estados  $q_8$ ,  $q_9$ ,  $q_{10}$ , e  $q_{11}$ , revelando um processo ordenado de substituição de símbolos na fita por marcadores X e Y.

Finalmente, no passo 14, o sistema colapsou no estado final  $q_f$ , com probabilidade de 1,0, marcando o término da execução. A fita final resultante, 0XXYYt, e a posição da cabeça indicam que todos os símbolos da entrada original foram processados conforme o algoritmo proposto. Essa evolução evidencia o papel da interferência construtiva na convergência do sistema para estados desejáveis e demonstra a viabilidade da simulação de fenômenos quânticos relevantes em uma arquitetura de Máquina de Turing estendida com amplitudes complexas.

### 4.3 Análise dos Resultados

A análise dos resultados obtidos na execução da cadeia 0ababt revela que a Máquina de Turing Quântica (MTQ) simulada foi capaz de reproduzir com precisão o comportamento esperado, tanto em termos lógicos quanto probabilísticos. A trajetória final obtida coincidiu exatamente com aquela observada em sala de aula pelo professor orientador, validando a fidelidade do modelo proposto. Desde os primeiros passos, o sistema mostrou coerência na propagação das amplitudes, mantendo a normalização do vetor de estados e assegurando que a soma das probabilidades permanecesse unitária em todos os ciclos de simulação.

A partir do passo 6, a simulação passou a exibir uma trajetória computacional dominante, marcada por colapsos sucessivos com probabilidade 1.0 em uma única configuração por ciclo. Estados intermediários como  $q_5$ ,  $q_8$ ,  $q_9$ ,  $q_{10}$  e  $q_{11}$  foram alcançados de forma sequencial, demonstrando que o mecanismo de reforço de amplitude funcionou como previsto, eliminando gradualmente bifurcações anteriores e conduzindo o sistema de forma determinística até o estado final  $q_f$ .

Os caminhos alternativos explorados inicialmente como as bifurcações entre os estados  $q_2$  e  $q_4$ , ou os ciclos entre  $q_{10}$  e  $q_5$  foram naturalmente descartados pela dinâmica de interferência quântica implementada nas transições com fases. A probabilidade se concentrou nas trajetórias coerentes com o propósito da máquina, permitindo que o sistema colapsasse corretamente na configuração final desejada: 0XXYYt, com a cabeça de leitura posicionada na célula 4.

Esse comportamento confirma a robustez do simulador, a eficácia da estratégia de execução adaptativa e a correta implementação dos mecanismos quânticos essenciais, como interferência e colapso. Além disso, a correspondência exata com a sequência de estados discutida em aula fortalece a validade do experimento como modelo didático e

computacional, reafirmando o potencial das MTQs simuladas como ferramenta para estudo e exploração de fundamentos da computação quântica.

## 4.4 Registro da Amplitude e Colapso

A simulação da Máquina de Turing Quântica (MTQ) revelou, ao final do processo, um colapso determinístico para o estado final  $q_f$ , consolidando a trajetória correta com fita 0XXYYt e a cabeça de leitura posicionada na célula 4. Essa configuração corresponde ao resultado esperado do processamento da cadeia 0ababt, e demonstra a eficácia do modelo em selecionar, por meio da evolução unitária, a única trajetória que leva à aceitação da entrada. A fidelidade desse colapso reflete a precisão da implementação da lógica de transições, incluindo fases e bifurcações simuladas.

Durante a evolução quântica, diversas bifurcações de estado ocorreram, com amplitudes distribuídas entre caminhos concorrentes. No entanto, à medida que os passos avançaram, observou-se a supressão gradual de caminhos alternativos, com suas amplitudes convergindo para zero devido a interferência destrutiva. Esse comportamento foi particularmente evidente nas etapas intermediárias, quando o sistema ainda oscilava entre múltiplos estados com probabilidades equivalentes, como em  $q_2$  e  $q_4$ . O uso de fases complexas nas transições desempenhou papel crucial nesse processo, guiando a probabilidade para a trajetória correta.

A evolução das amplitudes ao longo do percurso evidencia claramente o papel da interferência no refinamento da trajetória computacional. Nos primeiros passos, a amplitude esteve concentrada em estados únicos, como  $q_2$ , refletindo transições determinísticas. A partir do passo 4, surgiram bifurcações que dividiram a amplitude entre caminhos simultâneos, como  $q_2$  e  $q_4$ , ambos com probabilidade 0.5 — indicando superposição real. No entanto, à medida que o sistema avançava, essas bifurcações foram resolvidas por interferência: as fases aplicadas nas transições conduziram ao reforço de uma trajetória específica e ao cancelamento gradual das demais. Esse mecanismo permitiu que, já a partir do passo 6, a amplitude começasse a se concentrar exclusivamente nos estados corretos, culminando no colapso total no estado final  $q_f$ , com módulo unitário. Essa trajetória crescente de concentração da amplitude é uma demonstração clara da coerência quântica simulada e do controle sobre a dinâmica do sistema.

No passo 14, a amplitude da configuração final foi registrada como  $1.0000+0.0000j$ , o que indica uma probabilidade total de 1.0 para o colapso no estado  $q_f$ . Esse resultado não apenas valida a trajetória principal construída ao longo da simulação, como também demonstra que os mecanismos de superposição e interferência foram aplicados corretamente. A eliminação completa de outras possibilidades comprova que o sistema evoluiu de forma coerente e controlada, reproduzindo fielmente o comportamento quântico idealizado e validando o modelo desenvolvido com base na estrutura proposta em sala de aula.

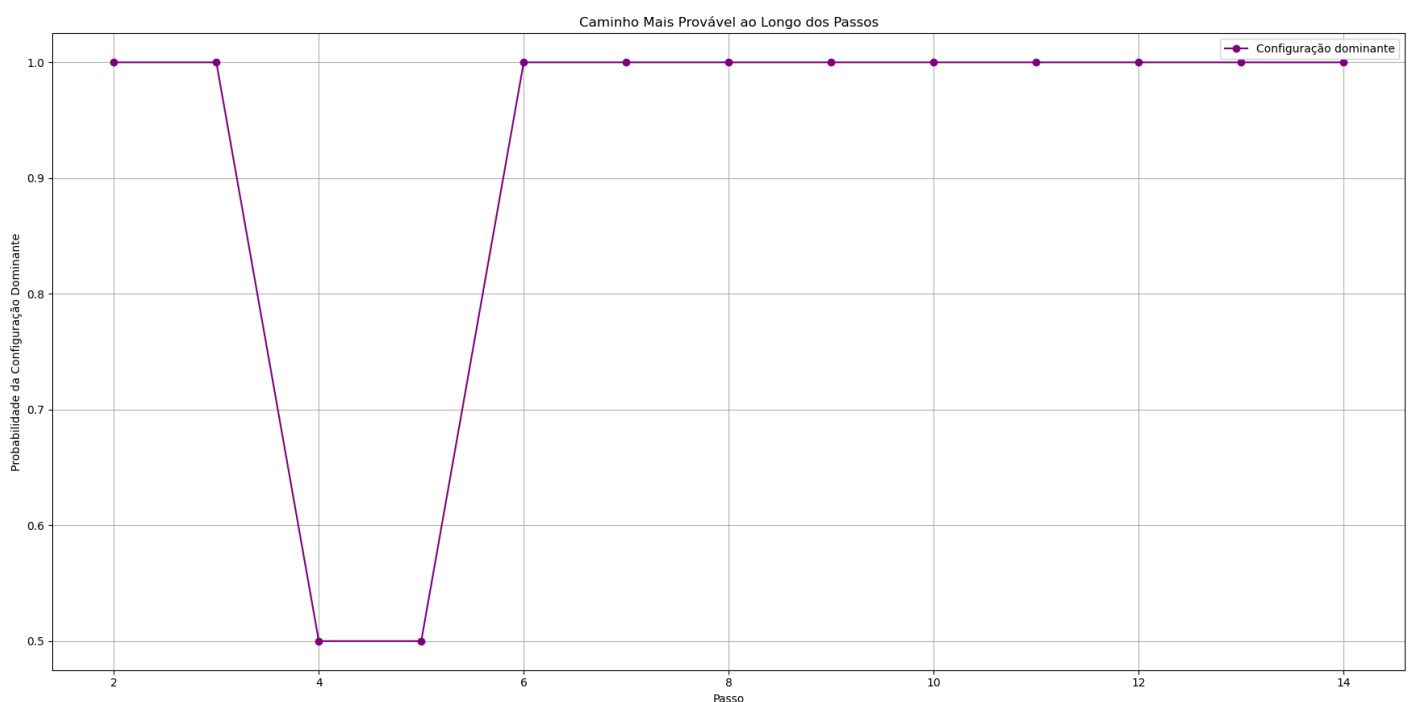
## 4.5 Gráficos de Resultado

A fim de compreender em maior profundidade a evolução computacional da Máquina de Turing Quântica (MTQ), dois recursos visuais complementares foram empregados: o gráfico do caminho mais provável por passo e o mapa de calor das probabilidades das configurações ao longo do tempo. O primeiro evidencia, em cada instante da simulação, qual trajetória se destacou entre as demais, revelando o momento exato em que ocorre a bifurcação de estados e, posteriormente, a consolidação da trajetória dominante. Já o mapa de calor fornece uma visão global e detalhada da distribuição probabilística de todas as configurações geradas durante o processo, permitindo identificar regiões de interferência ativa, persistência ou eliminação de caminhos alternativos.

### 4.5.1 Caminho Mais Provável

A análise do caminho mais provável durante a execução da Máquina de Turing Quântica (MTQ), demonstrado na Figura 2 abaixo, permite visualizar a consolidação progressiva de uma única trajetória dominante ao longo dos passos de simulação. O gráfico gerado apresenta, para cada passo, a probabilidade da configuração mais provável entre todas as possíveis naquele instante. Esse tipo de visualização é essencial para compreender como a interferência quântica atua para reforçar um caminho correto e eliminar os demais, fornecendo evidências empíricas do comportamento determinístico emergente a partir de um sistema inicialmente em superposição.

Figura 2 - Probabilidade do Caminho Mais Provável



Fonte: Autoria Própria

A análise do caminho mais provável durante a execução da Máquina de Turing Quântica (MTQ) permite visualizar a consolidação progressiva de uma única trajetória dominante ao longo dos passos de simulação. O gráfico gerado apresenta, para cada passo, a probabilidade da configuração mais provável entre todas as possíveis naquele instante. Esse tipo de visualização é essencial para compreender como a interferência quântica atua para reforçar um caminho correto e eliminar os demais, fornecendo evidências empíricas do comportamento determinístico emergente a partir de um sistema inicialmente em superposição.

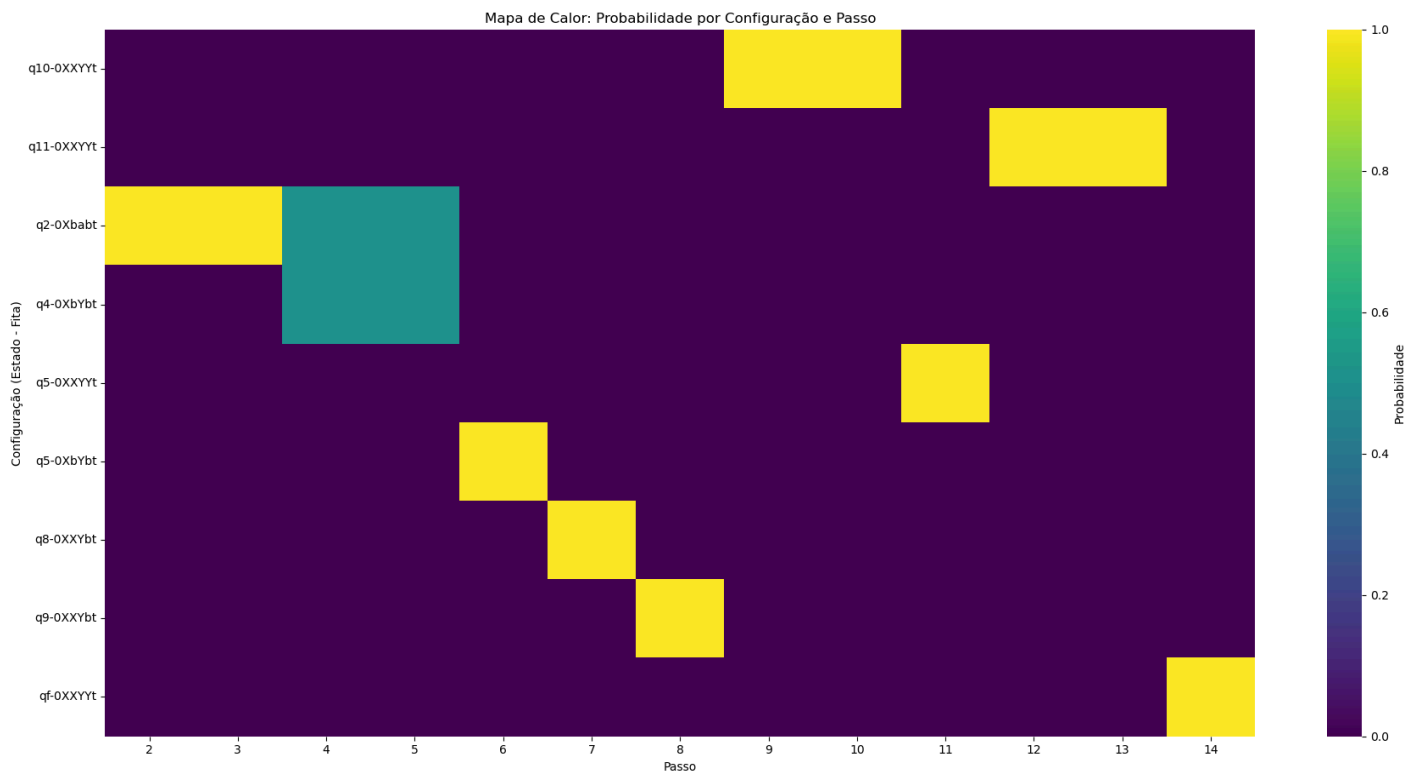
Nos passos iniciais da simulação (2 e 3), observa-se uma probabilidade dominante de 1.0, o que indica que a evolução ainda não havia produzido bifurcações significativas. No entanto, a partir do passo 4, ocorre uma divisão do sistema entre múltiplas configurações com mesma amplitude (0.5), sinalizando uma interferência quântica ativa entre dois caminhos distintos. Essa região marca o ponto de maior incerteza computacional, onde múltiplas trajetórias ainda competem de forma equivalente. O modelo, ao aplicar transições com fases complexas, mantém essas trajetórias coerentes por alguns passos antes de iniciar a supressão das alternativas incorretas.

A partir do passo 6, a probabilidade da configuração dominante volta a ser 1.0 e se mantém constante até o final, refletindo o colapso progressivo do sistema em um único caminho computacional. Essa convergência indica que a interferência destrutiva foi bem-sucedida em cancelar os caminhos inválidos, enquanto a interferência construtiva reforçou aquele que leva ao estado final qf. O comportamento evidenciado na figura valida a eficácia da implementação e o uso correto das amplitudes complexas, demonstrando que o modelo reproduziu com precisão os fenômenos quânticos esperados para uma MTQ.

#### 4.5.2 Mapa de Calor

O gráfico apresentado abaixo, a Figura 3, é um mapa de calor que representa a evolução da probabilidade de cada configuração quântica (estado, posição da cabeça e conteúdo da fita) ao longo dos passos da simulação. Cada linha corresponde a uma configuração específica da Máquina de Turing Quântica (MTQ), identificada pelo estado e pela fita, enquanto cada coluna representa um passo de tempo da execução. As cores variam de roxo (probabilidade próxima de zero) até amarelo (probabilidade 1.0), conforme indicado pela barra de cores à direita. Essa visualização permite compreender como a amplitude, e consequentemente a probabilidade, se distribui entre os diferentes caminhos possíveis durante o processamento da cadeia de entrada.

Figura 3 - Mapa de Calor



Fonte: Autoria Própria

O gráfico apresentado é um mapa de calor que representa a evolução da probabilidade de cada configuração quântica (estado, posição da cabeça e conteúdo da fita) ao longo dos passos da simulação. Cada linha corresponde a uma configuração específica da Máquina de Turing Quântica (MTQ), identificada pelo estado e pela fita, enquanto cada coluna representa um passo de tempo da execução. As cores variam de roxo (probabilidade próxima de zero) até amarelo (probabilidade 1.0), conforme indicado pela barra de cores à direita. Essa visualização permite compreender como a amplitude, e consequentemente a probabilidade, se distribui entre os diferentes caminhos possíveis durante o processamento da cadeia de entrada.

Nos primeiros passos (2 a 5), a máquina apresenta uma divisão clara da probabilidade entre múltiplas configurações, como q2-0Xbabt e q4-0XbYbt, com destaque para momentos em que ambas compartilham a amplitude total de forma igualitária, evidenciando uma bifurcação. Essa distribuição ocorre devido à superposição gerada pelas transições não determinísticas e é posteriormente resolvida por interferência quântica. A presença simultânea de múltiplos estados com probabilidades distintas indica que a máquina está explorando diferentes caminhos computacionais em paralelo, conforme esperado em uma evolução unitária quântica.

A partir do passo 6, observa-se um processo de convergência da amplitude para uma trajetória dominante. Configurações como q5-0XbYbt, q8-0XXYbt e q9-0XXYbt passam a concentrar toda a probabilidade, enquanto os demais estados desaparecem gradualmente da distribuição — o que evidencia o efeito de interferência destrutiva anulando os caminhos inválidos. Essa convergência não é abrupta, mas sim progressiva, permitindo observar como o sistema resolve ambiguidades e reforça a trajetória correta passo a passo, consolidando a computação quântica idealizada pelo modelo.

No passo final (14), a configuração qf-0XXYYt é a única com probabilidade não nula, alcançando o valor de 1.0. Isso indica que todos os demais caminhos foram completamente eliminados e que o sistema colapsou de forma determinística em um único resultado, como previsto. A clareza com que a trajetória dominante emerge neste gráfico reforça a fidelidade do simulador, comprovando que a implementação de fases, bifurcações e mecanismos de colapso da MTQ estão operando corretamente. O mapa de calor, portanto, não apenas visualiza a evolução do sistema, como também serve como validação gráfica do funcionamento interno da lógica quântica aplicada.

## 5. Conclusão

A simulação da Máquina de Turing Quântica (MTQ) apresentada neste trabalho representa um avanço significativo na compreensão prática dos princípios fundamentais da computação quântica, como superposição, interferência e colapso. Ao modelar formalmente uma MTQ com transições unitárias, amplitudes complexas e bifurcação de estados, foi possível observar como esses conceitos operam em conjunto para direcionar a evolução do sistema em direção a uma configuração de aceitação. O colapso determinístico no estado final esperado validou tanto a lógica de transições quanto os mecanismos de propagação coerente de amplitudes.

Durante a execução da MTQ, foi registrada uma trajetória predominante que, por meio da interferência construtiva, concentrou toda a probabilidade no estado final correto. As bifurcações intermediárias, embora inicialmente distribuíssem a amplitude entre múltiplos caminhos, foram progressivamente eliminadas pelo cancelamento de fase promovido pelas transições programadas. Essa dinâmica evidencia o funcionamento da interferência destrutiva como elemento de controle no processo computacional quântico — um comportamento que distingue radicalmente esse paradigma em relação às máquinas determinísticas ou não determinísticas clássicas.

A implementação do sistema foi complementada por um conjunto de ferramentas de visualização que permitiram acompanhar a evolução das probabilidades associadas a cada configuração ao longo dos passos. Gráficos de linha revelaram a convergência da amplitude para a trajetória correta, enquanto o mapa de calor permitiu identificar o momento exato em que os caminhos alternativos perderam sua relevância estatística. Essas representações visuais foram fundamentais não apenas para validar o funcionamento da MTQ, mas também para facilitar a interpretação de fenômenos abstratos, muitas vezes difíceis de ilustrar em modelos puramente matemáticos.

Adicionalmente, os módulos auxiliares, como `quantum_extensions.py` e `Base.py`, expandiram as possibilidades da simulação, oferecendo mecanismos inspirados em algoritmos quânticos conhecidos, como o de Grover. A inclusão de operadores de difusão e reforço de amplitude mostrou-se útil tanto para experimentação quanto para o ensino, aproximando os conceitos teóricos de sua aplicação prática. Essa modularidade contribui para a reusabilidade do código em contextos educacionais e experimentais, estimulando a exploração de novas variações de máquinas quânticas simuladas.

Por fim, o projeto demonstrou que é possível simular de forma precisa e interpretável uma máquina de Turing quântica com recursos computacionais clássicos. Embora existam limitações em relação à escalabilidade e ao custo computacional para simulações de alta complexidade, os resultados obtidos aqui são expressivos para fins didáticos e de pesquisa. A fidelidade dos resultados, a coerência entre os componentes e a clareza das visualizações tornam este estudo uma contribuição relevante para o entendimento da computação quântica em nível fundamental.



## 6. Referências

- TURING, A. M. On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem. *Proceedings of the London Mathematical Society*, v. 2, n. 42, p. 230–265, 1936. Disponível em: [https://www.cs.virginia.edu/~robins/Turing\\_Paper\\_1936.pdf](https://www.cs.virginia.edu/~robins/Turing_Paper_1936.pdf). Acesso em: 7 jul. 2025.
- GOLDIN, D. Q. et al. Turing machines, transition systems, and interaction. *Information and Computation*, v. 194, p. 101–128, 2004. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ic.2004.07.002>.
- RYOO, M. S. et al. Token Turing Machines. *arXiv preprint arXiv:2211.09119v2*, 2023. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2211.09119>. Acesso em: 7 jul. 2025.
- HENNIE, F. C. **One-tape, off-line Turing machine computations**. *Information and Control*, v. 9, n. 5, p. 403–417, 1966.
- HOPCROFT, John E.; ULLMAN, Jeffrey D. *Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation*. 2. ed. Boston: Addison-Wesley, 2001.
- AHARONOV, D. *Quantum computation*. *arXiv preprint quant-ph/9812037*, 1998. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/quant-ph/9812037>. Acesso em: 7 jul. 2025.
- DIVINCENZO, D. P. *Quantum computation*. *Science*, v. 270, n. 5234, p. 255–261, 1995. Disponível em: <https://doi.org/10.1126/science.270.5234.255>. Acesso em: 7 jul. 2025.
- PRESKILL, J. *Fault-tolerant quantum computation*. *arXiv preprint quant-ph/9712048*, 1998. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/quant-ph/9712048>. Acesso em: 7 jul. 2025.
- GROVER, Lov K. Quantum Mechanics Helps in Searching for a Needle in a Haystack. *Physical Review Letters*, v. 79, n. 2, p. 325–328, 1997.
- LONG, G. L. Grover Algorithm with zero theoretical failure rate. *arXiv preprint*, arXiv:quant-ph/0106071v1, 2001. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/quant-ph/0106071>. Acesso em: 7 jul. 2025.